

Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза A , блока B (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_B) и цилиндра C радиусом R_C . Механизм установлен на призме D , закрепленной на осях двух однородных цилиндров E . К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра C (блока B) и цилиндров E происходит без проскальзывания. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

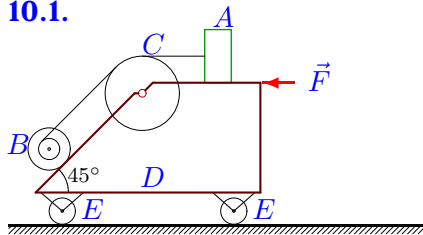
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{x}_1 + a_{12}\ddot{x}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{x}_1 + a_{22}\ddot{x}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: x_1 — горизонтальное смещение призмы D , x_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в Н и ускорение призмы a_D в проекции на ось x — в м/с^2 .

Кирсанов М.Н. **Решebник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова. — М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

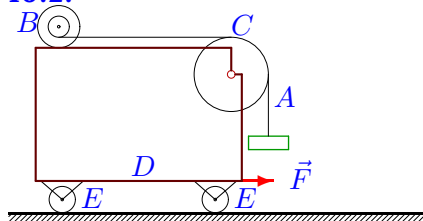
Задача 10.1.



$m_A = 9 \text{ кг},$
$R_B = 16 \text{ см},$
$m_B = 3 \text{ кг},$
$r_B = 8 \text{ см},$
$m_C = 20 \text{ кг},$
$R_C = 28 \text{ см},$
$m_D = 1 \text{ кг},$
$i_B = 14 \text{ см},$
$m_E = 3 \text{ кг},$
$R_E = 29 \text{ см},$
$F = 32 \text{ Н}.$

5

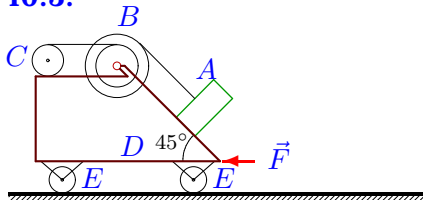
Задача 10.2.



$m_A = 18 \text{ кг},$
$R_B = 40 \text{ см},$
$m_B = 6 \text{ кг},$
$r_B = 20 \text{ см},$
$m_C = 22 \text{ кг},$
$R_C = 70 \text{ см},$
$m_D = 2 \text{ кг},$
$i_B = 34 \text{ см},$
$m_E = 4 \text{ кг},$
$R_E = 71 \text{ см},$
$F = 13 \text{ Н}.$

5

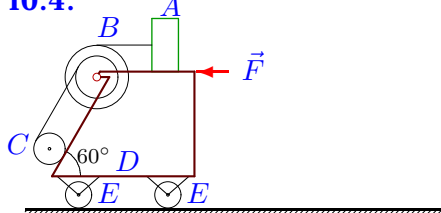
Задача 10.3.



$m_A = 18 \text{ кг},$
$R_B = 36 \text{ см},$
$m_B = 6 \text{ кг},$
$r_B = 24 \text{ см},$
$m_C = 21 \text{ кг},$
$R_C = 18 \text{ см},$
$m_D = 2 \text{ кг},$
$i_B = 34 \text{ см},$
$m_E = 5 \text{ кг},$
$R_E = 19 \text{ см},$
$F = 16 \text{ Н}.$

5

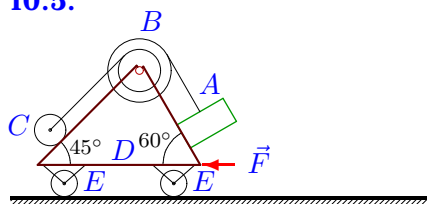
Задача 10.4.



$m_A = 15 \text{ кг},$
$R_B = 36 \text{ см},$
$m_B = 6 \text{ кг},$
$r_B = 24 \text{ см},$
$m_C = 17 \text{ кг},$
$R_C = 18 \text{ см},$
$m_D = 2 \text{ кг},$
$i_B = 33 \text{ см},$
$m_E = 3 \text{ кг},$
$R_E = 19 \text{ см},$
$F = 14 \text{ Н}.$

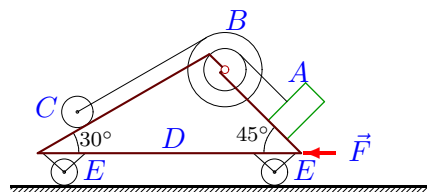
5

Задача 10.5.



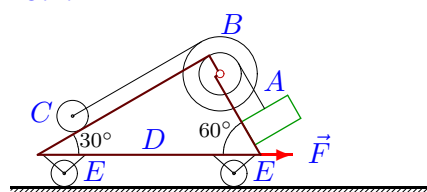
$$\begin{aligned} R_B &= 60 \text{ см}, & m_A &= 9 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 16 \text{ кг}, \\ i_B &= 52 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 5 \text{ кг}, \\ & & F &= 24 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.6.



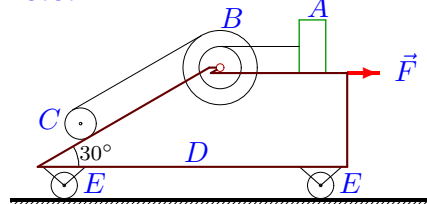
$$\begin{aligned} R_B &= 70 \text{ см}, & m_A &= 12 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 24 \text{ кг}, \\ i_B &= 58 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 3 \text{ кг}, \\ & & F &= 34 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.7.



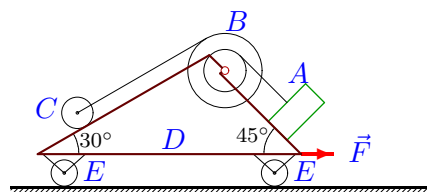
$$\begin{aligned} R_B &= 56 \text{ см}, & m_A &= 6 \text{ кг}, \\ r_B &= 32 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 24 \text{ см}, & m_C &= 15 \text{ кг}, \\ i_B &= 45 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 25 \text{ см}, & m_E &= 4 \text{ кг}, \\ & & F &= 23 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.8.



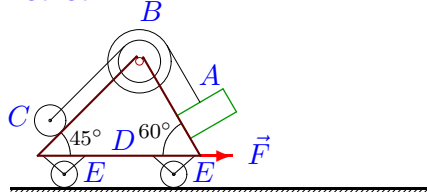
$$\begin{aligned} R_B &= 28 \text{ см}, & m_A &= 9 \text{ кг}, \\ r_B &= 16 \text{ см}, & m_B &= 6 \text{ кг}, \\ R_C &= 12 \text{ см}, & m_C &= 15 \text{ кг}, \\ i_B &= 23 \text{ см}, & m_D &= 2 \text{ кг}, \\ R_E &= 13 \text{ см}, & m_E &= 4 \text{ кг}, \\ & & F &= 17 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.9.



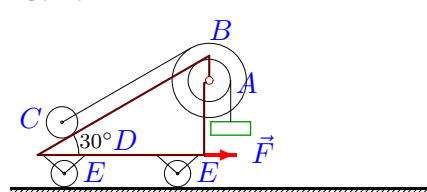
$$\begin{aligned} R_B &= 70 \text{ см}, & m_A &= 12 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 18 \text{ кг}, \\ i_B &= 58 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 6 \text{ кг}, \\ & & F &= 17 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.10.



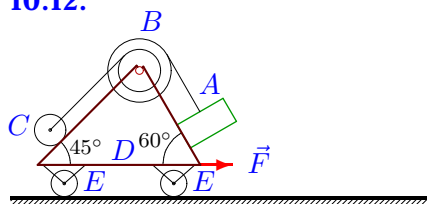
$$\begin{aligned} R_B &= 60 \text{ см}, & m_A &= 9 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 15 \text{ кг}, \\ i_B &= 52 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 2 \text{ кг}, \\ & & F &= 17 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.11.



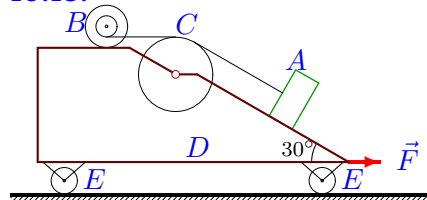
$$\begin{aligned} R_B &= 70 \text{ см}, & m_A &= 6 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 11 \text{ кг}, \\ i_B &= 56 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 4 \text{ кг}, \\ & & F &= 15 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.12.



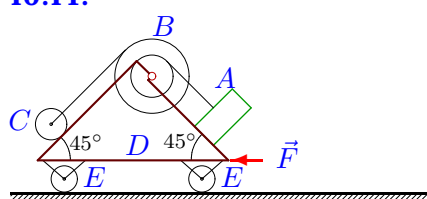
$$\begin{array}{ll} R_B = 60 \text{ cm}, & m_A = 9 \text{ kg}, \\ r_B = 40 \text{ cm}, & m_B = 3 \text{ kg}, \\ R_c = 30 \text{ cm}, & m_C = 13 \text{ kg}, \\ i_B = 52 \text{ cm}, & m_D = 1 \text{ kg}, \\ R_E = 31 \text{ cm}, & m_E = 2 \text{ kg}, \\ & F = 13 \text{ H}. \end{array}$$

Задача 10.13.



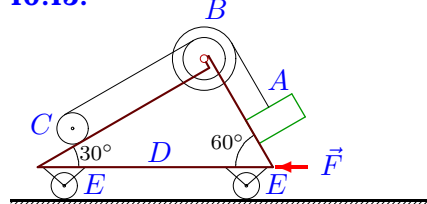
$$\begin{array}{ll} m_A = 18 \text{ kg}, & \\ R_B = 16 \text{ cm}, & m_B = 6 \text{ kg}, \\ r_B = 8 \text{ cm}, & m_C = 22 \text{ kg}, \\ R_c = 28 \text{ cm}, & m_D = 2 \text{ kg}, \\ i_B = 16 \text{ cm}, & m_E = 6 \text{ kg}, \\ R_F = 29 \text{ cm}, & F = 13 \text{ H}. \end{array}$$

Задача 10.14.



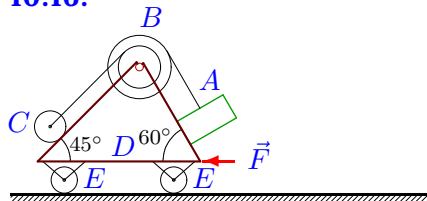
$$\begin{array}{ll} R_B = 56 \text{ cm}, & m_A = 9 \text{ kg}, \\ r_B = 32 \text{ cm}, & m_B = 3 \text{ kg}, \\ R_c = 24 \text{ cm}, & m_C = 15 \text{ kg}, \\ i_B = 46 \text{ cm}, & m_D = 1 \text{ kg}, \\ R_F = 25 \text{ cm}, & m_E = 5 \text{ kg}, \\ & F = 22 \text{ H}. \end{array}$$

Задача 10.15.



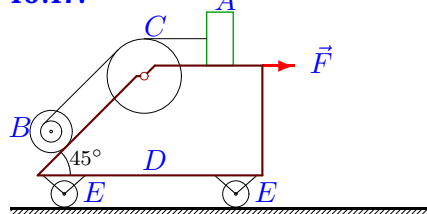
$$\begin{array}{ll} R_B = 48 \text{ cm}, & m_A = 9 \text{ kg}, \\ r_B = 32 \text{ cm}, & m_B = 6 \text{ kg}, \\ R_c = 24 \text{ cm}, & m_C = 20 \text{ kg}, \\ i_B = 41 \text{ cm}, & m_D = 2 \text{ kg}, \\ R_E = 25 \text{ cm}, & m_E = 3 \text{ kg}, \\ & F = 32 \text{ H}. \end{array}$$

Задача 10.16.



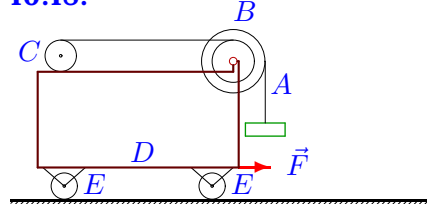
$$\begin{array}{ll} m_A = 9 \text{ кг}, & \\ R_B = 60 \text{ см}, & m_B = 3 \text{ кг}, \\ r_B = 40 \text{ см}, & m_C = 12 \text{ кг}, \\ R_c = 30 \text{ см}, & m_D = 1 \text{ кг}, \\ i_B = 52^\circ, & m_E = 5 \text{ кг}, \\ R_E = 31 \text{ см}, & F = 16 \text{ Н}. \end{array}$$

Задача 10.17.



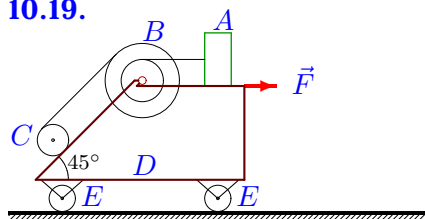
$$\begin{array}{ll} R_B = 16 \text{ cm}, & m_A = 9 \text{ кг}, \\ r_B = 8 \text{ cm}, & m_B = 3 \text{ кг}, \\ R_c = 28 \text{ cm}, & m_C = 14 \text{ кг}, \\ i_B = 14 \text{ cm}, & m_D = 1 \text{ кг}, \\ R_F = 29 \text{ cm}, & m_E = 2 \text{ кг}, \\ & F = 15 \text{ Н}. \end{array}$$

Задача 10.18.



$$\begin{array}{ll} m_A = 18 \text{ кг}, & \\ R_B = 60 \text{ см}, & m_B = 6 \text{ кг}, \\ r_B = 40 \text{ см}, & m_C = 24 \text{ кг}, \\ R_c = 30 \text{ см}, & m_D = 2 \text{ кг}, \\ i_B = 54 \text{ см}, & m_E = 4 \text{ кг}, \\ R_F = 31 \text{ см}, & F = 17 \text{ Н}. \end{array}$$

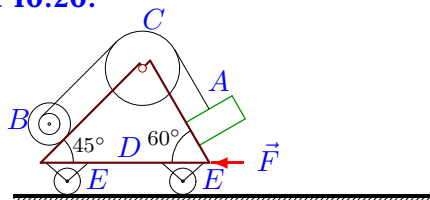
Задача 10.19.



$m_A = 12$ кг,	
$R_B = 28$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 16$ см,	$m_C = 18$ кг,
$R_c = 12$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 24$ см,	$m_E = 2$ кг,
$R_E = 13$ см,	$F = 17$ Н.

5

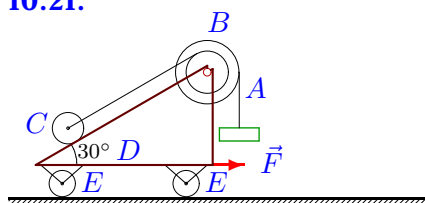
Задача 10.20.



$m_A = 9$ кг,	
$R_B = 40$ см,	$m_B = 3$ кг,
$r_B = 20$ см,	$m_C = 18$ кг,
$R_c = 70$ см,	$m_D = 1$ кг,
$i_B = 32$ см,	$m_E = 5$ кг,
$R_E = 71$ см,	$F = 28$ Н.

5

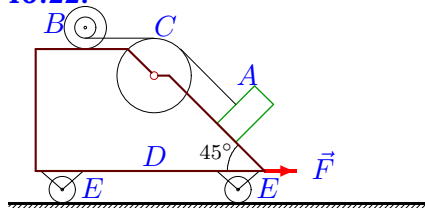
Задача 10.21.



$m_A = 6$ кг,	
$R_B = 60$ см,	$m_B = 3$ кг,
$r_B = 40$ см,	$m_C = 15$ кг,
$R_c = 30$ см,	$m_D = 1$ кг,
$i_B = 51$ см,	$m_E = 2$ кг,
$R_E = 31$ см,	$F = 23$ Н.

5

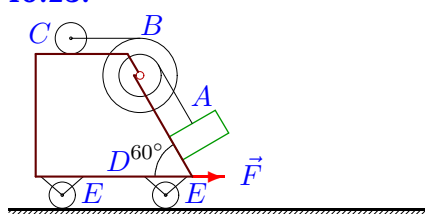
Задача 10.22.



$m_A = 18$ кг,	
$R_B = 24$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 12$ см,	$m_C = 24$ кг,
$R_c = 42$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 22$ см,	$m_E = 6$ кг,
$R_E = 43$ см,	$F = 17$ Н.

5

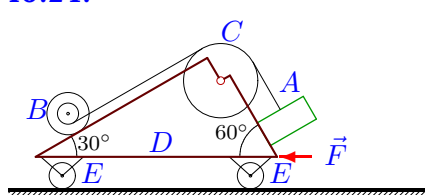
Задача 10.23.



$m_A = 15$ кг,	
$R_B = 56$ см,	$m_B = 3$ кг,
$r_B = 32$ см,	$m_C = 25$ кг,
$R_c = 24$ см,	$m_D = 1$ кг,
$i_B = 48$ см,	$m_E = 6$ кг,
$R_E = 25$ см,	$F = 25$ Н.

5

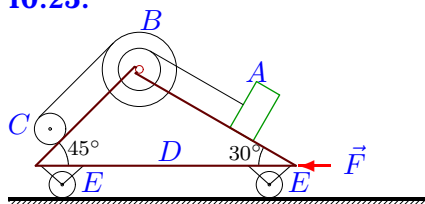
Задача 10.24.



$m_A = 9$ кг,	
$R_B = 32$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 16$ см,	$m_C = 18$ кг,
$R_c = 56$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 25$ см,	$m_E = 3$ кг,
$R_E = 57$ см,	$F = 28$ Н.

5

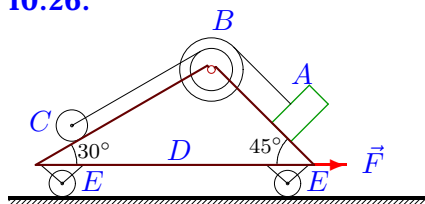
Задача 10.25.



$m_A = 12$ кг,	
$R_B = 42$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 24$ см,	$m_C = 24$ кг,
$R_c = 18$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 35$ см,	$m_E = 3$ кг,
$R_E = 19$ см,	$F = 34$ Н.

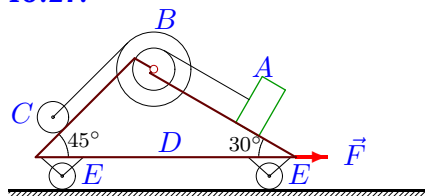
5

Задача 10.26.



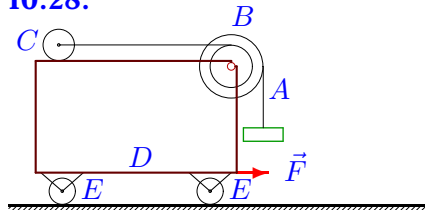
$$\begin{aligned} R_B &= 60 \text{ см}, & m_A &= 12 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 20 \text{ кг}, \\ i_B &= 53 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 2 \text{ кг}, \\ & & F &= 21 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.27.



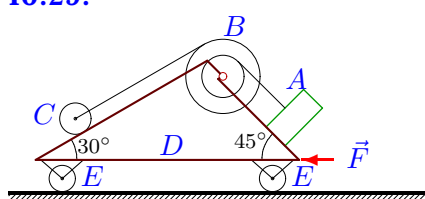
$$\begin{aligned} R_B &= 42 \text{ см}, & m_A &= 9 \text{ кг}, \\ r_B &= 24 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 18 \text{ см}, & m_C &= 20 \text{ кг}, \\ i_B &= 35 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 19 \text{ см}, & m_E &= 6 \text{ кг}, \\ & & F &= 27 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.28.



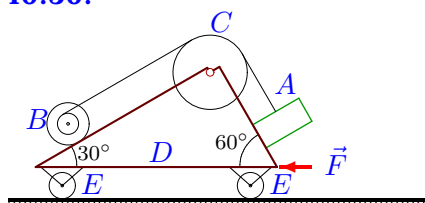
$$\begin{aligned} R_B &= 60 \text{ см}, & m_A &= 15 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 25 \text{ кг}, \\ i_B &= 54 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 4 \text{ кг}, \\ & & F &= 25 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.29.



$$\begin{aligned} R_B &= 70 \text{ см}, & m_A &= 12 \text{ кг}, \\ r_B &= 40 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 30 \text{ см}, & m_C &= 22 \text{ кг}, \\ i_B &= 58 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 31 \text{ см}, & m_E &= 5 \text{ кг}, \\ & & F &= 30 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 10.30.



$$\begin{aligned} R_B &= 32 \text{ см}, & m_A &= 6 \text{ кг}, \\ r_B &= 16 \text{ см}, & m_B &= 3 \text{ кг}, \\ R_C &= 56 \text{ см}, & m_C &= 7 \text{ кг}, \\ i_B &= 25 \text{ см}, & m_D &= 1 \text{ кг}, \\ R_E &= 57 \text{ см}, & m_E &= 3 \text{ кг}, \\ & & F &= 12 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_D
1	42.000	-10.414	21.354	-32.000	13.873	-0.683
2	60.000	24.000	70.340	13.000	353.160	-2.075
3	62.000	39.456	26.852	-16.000	249.722	-95.164
4	49.000	-17.833	22.875	-14.000	48.142	0.670
5	44.000	12.042	21.920	-24.000	2.470	-0.678
6	49.000	-44.858	128.558	-34.000	122.769	0.265
7	37.000	-25.733	80.839	23.000	77.782	1.658
8	44.000	-20.367	38.625	17.000	64.378	1.532
9	52.000	-35.765	100.995	17.000	71.267	1.074
10	34.000	11.571	21.253	17.000	7.094	0.474
11	33.000	-16.671	62.411	15.000	35.561	0.858
12	32.000	10.628	19.920	13.000	16.343	0.163
13	66.000	55.177	77.000	13.000	176.580	-4.291
14	43.000	-24.926	84.105	-22.000	119.658	0.378
15	46.000	20.547	16.711	-32.000	87.523	-6.733
16	40.000	10.157	19.253	-16.000	20.968	-0.781
17	33.000	-10.414	18.354	15.000	13.873	0.844
18	62.000	16.000	26.860	17.000	353.160	-3.685
19	44.000	-23.137	46.172	17.000	109.253	2.214
20	46.000	5.914	20.187	-28.000	62.588	-1.047
21	31.000	8.660	18.168	23.000	9.810	0.682
22	68.000	49.456	74.167	17.000	249.722	-4.269
23	62.000	51.250	136.594	25.000	127.436	-0.533
24	44.000	29.785	56.648	-28.000	35.203	-1.641
25	53.000	-25.242	52.323	-34.000	86.811	0.193
26	42.000	20.032	27.674	21.000	17.841	0.294
27	51.000	-32.543	107.255	27.000	198.640	2.122
28	56.000	16.667	34.097	25.000	147.150	-0.981
29	53.000	-41.827	119.370	-30.000	105.602	0.183
30	26.000	4.732	11.647	-12.000	41.164	-1.193