Задача. Конструкция состоит из прямоугольной пластины и жесткого уголка, изогнутого под прямым углом (рис. 1). Тела соединены двумя невесомыми стержнями. Размеры даны в метрах. Определить реакции опор (в кН). Дано: $F = 5$ кН, $P = 6$ кН, $m = 7$ кНм, $\cos\alpha = 0.8$.

Решение

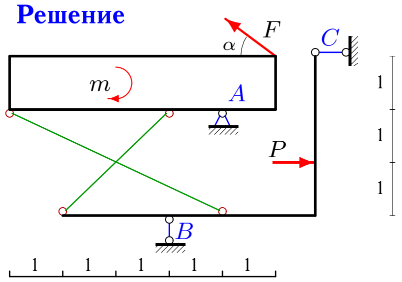

Рис. 1

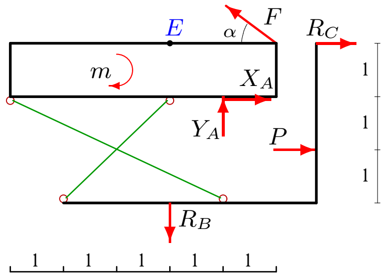

Рис. 2

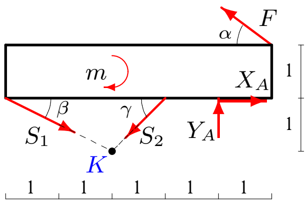

Рис. 3

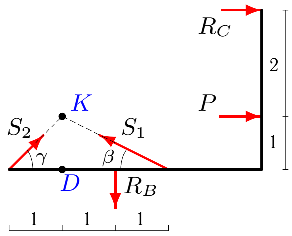

Рис. 4

Уравнения равновесия пластины (рис. 3):

$$\begin{aligned}
&\sum X = X_A + S_1\cos\beta - S_2\cos\gamma - F\cos\alpha = 0,\\
&\sum Y = Y_A - S_1\sin\beta - S_2\sin\gamma + F\sin\alpha = 0,\\
&\sum M_A = 4S_1\sin\beta + 1\cdot S_2\sin\gamma - m + 1\cdot F\sin\alpha + 1\cdot F\cos\alpha = 0.
\end{aligned} \tag{0.1}$$

Уравнения равновесия уголка (рис. 4):

$$\begin{aligned}
&\sum X = R_C - S_1\cos\beta + S_2\cos\gamma + P = 0,\\
&\sum Y = -R_B + S_1\sin\beta + S_2\sin\gamma = 0,\\
&\sum M_D = 1\cdot S_1\sin\beta - 2\cdot S_2\sin\gamma - 1\cdot P - 3\cdot R_C = 0.
\end{aligned} \tag{0.2}$$

Получаем решение $R_B = -4$ кН, $R_C = 2$ кН, $X_A = -4$ кН, $Y_A = -7$ кН, $S_1 = 4\sqrt{5}/3$ кН, $S_2 = -16\sqrt{2}/3$ кН.

Другой способ решения. Найдем две характерные точки конструкции. Опорные стержни в точках C и B образуют фиктивный шарнир в точке E пересечения линий действия их реакций. Такой же фиктивный шарнир K дают стержни, соединяющие пластину и уголок. Точки A и E опорные, точка K — сочленяющий шарнир. Важно, чтобы эти три точки не лежали на одной прямой. Площадь треугольника AKE пропорциональна определителю следующей системы уравнений равновесия. Одно уравнение — сумма моментов относительно точки E для всей конструкции в целом (рис. 2), другое — сумма моментов относительно точки K для пластины (рис. 3)

$$\begin{aligned} &\sum M_E = 1\cdot X_A + 1\cdot Y_A + 2\cdot F\sin\alpha - m + 2\cdot P = 0,\\ &\sum M_K = -1\cdot X_A + 2\cdot Y_A + 3\cdot F\sin\alpha + 2F\cos\alpha - m = 0, \end{aligned} \tag{0.3}$$

Получаем решение: $X_A = -4$ кН, $Y_A = -7$ кН. Аналогично составляем уравнение для уголка и опять всей системы, но уже относительно точки A:

$$\begin{aligned} &\sum M_K = -1\cdot R_B - 2\cdot R_C = 0,\\ &\sum M_A = 1\cdot R_B - 1\cdot R_C + 1\cdot P + 1\cdot F\sin\alpha + 1\cdot F\cos\alpha - m = 0, \end{aligned} \tag{0.4}$$

Получаем решение: $R_B = -4$ кН, $R_C = 2$ кН.

Программа (`http://vuz.exponenta.ru/primer31.rar`) для **Maple** решения системы (0.1-0.2) имеет вид:

```
> restart;unprotect(gamma);
```
Дано
```
> sina:=3/5: cosa:=4/5: F:=5: P:=6: M:=7:
> gamma:=Pi/4:
> beta:=arctan(1/2):
```
Уравнения равновесия пластины
```
> eq[1]:=Xa+S1*cos(beta)-S2*cos(gamma)-F*cosa:
> eq[2]:=Ya-S1*sin(beta)-S2*sin(gamma)+F*sina:
> eq[3]:=S1*sin(beta)*4+S2*sin(gamma)*1
>                                    -M+F*sina*1+F*cosa*1:
```
Уравнения равновесия уголка
```
> eq[4]:=Rc-S1*cos(beta)+S2*cos(gamma)+P:
> eq[5]:=-Rb+S1*sin(beta)+S2*sin(gamma):
> eq[6]:=S1*sin(beta)*1-S2*sin(gamma)*2-P*1-Rc*3:
```
Решаем
```
> solve({seq(eq[i],i=1..6)},{S1,S2,Rc,Rb,Xa,Ya});
```

$$\{Rb = -4,\ Rc = 2,\ S1 = \frac{4\sqrt{5}}{3},\ S2 = -\frac{16\sqrt{2}}{3},\ Xa = -4,\ Ya = -7\}$$