

ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА (СТАТИКА)

Методические указания с заданиями для
расчетно-графических работ

Содержание:

Предисловие.....	3
1. Методические указания по освоению некоторых понятий статики.....	4
2. Методические указания к решению задач статики.....	9
3. Задания для расчетно-графических работ (РГР) по статике.....	21
Литература.....	42
Образец оформления титульного листа РГР.....	43

Предисловие

Теоретическая механика играет важную роль в подготовке инженеров любой специальности, так как является научной базой современной техники. На основании принципов и теорем теоретической механики решаются насущные инженерные задачи, осуществляется проектирование сооружений и конструкций. В частности, для специальностей ТГ и ВиВ ее изучение необходимо для правильного понимания принципов расчета, конструирования и действия трубопроводов, гидравлических машин, теплообменных и теплогенерирующих аппаратов, вентиляционных систем и т.д.

Курс теоретической механики включает три раздела: статику, кинематику, динамику. По каждому из разделов студент выполняет в соответствии с учебным планом три расчетно-графические работы (РГР), в зависимости от специальности.

Цель РГР - привить основные навыки в решении простейших, но вместе с тем и важнейших, технических задач инженерной техники.

Изучение курса теоретической механики обычно начинается со статики. В данном сборнике имеется три задания по статике для РГР. Каждое задание состоит из тридцати схем; табл. 3.1 исходных данных обеспечивает различными задачами два потока (ТГ и ВиВ) в 240 человек.

Рекомендации и общие требования к выполнению курсовых работ

Прежде чем приступить к выполнению индивидуального задания, следует изучить соответствующий теоретический материал по учебнику или конспекту лекций и подробно разобрать приведенные там примеры; разобрать задачи, рассмотренные на практических занятиях.

Приступая к решению задания, надо разобраться в условии задачи и рисунке.

Чертежи, схемы следует выполнять при помощи чертежных принадлежностей.

Все параметры, необходимые для расчета: векторы, оси координат, углы, размеры должны быть изображены на рисунке.

Решение задачи должно сопровождаться краткими пояснениями.

Работы выполняются на писчей бумаге формата А4 или листах тетради школьного формата.

Образец оформления титульного листа приведен в конце сборника.

Выбор варианта

Из тридцати схем, предлагаемого задания, студент должен выбрать только одну, номер которой соответствует порядковому номеру его фамилии в журнале преподавателя на начало семестра.

Исходные данные к задаче необходимо взять из строки табл. 3.1 номер которой совпадает с номером группы специальности.

Задание, выполненное не по своему варианту, к защите не принимается.

Защита РГР производится в соответствии с графиком учебного процесса.

При защите задания студент должен дать объяснение по его содержанию, уметь решать типовые задачи и давать ответы по теории соответствующего раздела курса.

1. Методические указания по усвоению некоторых понятий статики

1.1 Плоская произвольная система сил - система сил, как угодно расположенных, в одной плоскости.

Для равновесия любой системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор $\bar{F}$ этой системы сил и ее главный момент $\bar{M}_0$ относительно любого центра O были равны нулю, то есть чтобы выполнялись условия

$$\bar{F} = \sum \bar{F}_k = 0, \quad \bar{M}_0 = \sum \bar{M}_0(\bar{F}_k) = 0 \quad (1.1)$$

Из (1.1) вытекают три аналитических условия (уравнения) равновесия плоской произвольной системы сил, которые можно записать в трех различных формах.

Первая (основная) форма условий равновесия:

для равновесия плоской произвольной системы сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил на каждую из координатных осей X и Y и алгебраическая сумма моментов этих сил относительно любой точки O , лежащей в плоскости действия сил, были равны нулю, то есть

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, \\ \sum F_{ky} &= 0, \\ \sum M_O(\bar{F}_k) &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Вторая форма условий равновесия:

$$\begin{aligned} \sum F_{kx} &= 0, \\ \sum M_A(\bar{F}_k) &= 0, \\ \sum M_B(\bar{F}_k) &= 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

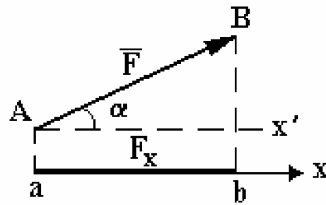
Прямая AB не должна быть перпендикулярна оси X .

Третья форма условий равновесия:

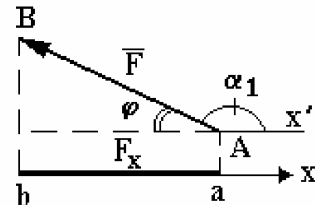
$$\begin{aligned}\sum M_A(\bar{F}_k) &= 0, \\ \sum M_B(\bar{F}_k) &= 0, \\ \sum M_C(\bar{F}_k) &= 0.\end{aligned}\quad (1.4)$$

Точки А, В, С не должны лежать на одной прямой.

1.2 Проекцией силы ($\bar{F}$) на ось (X) называют отрезок ($ab = F_x$), заключенный между перпендикулярами, опущенными из начала (А) и конца (В) вектора силы на эту ось.



$$a) F_x = ab > 0$$



$$b) F_x = -ab < 0$$

Рис. 1.1

Проекция силы на ось (F_x) равна произведению модуля силы (F) на косинус угла между силой ($\bar{F}$) и положительным направлением оси (X).

Из рис. 1.1 следует:

а) если этот угол (α) острый - проекция положительна и

$$F_x = F \cdot \cos \alpha = ab;$$

б) если угол (α_1) тупой - проекция отрицательна и

$$F_x = F \cdot \cos \alpha_1 = -F \cdot \cos \varphi = -ab.$$

Практика показывает, что угол α может быть (рис. 1.2):

$$1) \alpha_1^0 < 90^0 \quad 2) \alpha_2^0 = 90^0 \quad 3) \alpha_3^0 > 90^0 \quad 4) \alpha_4^0 = 180^0 \quad 5) \alpha_5^0 = 0^0$$

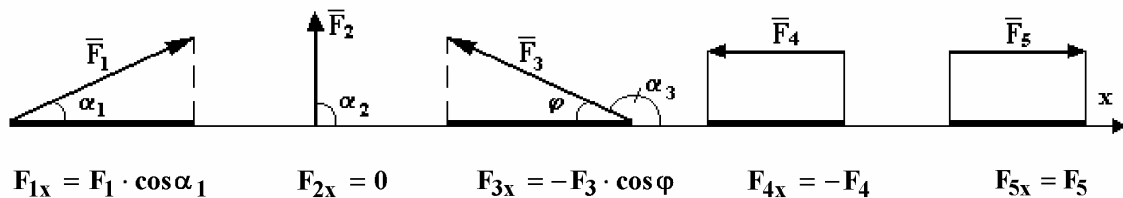


Рис. 1.2

1.3 Моментом силы $\bar{F}$ относительно любой точки О называется произведение модуля силы на плечо, взятое со знаком плюс или минус.

$$M_0(F) = \pm F \cdot h$$



Плюс берется, если сила стремится повернуть тело вокруг точки **O** против хода часовой стрелки, минус, - если, - по ходу часовой стрелки.

Плечо h - кратчайшее расстояние от точки поворота **O** до линии действия силы.

Если линия действия силы пересекает точку **O**, то ее момент относительно этой точки равен нулю, так как $h = 0$.

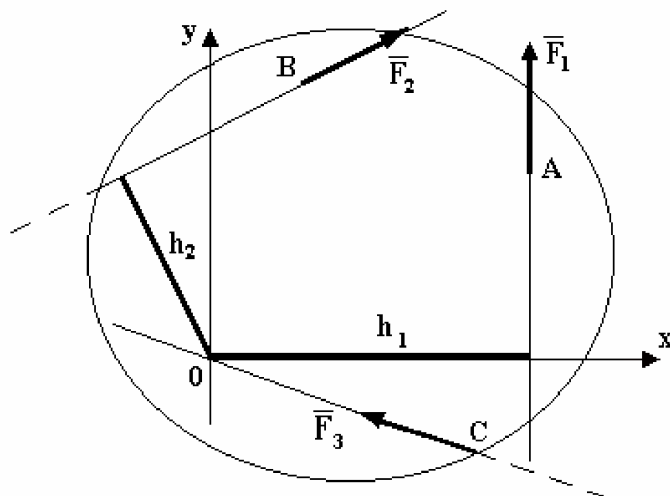


Рис. 1.3

Из рис. 1.3:

$$M_0(\vec{F}_1) = +F_1 \cdot h_1$$

$$M_0(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot h_2$$

$$M_0(\vec{F}_3) = 0, \text{ так как } h_3 = 0.$$

При определении момента силы $\vec{F}_2$, у студента вызывает трудность вычисление плеча h_2 . Поэтому, чтобы упростить эту задачу, надо:

а) разложить силу $\vec{F}_2$ на ее составляющие $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$ параллельно выбранным осям

X и **Y**;

б) применить теорему Вариньона (рис. 1.4)

$$M_0(\vec{F}) = M_0(\vec{F}_x) + M_0(\vec{F}_y). \quad (1.5)$$

Момент равнодействующей силы ($\vec{F}$) относительно точки **O** равен алгебраической сумме моментов составляющих ее сил ($\vec{F}_x, \vec{F}_y$) относительно той же точки **O**.

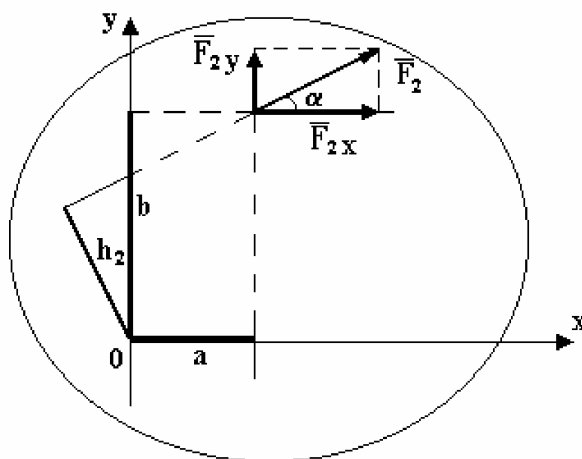


Рис. 1.4

$$M_0(\vec{F}_2) = -F_{2x} \cdot b + F_{2y} \cdot a \text{ или}$$

$$M_0(\vec{F}_2) = -F_2 \cdot \cos \alpha \cdot b + F_2 \cdot \sin \alpha \cdot a.$$

1.4 Парой сил называют две силы $\vec{F}$ и $\vec{F}'$ равные по величине, противоположно направленные и параллельные между собой (рис. 1.5).

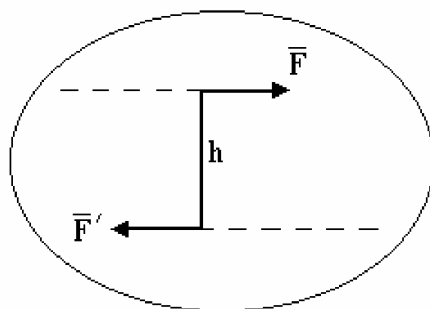


Рис. 1.5

Моментом пары сил называют произведение модуля одной из сил пары на плечо, взятое со знаком плюс или минус, то есть

$$M(\vec{F}, \vec{F}') = \pm F \cdot h.$$

Момент пары считается положительным, если пара, в плоскости ее действия, стремится повернуть тело против хода часовой стрелки, и отрицательным, если, - по ходу.

Плечо пары h - кратчайшее расстояние между линиями действия пары. Так как действие пары сил на твердое тело характеризуется (определяется) только моментом, то рис. 1.6a и рис. 1.6b считаются идентичными

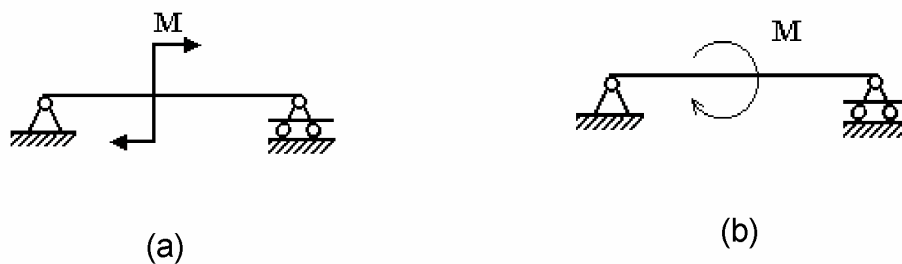


Рис. 1.6

1.5 Распределенные силы - система сил распределенных вдоль поверхности по тому или иному закону.

Плоская система распределенных сил характеризуется ее **интенсивностью q** .

q - значение силы, приходящейся на единицу длины нагруженного отрезка.

Измеряется q в ньютонах, деленных на метр $[q] = \frac{H}{M}$.

При составлении расчетной схемы **распределенную нагрузку заменяют сосредоточенной силой Q** :

- величина силы Q пропорциональна площади эпюры распределения сил;
- направлена сила Q параллельно заданной нагрузке в сторону ее действия;
- линия действия силы Q проходит через центр тяжести той же эпюры распределения сил.

Силы равномерно распределенные вдоль отрезка прямой АВ (рис. 1.7а)

(например, силы тяжести, действующие на однородную балку).

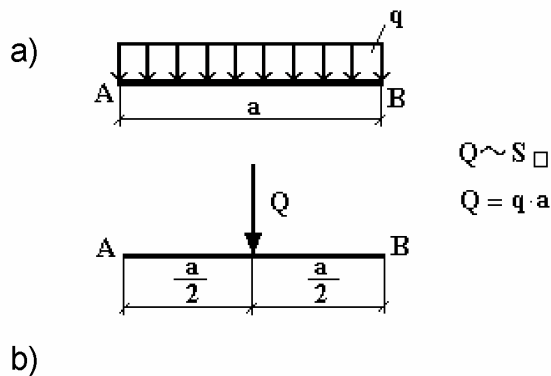


Рис. 1.7

Силы распределенные вдоль отрезка прямой по линейному закону
(рис. 1.8a)
 (например, силы давления воды на пластину).

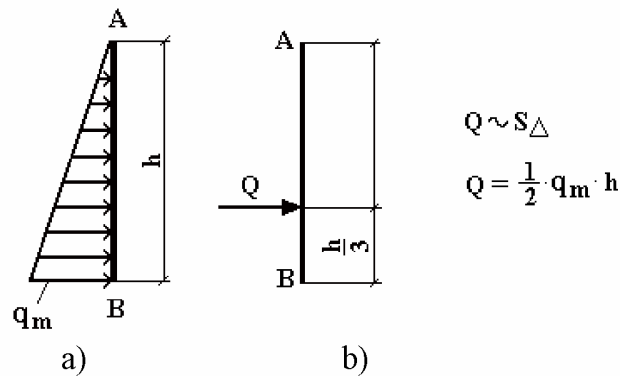
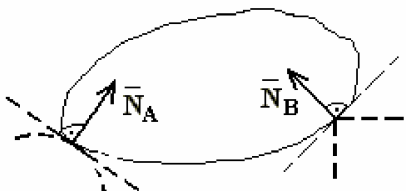


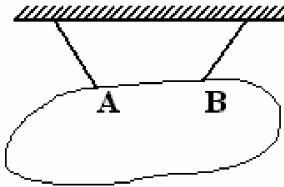
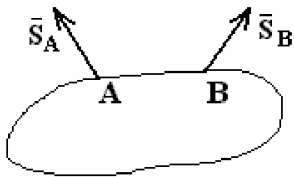
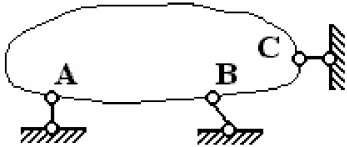
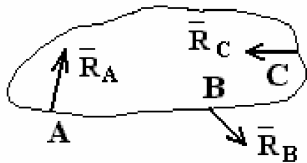
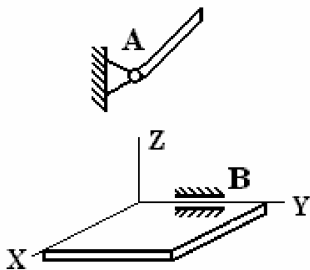
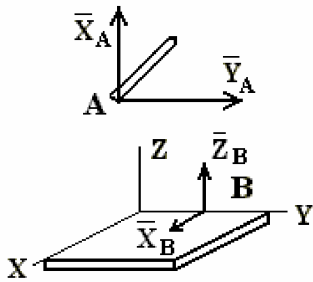
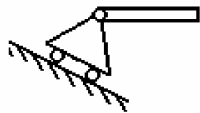
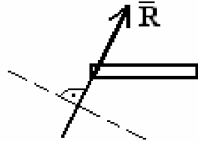
Рис. 1.8

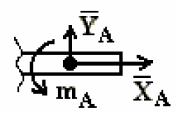
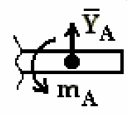
2. Методические указания к решению задач статики.

Решение задач статики, приведенных в данном сборнике, сводится к определению реакций опор, с помощью которых крепятся балки, жесткие рамы, всевозможные конструкции. Определение модулей и направлений сил реакций связей (опор) имеет первостепенное практическое значение, так как, зная реакции, будем знать и силы давления на связь. А это, в свою очередь, позволит, пользуясь законами сопротивления материалов, рассчитать прочность конструкции или сооружения.

Типы связей. Реакции связей

Наименование связей и их обозначение на схемах	Реакции связей
1. Гладкая поверхность (точка А) и уступ (точка В) 	Реакция $\bar{N}$ направлена к телу. Реакция $\bar{N}_A$ гладкой поверхности направлена по общей нормали к поверхностям соприкасающихся тел. Реакция $\bar{N}_B$ уступа направлена по нормали к поверхности опирающегося тела. 

2. Нить 	Реакция $\bar{S}$ направлена вдоль нити от тела (нить работает только на растяжение) 
3. Невесомый стержень с шарнирами на концах 	Реакция $\bar{R}$ направлена вдоль стержня, стержень работает либо на растяжение, либо на сжатие. 
4. Цилиндрический шарнир (подшипник) А – ось подшипника перпендикулярна чертежу В – ось подшипника совпадает с осью Y 	Составляющие реакции лежат в плоскости, перпендикулярной оси шарнира. 
5. Подвижная шарнирная опора (на катках) 	Реакция направлена перпендикулярно опорной плоскости 

6. Заделка а) жесткая  б) скользящая 	Реакции при действии на тело плоской системы сил а) жесткая  б) скользящая 
--	---

2.1 Порядок (план) решения задач.

Приступая к решению задания, необходимо разобраться в условии задачи и рисунке, а затем:

1. Составить расчетную схему, которая включает:
 - объект равновесия,
 - активные (заданные) силы,
 - силы реакции, заменяющие действия отброшенных связей.
2. Определить вид полученной системы сил и выбрать, соответствующие ей, уравнения равновесия;
3. Выяснить, является ли задача статически определимой;
4. Составить уравнения равновесия и определить из них силы реакции;
5. Сделать проверку полученных результатов.

При замене связей (опор) силами реакций помнить:

- если связь препятствует перемещению тела только в одном каком-нибудь направлении, то направление ее реакции противоположно этому направлению;
- если же связь препятствует перемещению тела по многим направлениям, то силу реакции такой связи изображают ее составляющими, показывая их параллельно выбранным координатным осям X и Y .

Решение уравнений равновесия будет тем проще, чем меньшее число неизвестных будет входить в каждое из них. Поэтому, при составлении уравнений равновесия следует:

- 1) координатные оси X и Y располагать так, чтобы одна из осей была перпендикулярна к линии действия хотя бы одной из неизвестных сил, в этом случае проекция неизвестной силы исключается из соответствующего уравнения равновесия;
- 2) за центр моментов выбирать точку, в которой пересекаются линии действия наибольшего числа неизвестных сил реакций, тогда моменты этих сил не войдут в уравнение моментов.

Если сила $\vec{F}$ в плоскости XY имеет две составляющие ее силы $\vec{F}_x$ и $\vec{F}_y$, то при вычислении момента силы $\vec{F}$ вокруг некоторой точки O , полезно приме-

нить теорему Вариньона, вычислив сумму моментов составляющих ее сил относительно этой точки (см. рис. 1.4).

Если к телу в числе других сил приложена пара сил, то ее действие учитывается только в уравнении моментов сил, куда вносится момент этой пары, с соответствующим, знаком.

2.2 Примеры выполнения задания

Выбор варианта описан в предисловии.

Задание 1.

Определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки.

Дано:

Схема балки (рис. 2.1).

$$P = 20 \text{ кН}, G = 10 \text{ кН}, M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 2 \text{ кН/м}, a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, \alpha^0 = 30^0.$$

Определить реакции опор в точках А и В.

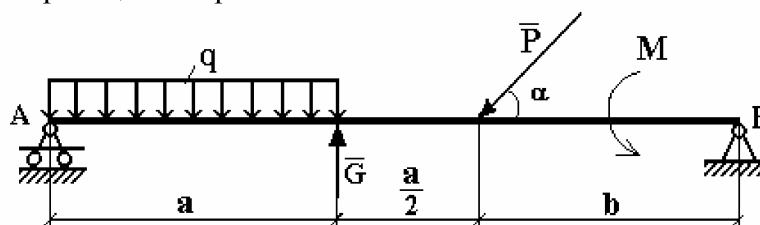


Рис. 2.1

Решение:

Рассмотрим равновесие балки АВ (рис. 2.2).

К балке приложена уравновешенная система сил, состоящая из активных сил и сил реакции.

Активные (заданные) силы:

$\bar{P}$, $\bar{G}$, $\bar{Q}$, пара сил с моментом M , где

$\bar{Q}$ - сосредоточенная сила, заменяющая действие распределенной вдоль отрезка АС нагрузки интенсивностью q .

Величина

$$Q = q \cdot AC = q \cdot a = 2 \cdot 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}} \cdot \text{м} = 4 \text{ кН}.$$

Линия действия силы $\bar{Q}$ проходит через середину отрезка АС.

Силы реакции (неизвестные силы):

$\bar{R}_A$, $\bar{X}_B$, $\bar{Y}_B$.

$\bar{R}_A$ - заменяет действие отброшенного подвижного шарнира (опора А).

Реакция $\bar{R}_A$ перпендикулярна поверхности, на которую опираются катки подвижного шарнира.

$\bar{X}_B$, $\bar{Y}_B$ - заменяют действие отброшенного неподвижного шарнира (опора В).

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B$ - составляющие реакции $\bar{R}_B$, направление которой заранее неизвестно.

Расчетная схема

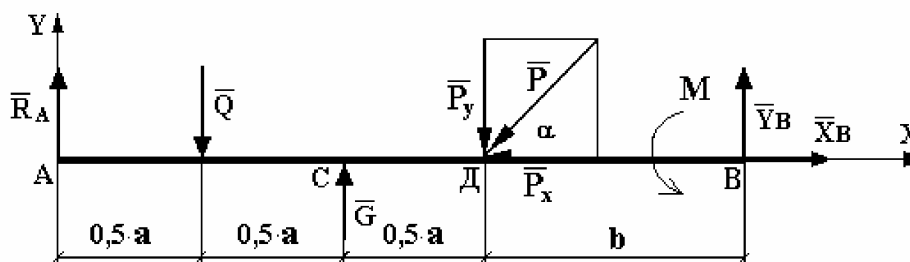


Рис. 2.2

Для полученной плоской произвольной системы сил можно составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{KX} = 0, \quad \sum F_{KY} = 0, \quad \sum M_0(\bar{F}_K) = 0.$$

Задача является статически определимой, так как число неизвестных сил ($\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$) - три - равно числу уравнений равновесия.

Поместим систему координат XY в точку А, ось AX направим вдоль балки. За центр моментов всех сил выберем точку В.

Составим уравнения равновесия:

- 1) $\sum F_{KX} = 0 \rightarrow X_B - P \cdot \cos \alpha = 0;$
- 2) $\sum F_{KY} = 0 \rightarrow R_A - Q + G - P \cdot \sin \alpha + Y_B = 0;$
- 3) $\sum M_B(\bar{F}_K) = 0 \rightarrow M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b) - R_A \cdot (1,5 \cdot a + b) = 0.$

Решая систему уравнений, найдем $\bar{R}_A, \bar{X}_B, \bar{Y}_B$.

$$\textcircled{1} \rightarrow X_B = P \cdot \cos \alpha = 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 20 \cdot 0,866 = 17,32 \text{ кН.}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \rightarrow R_A &= \frac{1}{(1,5 \cdot a + b)} [M + P \cdot \sin \alpha \cdot b - G \cdot (b + 0,5 \cdot a) + Q \cdot (a + b)] = \\ &= \frac{1}{1,5 \cdot 2} \cdot [4 + 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 3 - 10 \cdot (3 + 1) + 4 \cdot (2 + 3)] = \frac{1}{6} \cdot [4 + 30 - 40 + 20] = \\ &= \frac{14}{6} \approx 2,333 \text{ кН.} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \rightarrow Y_B = Q - G + P \cdot \sin \alpha - R_A = 4 - 10 + 20 \cdot \sin 30^\circ - 2,333 = 4 - 2,333 = 1,667 \text{ кН.}$$

Определив $\bar{X}_B, \bar{Y}_B$, найдем величину силы реакции неподвижного шарнира

$$R_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \sqrt{17,32^2 + 1,667^2} = \sqrt{299,9824 + 2,778889} \approx 17,4 \text{ кН.}$$

В целях проверки составим уравнение

$$\sum M_D(\bar{F}_K) = -R_A \cdot 1,5 \cdot a + Q \cdot a - G \cdot 0,5 \cdot a + M + Y_B \cdot b.$$

Если в результате подстановки в правую часть этого равенства данных задачи и найденных сил реакций получим нуль, то задача решена - верно.

$$\begin{aligned} \sum M_D(\bar{F}_K) &= -2,333 \cdot 1,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 4 + 1,667 \cdot 3 = -6,999 + 8 - 10 + 4 + 5,001 = \\ &= 17,001 - 16,999 = 0,002 \approx 0. \end{aligned}$$

Реакции найдены верно. Неточность объясняется округлением при вычислении R_A .

Ответ: $R_A = 2,333 \text{ кН.}$

$$R_B = 17,4 \text{ кН.}$$

Задание 2.

Для заданной плоской рамы определить реакции опор.

Дано:

Схема рамы рис. 2.3

$$P = 20 \text{ кН}, G = 10 \text{ кН}, M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 2 \text{ кН/м}, a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, \alpha^0 = 30^0.$$

Определить реакции опор рамы.

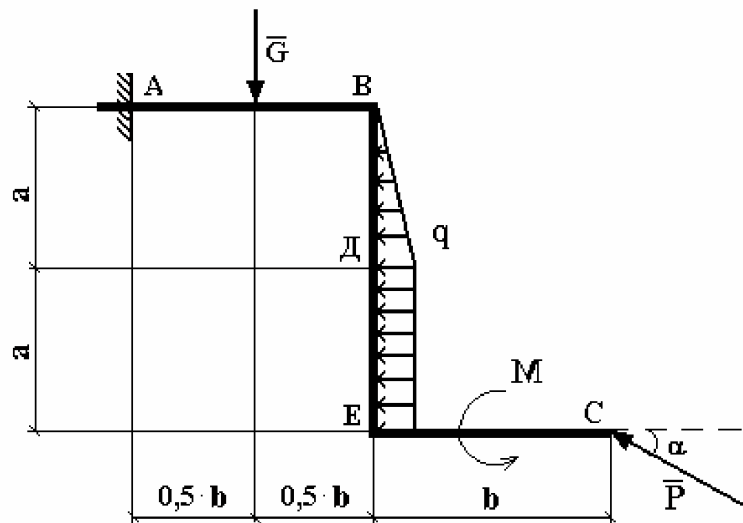


Рис. 2.3

Решение:

Рассмотрим равновесие жесткой рамы ABEC (рис. 2.4).

Расчетная схема

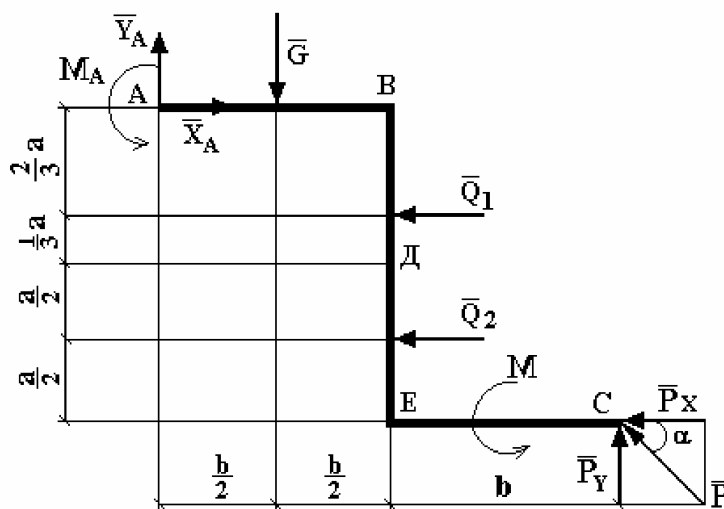


Рис. 2.4

Система сил приложенных к раме состоит из активных сил и сил реакций.

Активные силы:

$\bar{P}$, $\bar{G}$, пара сил с моментом M , $\bar{Q}_1$, $\bar{Q}_2$.

$\bar{Q}_1$, $\bar{Q}_2$ заменяют действие распределенной нагрузки на отрезках ВД и ДЕ.

$$Q_1 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \text{ВД} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ кН.}$$

Линия действия силы $\bar{Q}_1$ проходит на расстоянии $\frac{2}{3} \cdot a$ от точки В.

$$Q_2 = q \cdot \text{ДЕ} = q \cdot a = 4 \text{ кН.}$$

Линия действия силы $\bar{Q}_2$ проходит через середину отрезка ДЕ.

Силы реакции:

$\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$, M_A - заменяют действие жесткого защемления, которое ограничивает любое перемещение рамы в плоскости чертежа.

К раме приложена плоская произвольная система сил. Для нее можем составить три уравнения равновесия:

$$\sum F_{KX} = 0, \sum F_{KY} = 0, \sum M_0(\bar{F}_{KX}) = 0.$$

Задача является статистически определимой, так как число неизвестных тоже три - $\bar{X}_A$, $\bar{Y}_A$, M_A .

Составим уравнения равновесия, выбрав за центр моментов точку А, так как ее пересекают наибольшее число неизвестных сил.

$$1) \sum F_{KX} = 0 \rightarrow X_A - Q_1 - Q_2 - P \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$2) \sum F_{KY} = 0 \rightarrow Y_A - G + P \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$3) \sum M_A(\bar{F}_K) = 0 \rightarrow M_A - G \cdot 0,5 \cdot b - Q_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot a - Q_2 \cdot 1,5 \cdot a + M + P \cdot \sin \alpha \cdot 2b - \\ - P \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cdot a = 0.$$

Решая систему уравнений, найдем X_A , Y_A , M_A .

$$\textcircled{1} \rightarrow X_A = Q_1 + Q_2 + P \cdot \cos \alpha = 2 + 4 + 20 \cdot \cos 30^\circ = 6 + 20 \cdot 0,866 = 23,32 \text{ кН};$$

$$\textcircled{2} \rightarrow Y_A = G + P \cdot \sin \alpha = 10 - 20 \cdot \sin 30^\circ = 10 - 10 = 0;$$

$$\textcircled{3} \rightarrow M_A = G \cdot 0,5 \cdot b + Q_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot a + Q_2 \cdot 1,5 \cdot a - M - P \cdot \sin \alpha \cdot 2b + P \cdot \cos \alpha \cdot 2 \cdot a = 10 \cdot 0,5 \cdot 3 + \\ + 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 + 4 \cdot 1,5 \cdot 2 - 4 - 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 6 + 20 \cdot \cos 30^\circ \cdot 2 \cdot 2 = 15 + \frac{8}{3} + 12 - 4 - 60 + \\ + 80 \cdot 0,866 = 34,947 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для проверки полученных результатов составим уравнение моментов вокруг точки С.

$$\sum M_C(\bar{F}_K) = M + Q_2 \cdot \frac{a}{2} + Q_1 \cdot \left(a + \frac{1}{3} \cdot a \right) + G \cdot 1,5 \cdot b - X_A \cdot 2 \cdot a - Y_A \cdot 2 \cdot b + M_A.$$

Подставляя все значения, получим

$$\sum M_C(\bar{F}_K) = 4 + 4 \cdot \frac{2}{2} + 2 \cdot \left(2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \right) + 10 \cdot 4,5 - 23,32 \cdot 2 \cdot 2 - 0 + 34,947 = 4 + 4 + 5,333 + \\ + 45 - 93,28 + 34,947 = 93,28 - 93,28 = 0.$$

Реакции найдены верно.

Ответ:

$$\left. \begin{array}{l} X_A = 23,32 \text{ кН} \\ Y_A = 0 \end{array} \right\} \rightarrow R_A = X_A = 23,32 \text{ кН}.$$

$$M_A = 34,947 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Задание 3.

Для заданной конструкции, состоящей из двух ломанных стержней, определить реакции опор и давление в промежуточном шарнире С.

Дано:

Схема конструкции (рис. 2.5).

$$P = 20 \text{ кН}, G = 10 \text{ кН}, M = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q = 2 \text{ кН/м}, a = 2 \text{ м}, b = 3 \text{ м}, \alpha^0 = 30^0.$$

Определить реакции опор в точках А и В и давление в промежуточном шарнире С.

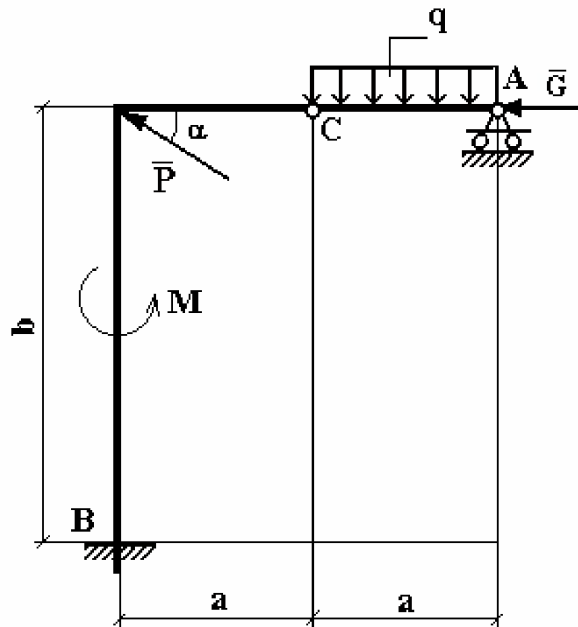


Рис. 2.5

Решение:

Рассмотрим равновесие всей конструкции (рис. 2.6).

К ней приложены:

активные силы $\bar{P}, \bar{G}, \bar{Q}$, пара сил с моментом M , где

$$Q = q \cdot a = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН};$$

силы реакции:

$$\bar{X}_B, \bar{Y}_B, M_B, \bar{R}_A,$$

$\bar{X}_B, \bar{Y}_B, M_B$ - заменяют действие жесткого защемления;

$\bar{R}_A$ - заменяет действие шарнирно-подвижной опоры А.

Расчетная схема

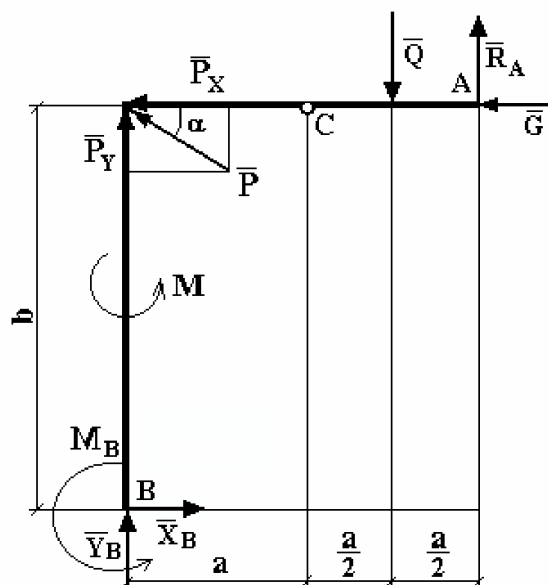


Рис. 2.6

Для полученной плоской произвольной системы сил можем составить три уравнения равновесия, а число неизвестных - четыре - $\bar{X}_B$, $\bar{Y}_B$, M_B , $\bar{R}_A$.

Чтобы задача стала статически определимой, конструкцию расчленим по внутренней связи - шарниру C и получаем еще две расчетные схемы (рис. 2.7, рис. 2.8).

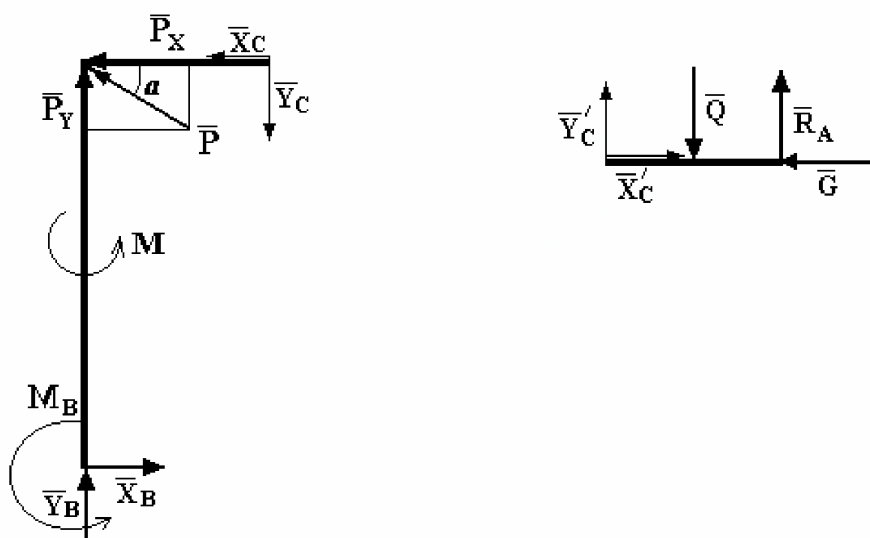


Рис. 2.8

Рис. 2.7

$\bar{X}_C, \bar{Y}_C$ заменяют действие тела AC на тело CB, которое передается через шарнир C. Тело CB передает свое действие на тело AC через тот же шарнир C, поэтому

$$\bar{X}'_C = -\bar{X}_C, \bar{Y}'_C = -\bar{Y}_C; X_C = X'_C, Y_C = Y'_C.$$

Для трех расчетных схем в сумме можем составить девять уравнений равновесия, а число неизвестных - шесть - $\bar{X}_B, \bar{Y}_B, M_B, \bar{R}_A, \bar{X}_C, \bar{Y}_C$, то есть задача стала статически определима. Для решения задачи используем рис. 2.7, 2.8, а рис. 2.6 оставим для проверки.

Тело BC (рис. 2.7)

- 1) $\sum F_{KX} = -X_C + X_B - P \cdot \cos \alpha = 0;$
- 2) $\sum F_{KY} = Y_B + P \cdot \sin \alpha - Y_C = 0;$
- 3) $\sum M_B(\bar{F}_K) = M_B + M + P \cdot \cos \alpha \cdot b + X_C \cdot b - Y_C \cdot a = 0;$

Тело CA (рис. 2.8)

- 4) $\sum M_C(\bar{F}_K) = -Q \cdot \frac{a}{2} + R_A \cdot a = 0;$
- 5) $\sum M_A(\bar{F}_K) = -Y_C \cdot a + Q \cdot \frac{a}{2} = 0;$
- 6) $\sum F_{KX} = X_C - G = 0;$

Решаем систему шести уравнений с шестью неизвестными.

$$\textcircled{6} \rightarrow X_C = G \rightarrow X_C = 10 \text{ кН},$$

$$\textcircled{5} \rightarrow Y_C = \frac{Q \cdot a}{a \cdot 2} = \frac{Q}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ кН},$$

$$\textcircled{4} \rightarrow R_A = \frac{Q \cdot a}{a \cdot 2} = \frac{Q}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ кН}.$$

$$\textcircled{1} \rightarrow X_B = X_C + P \cdot \cos \alpha = 10 + 20 \cdot \cos 30^\circ \approx 10 + 20 \cdot 0,866 = 27,32 \text{ кН}.$$

$$\textcircled{2} \rightarrow Y_B = Y_C + P \cdot \sin \alpha = 2 - 20 \cdot \sin 30^\circ \approx 2 - 10 = -8 \text{ кН}.$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \rightarrow M_B &= Y_C \cdot a - X_C \cdot b - P \cdot \cos \alpha \cdot b - M = 2 \cdot 2 - 10 \cdot 3 - 20 \cdot \cos 30^\circ \cdot 3 - 4 = \\ &= 4 - 30 - 51,96 - 4 = -81,96 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Проверка:

$$\begin{aligned} \sum M_C(\bar{F}_K) &= X_B \cdot b - Y_B \cdot a + M_B + M - P \cdot \sin \alpha \cdot a - Q \cdot \frac{a}{2} + R_B \cdot a = 27,32 \cdot 3 + 8 \cdot 2 - 81,96 + \\ &+ 4 - 20 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2 - 4 \cdot \frac{2}{2} + 2 \cdot 2 = 81,96 + 16 - 81,96 + 4 - 20 - 4 + 4 = 105,96 - 105,96 = 0. \end{aligned}$$

Реакции внешних опор в точках А и В найдены верно. Давление в шарнире С вычисляем по формуле $N_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = \sqrt{104} \approx 10,2 \text{ кН}$.

Ответ:

$$\begin{aligned} X_B &= 27,32 \text{ кН}, \\ Y_B &= -8 \text{ кН}, \\ M_B &= -81,96 \text{ кН} \cdot \text{м}, \\ R_A &= 2 \text{ кН}, \\ X_C &= 10 \text{ кН}, \\ Y_C &= 2 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Минусы означают, что направления $\bar{Y}_B$ и M_B надо изменить на противоположные.

3. Задания для расчетно-графических работ (РГР) по статике.

Таблица 3.1

Исходные данные к расчетно-графическим работам.

	Вариант (номер группы)	Нагрузка				Размеры		Углы	
		P кН	G кН	q кН/м	M кН* м	a м	b м	α градус	β градус
ТГВ	1	10	8	1,2	12	2	3	30	60
	2	15	6	1,0	8	3	2	60	30
	3	20	4	0,6	6	2,5	1,5	45	30
	4	25	2	0,4	4	1,5	2,5	45	60
ВиВ	1	6	24	2,0	10	3,2	2,4	60	45
	2	12	18	0,8	6	3,0	2,2	30	45
	3	8	12	1,0	2	2,4	3,0	30	30
	4	10	6	0,6	14	2,6	1,4	60	60

Примечание:

$\bar{P}, \bar{G}$ - сосредоточенные силы;

M - момент пары сил;

q - интенсивность нагрузки, распределенной вдоль отрезка.

Задание 1.

Определить реакции опор горизонтальной балки от заданной нагрузки. Схемы балок показаны на рис 3.1 - 3.4. Необходимые для расчета данные приведены в табл. 3.1.

Задание 2.

Для заданной плоской рамы определить реакции опор. Схемы рам показаны на рис. 3.5 - 3.12; исходные данные приведены в табл. 3.1

Задание 3.

Для заданной конструкции, состоящей из двух ломаных стержней, определить реакции опор и давление в промежуточном шарнире С. Схемы конструкций показаны на рис. 3.13 - 3.20; исходные данные приведены в табл. 3.1.

Задание 1

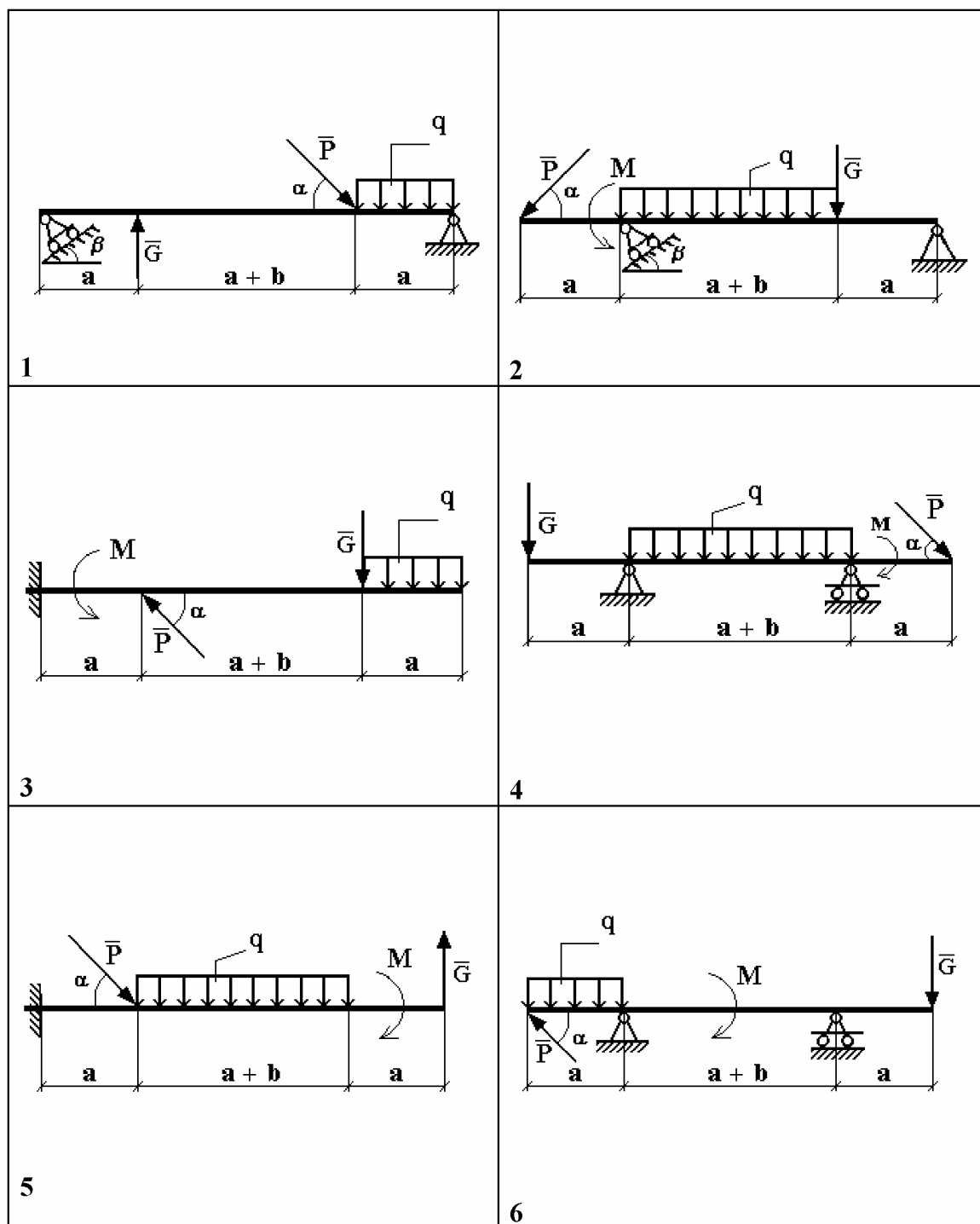


Рис. 3.1

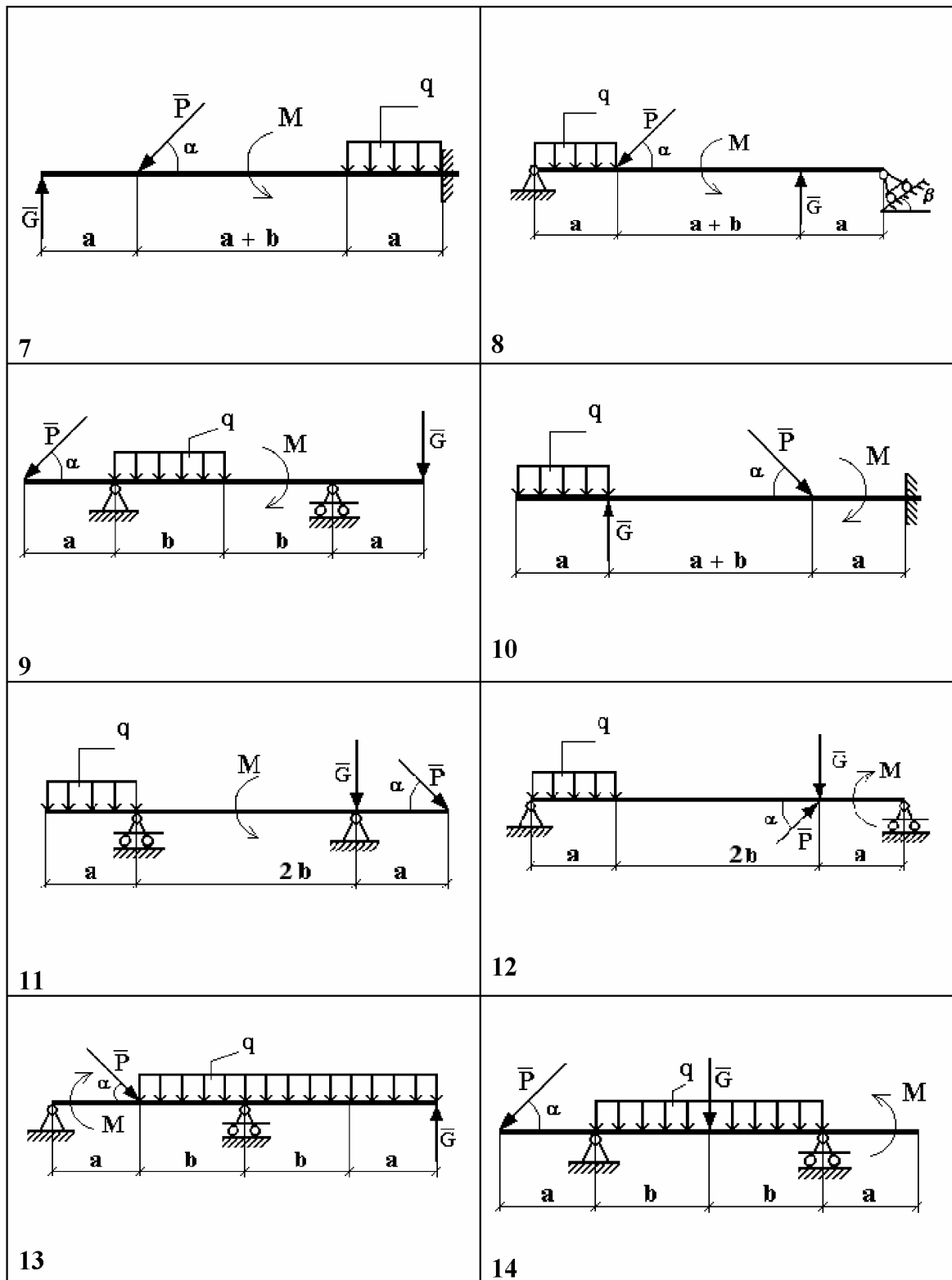


Рис. 3.2

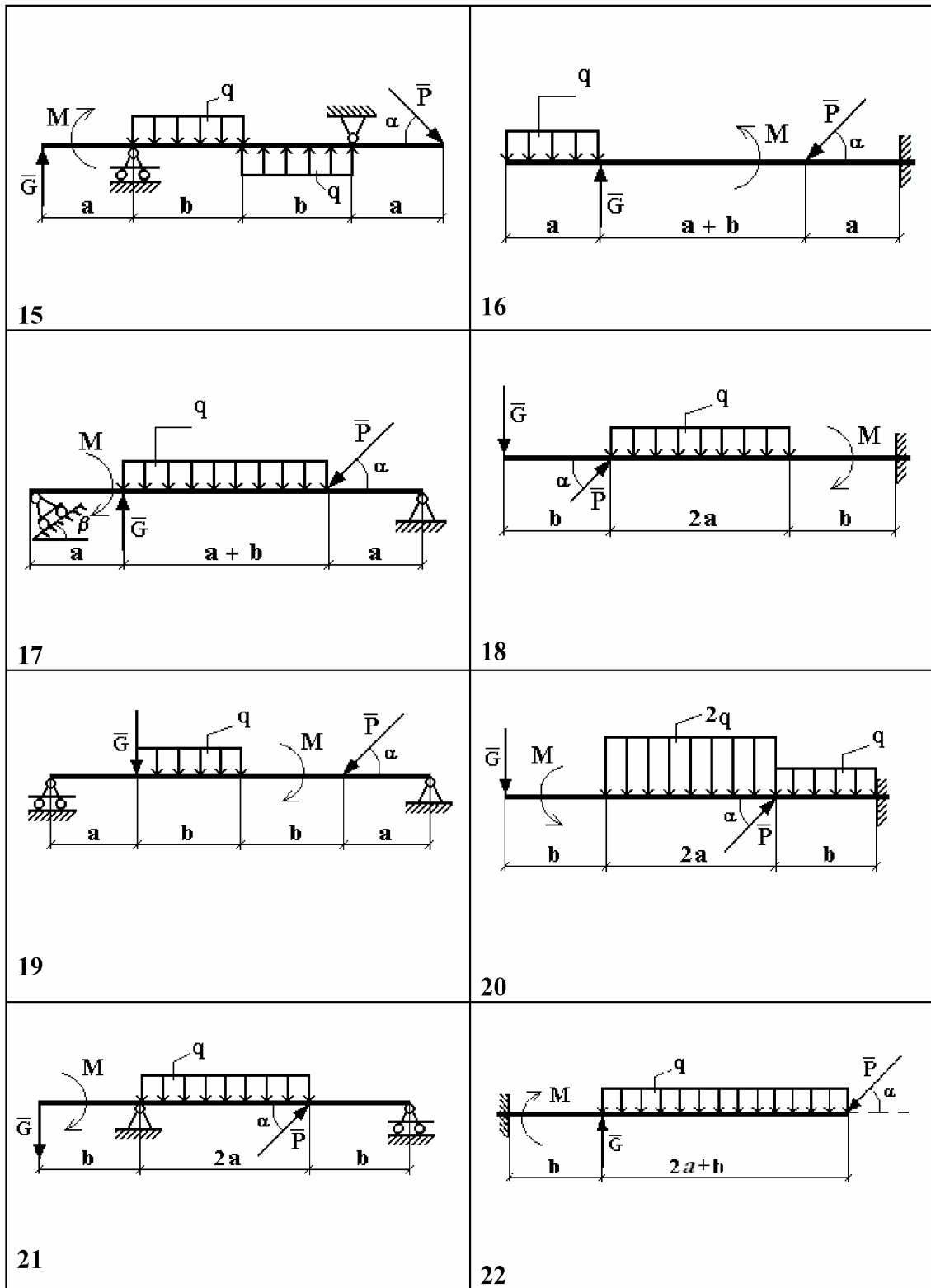


Рис. 3.3

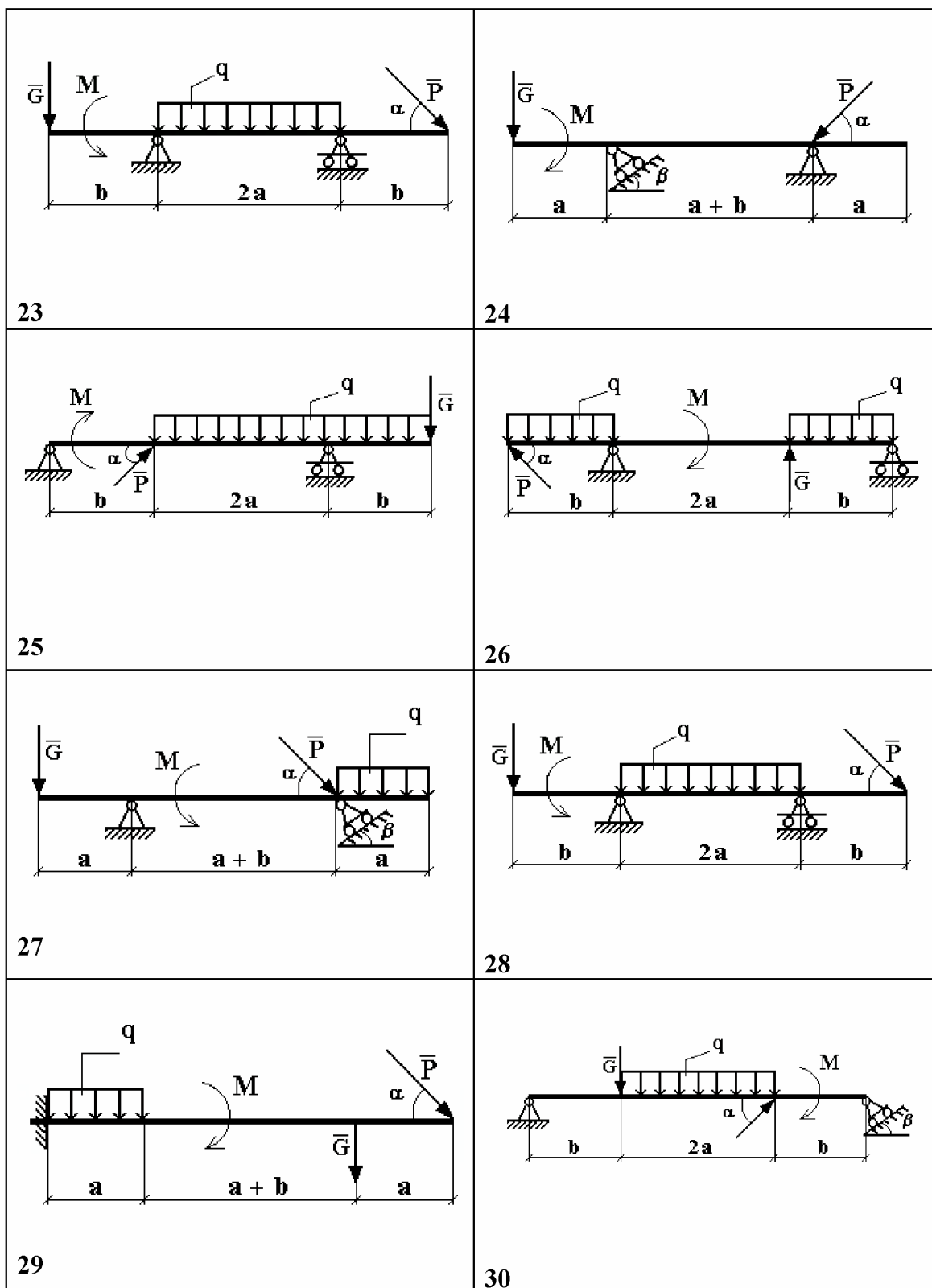


Рис. 3.4

Задание 2.

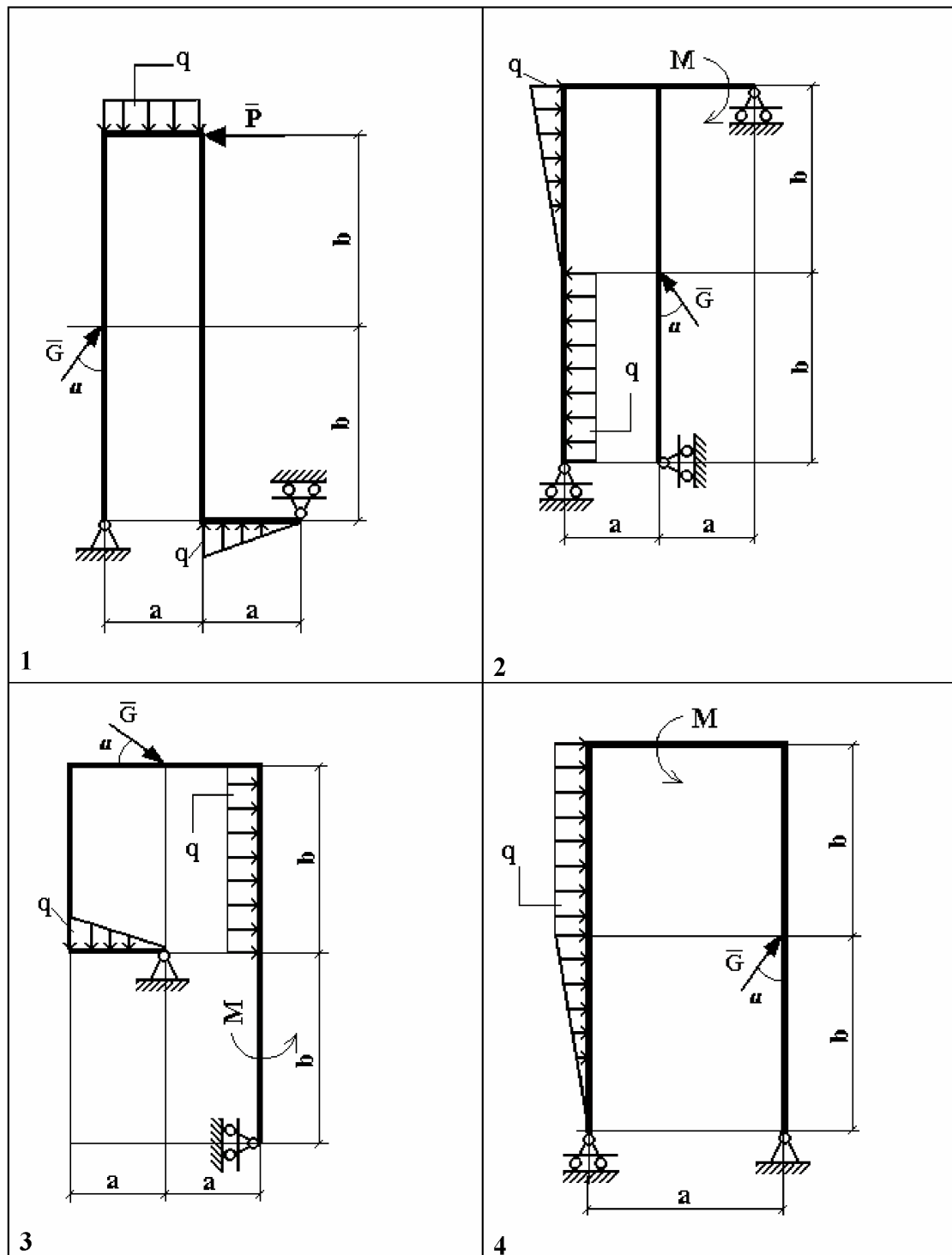


Рис. 3.5

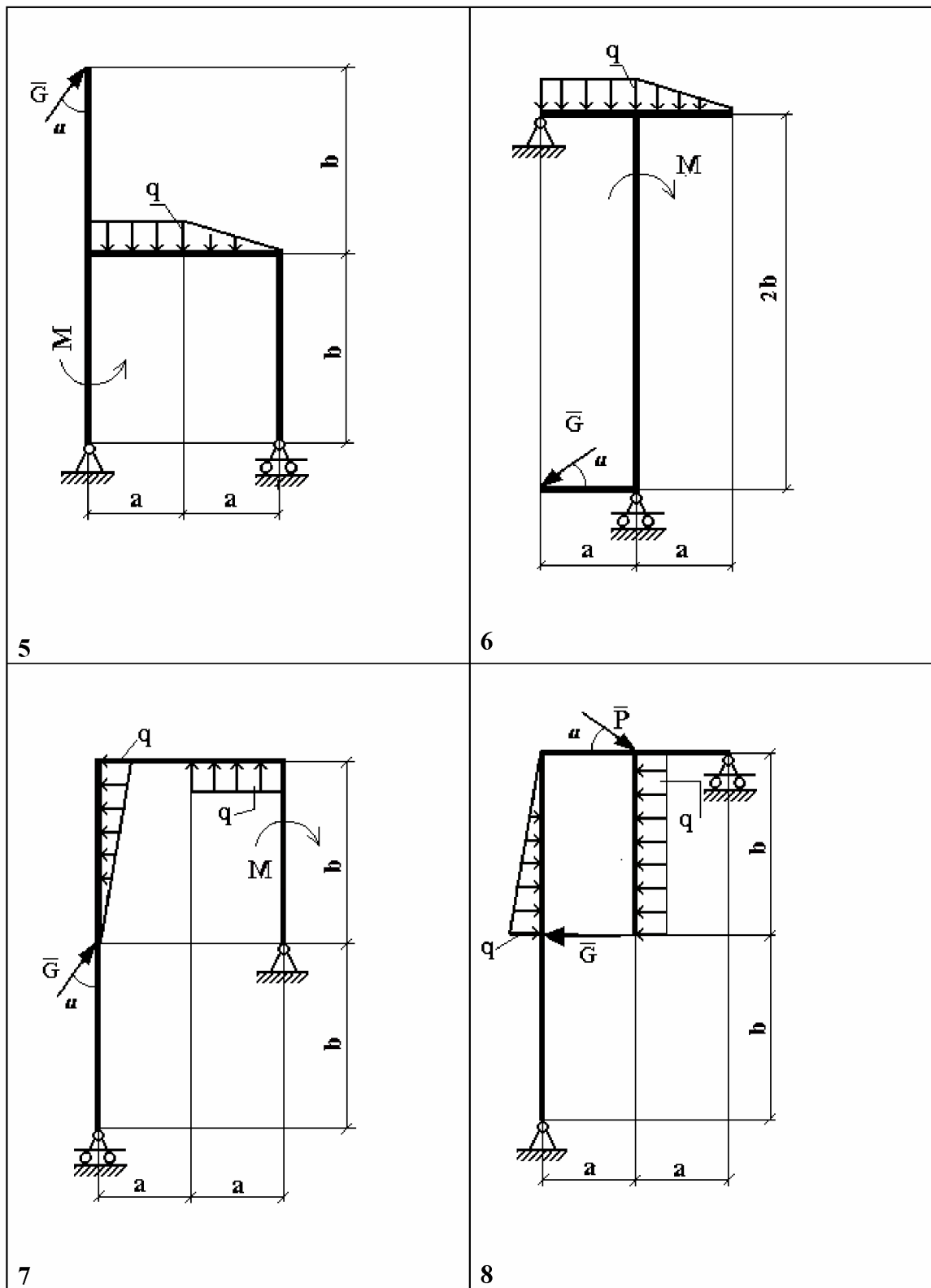


Рис. 3.6

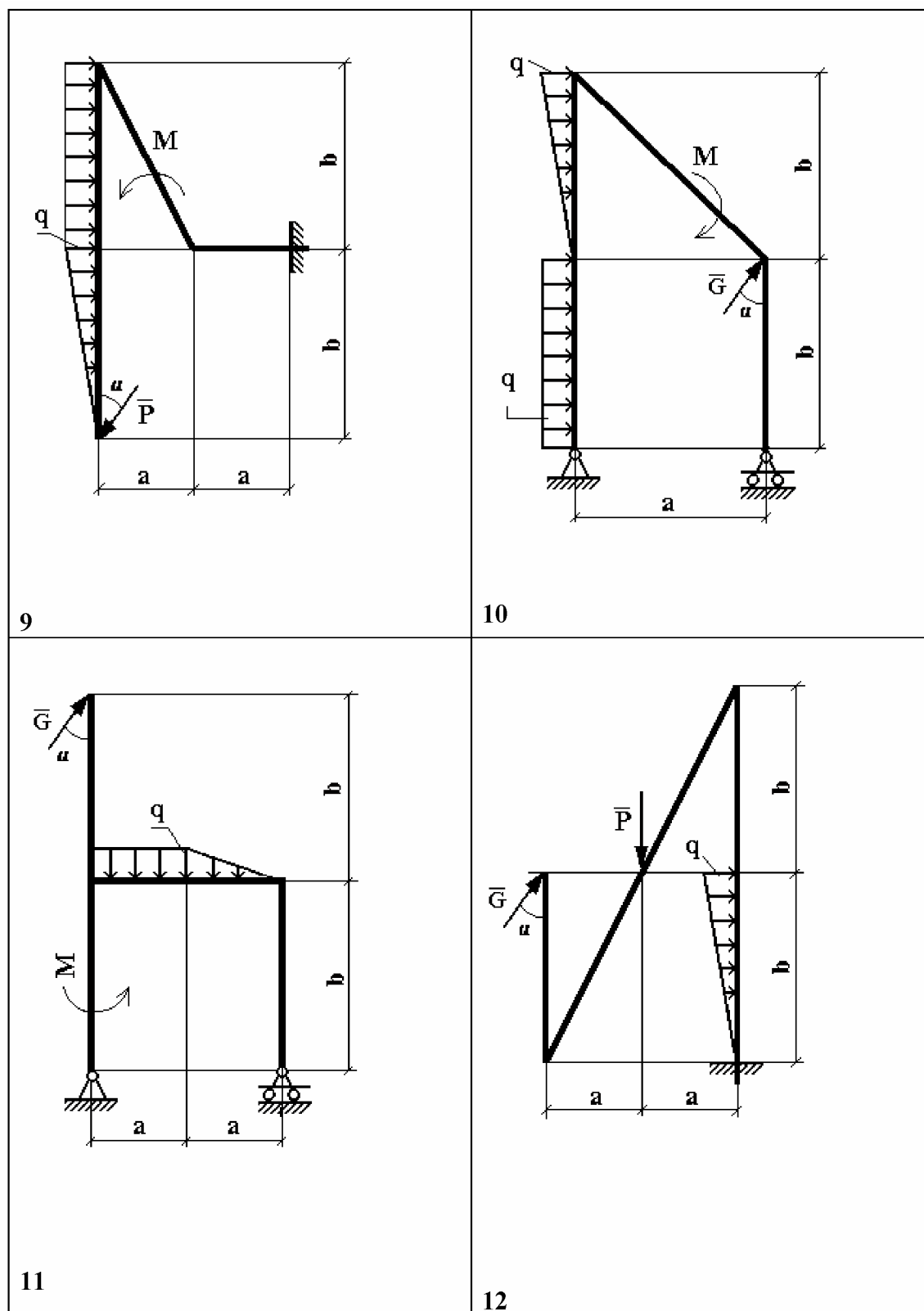
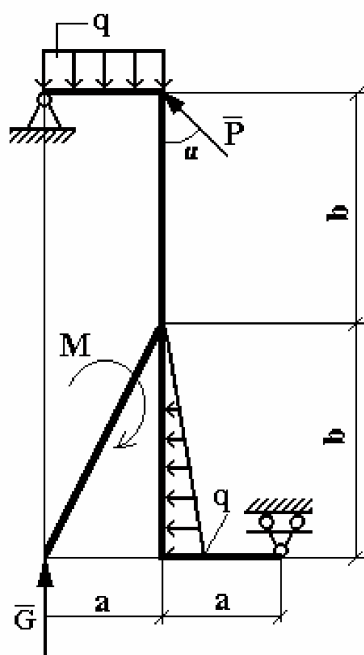
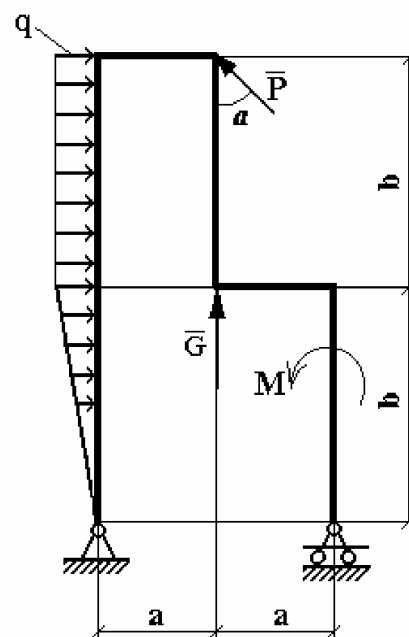


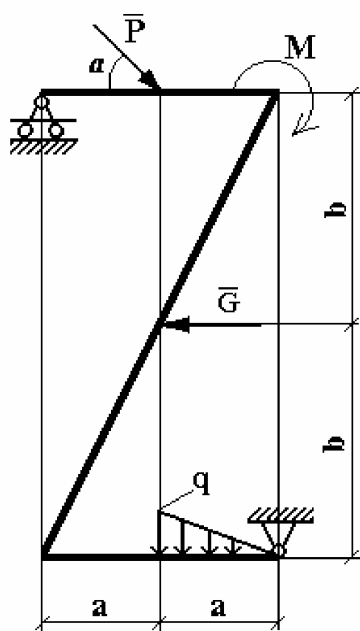
Рис. 3.7



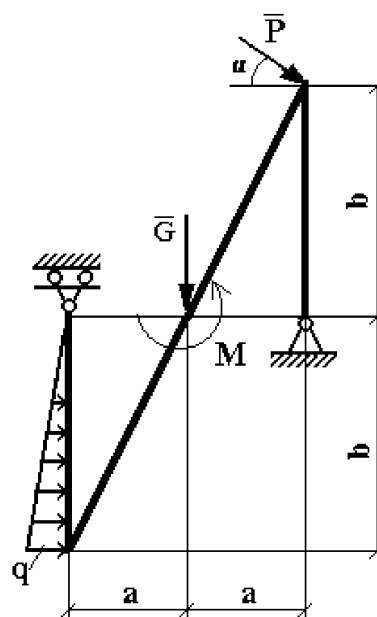
13



14



15



16

Рис. 3.8

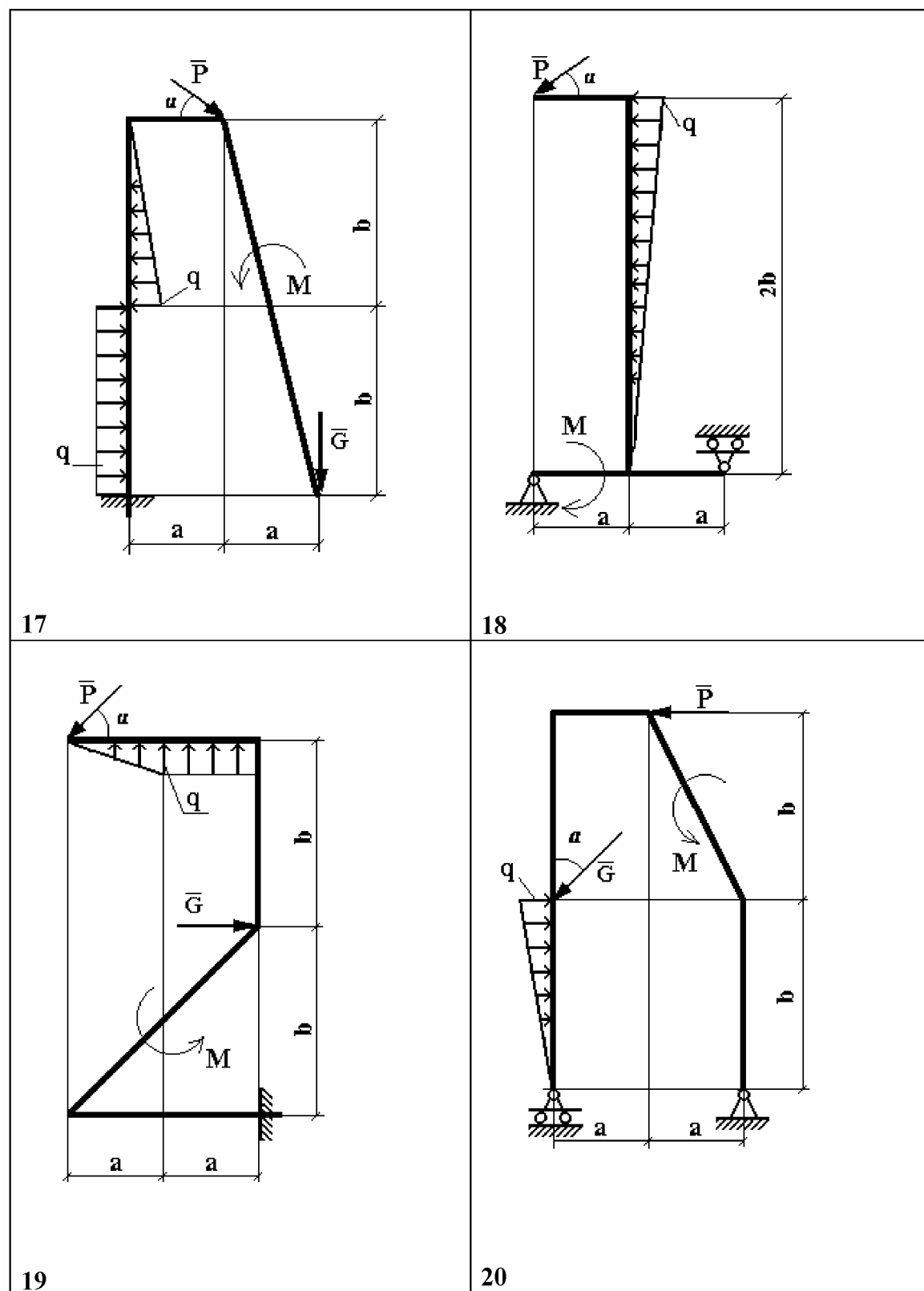
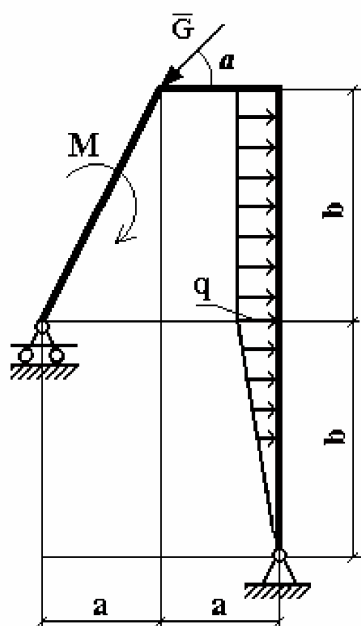
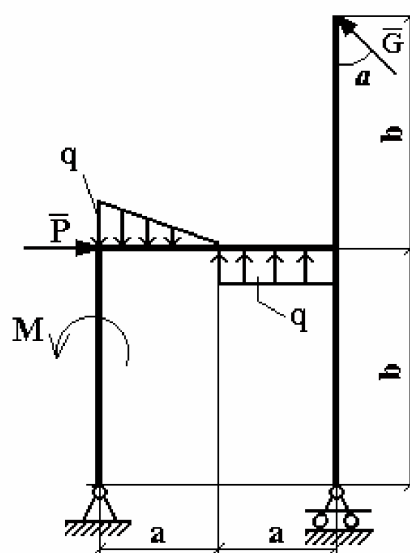


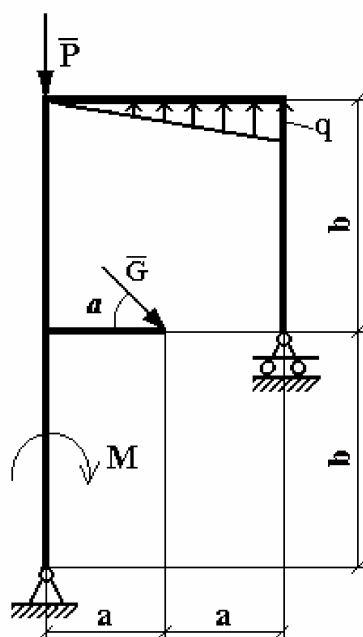
Рис. 3.9



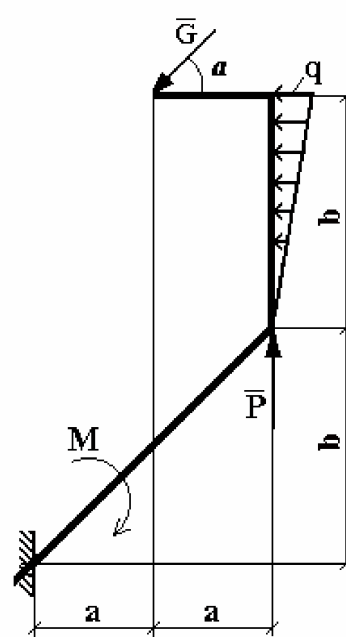
21



22



23



24

Рис. 3.10

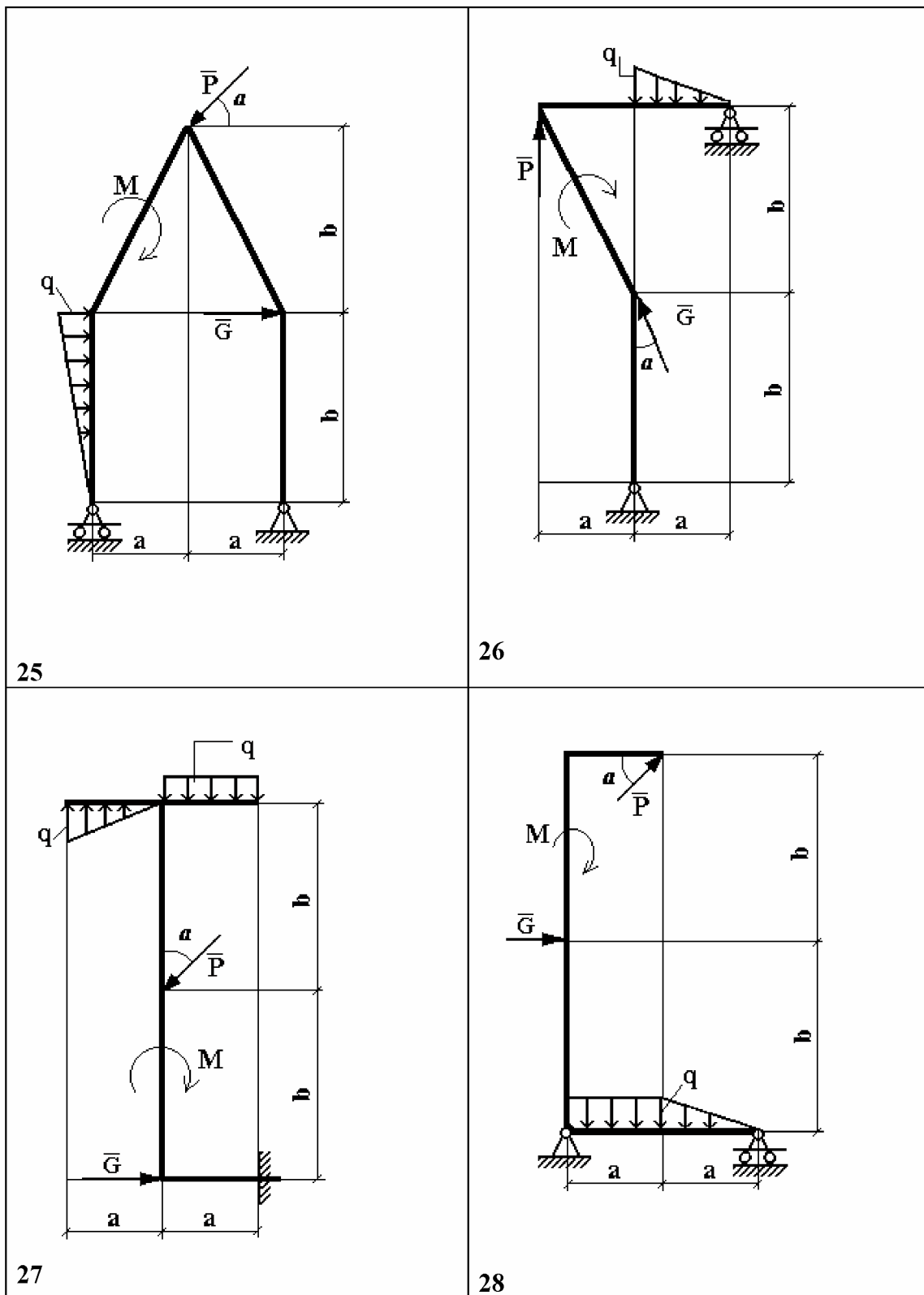


Рис. 3.11

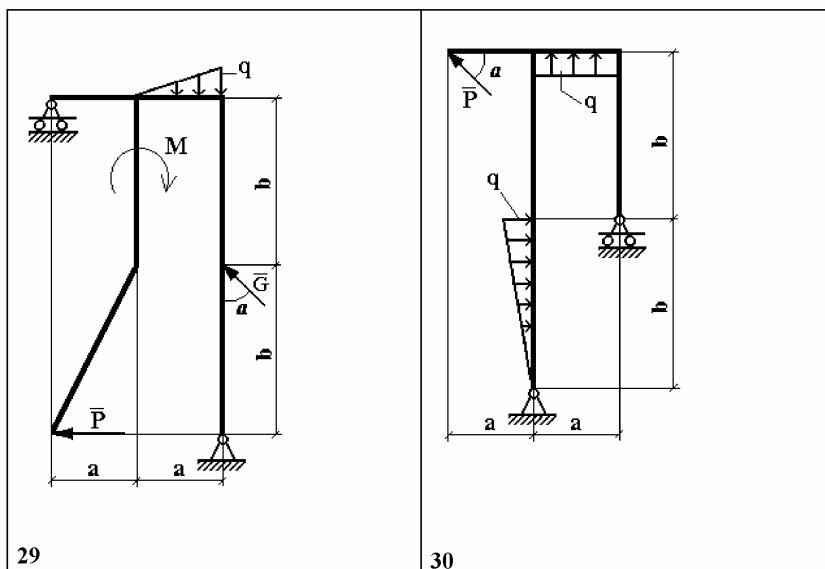


Рис. 3.12

Задание 3.

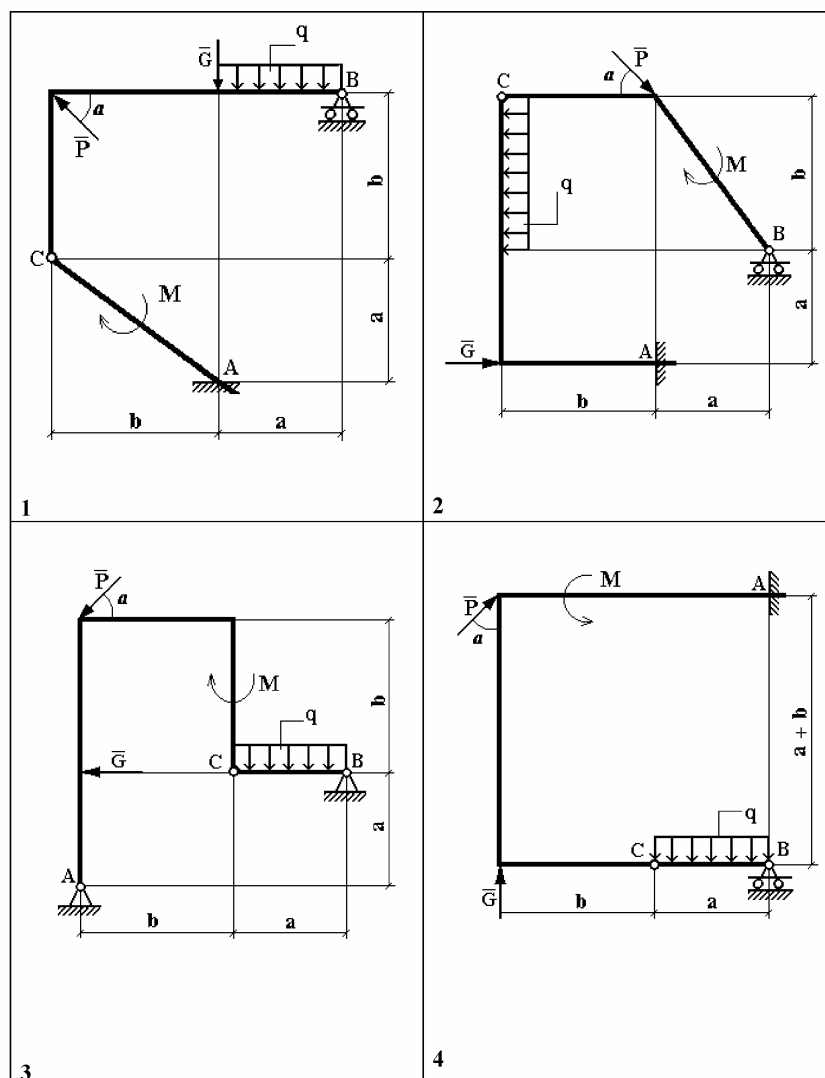


Рис. 3.13

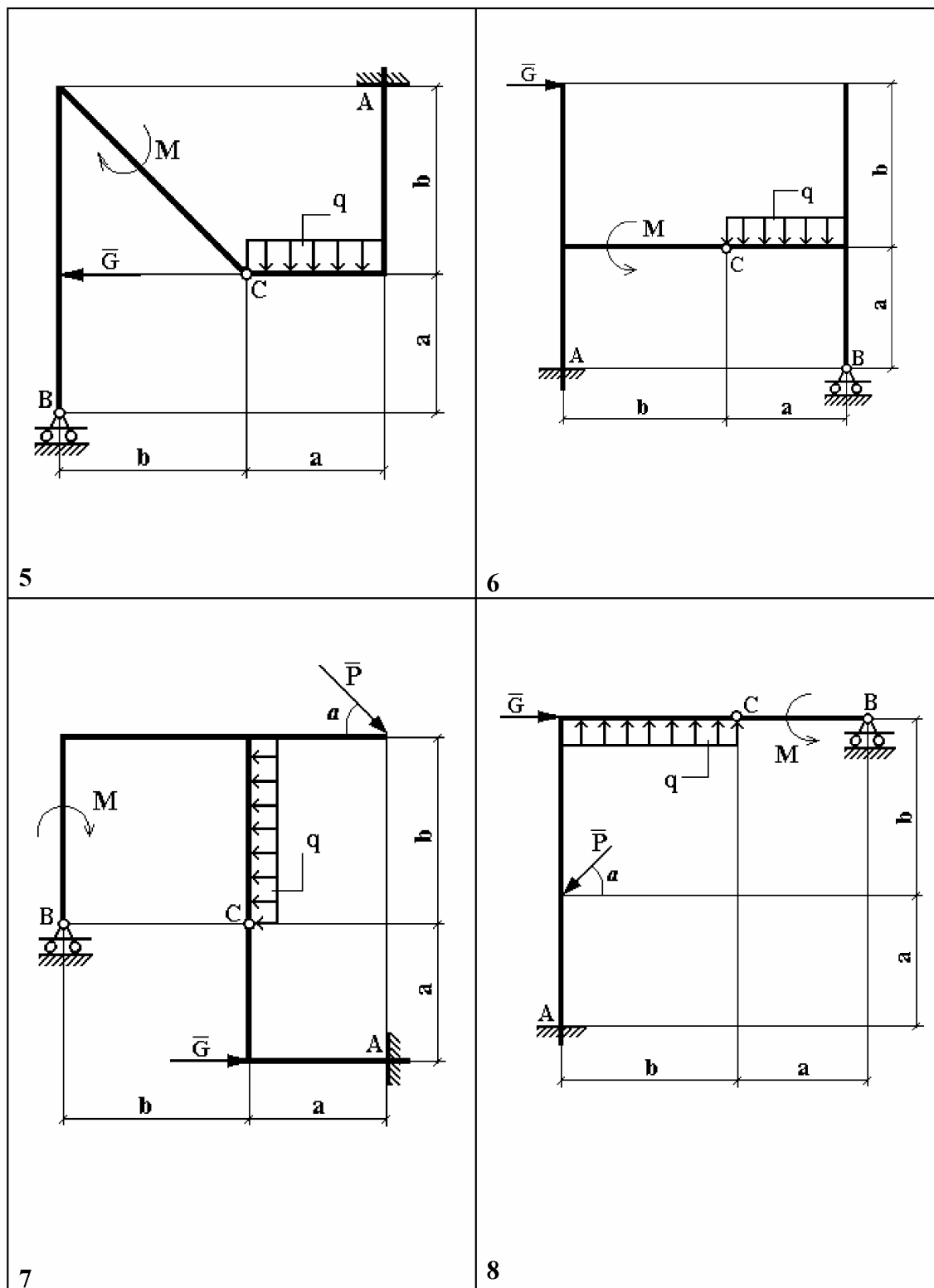
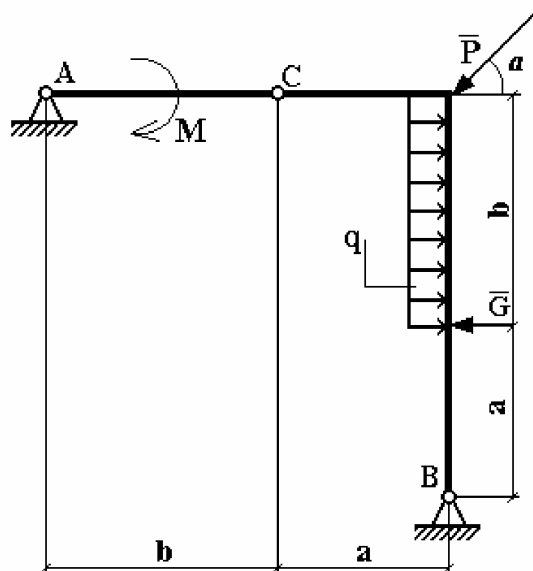
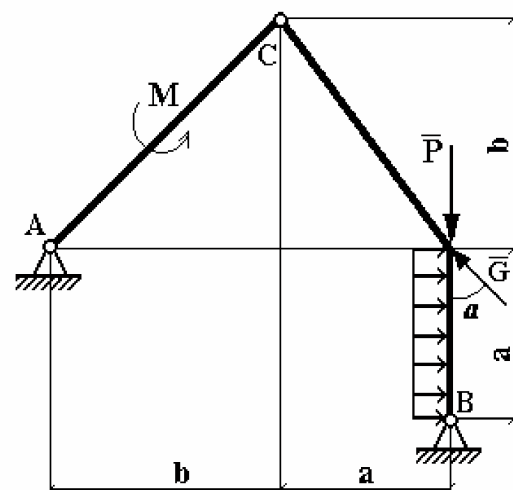


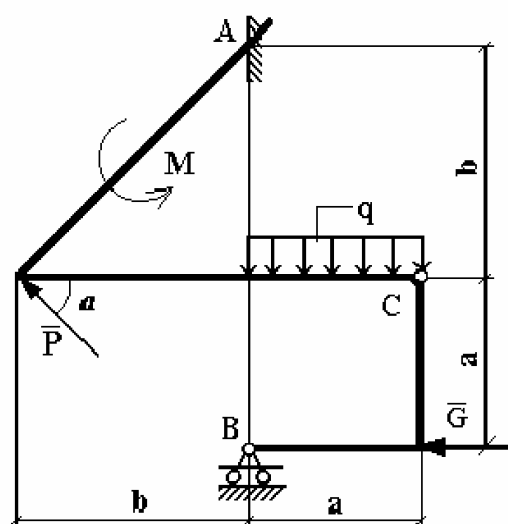
Рис. 3.14



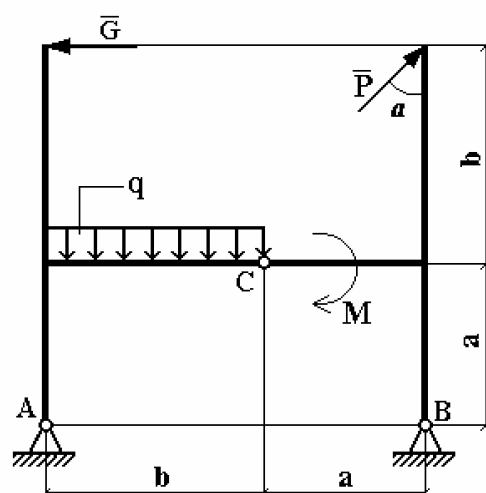
9



10



11



12

Рис. 3.15

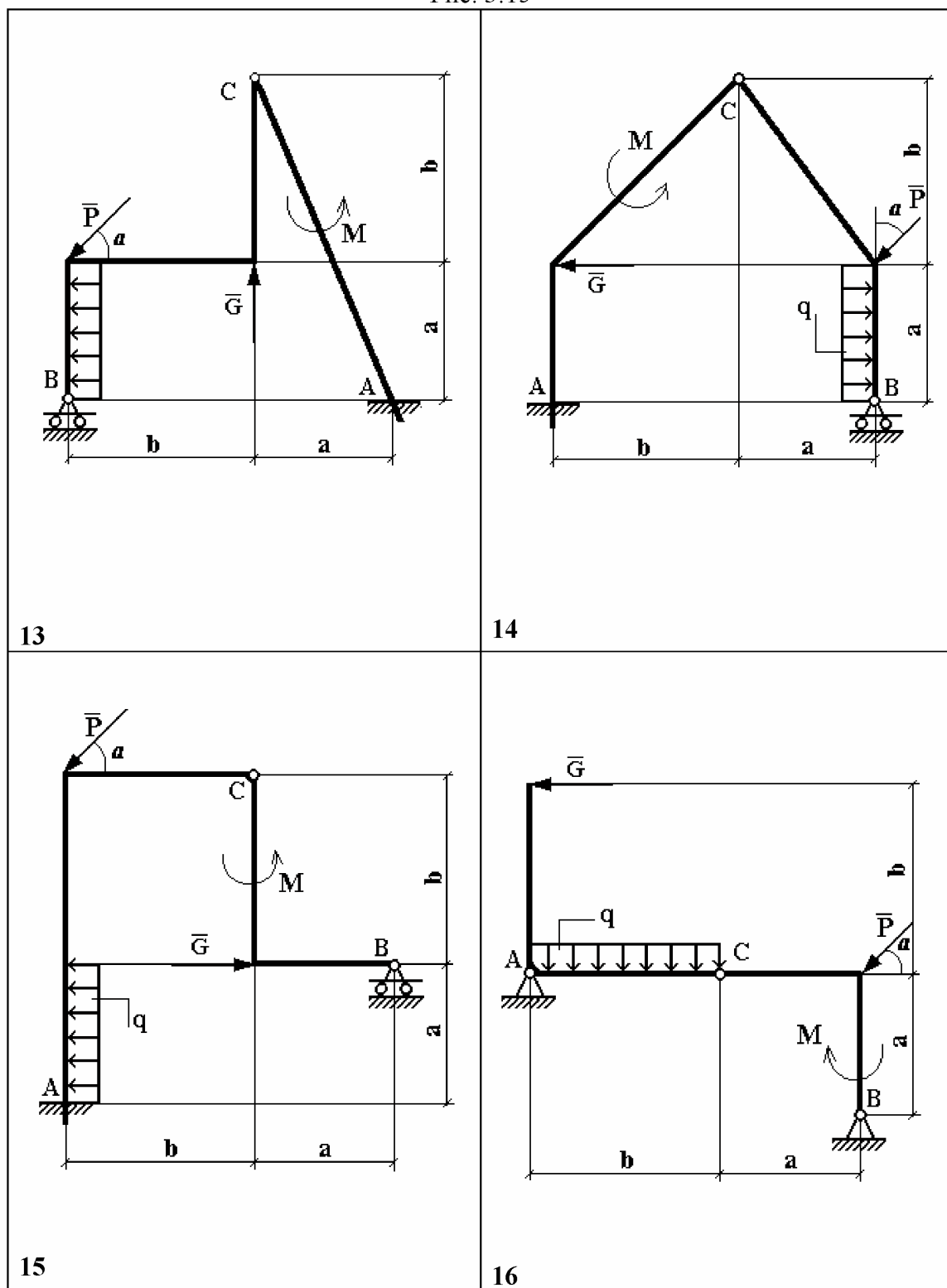


Рис. 3.16

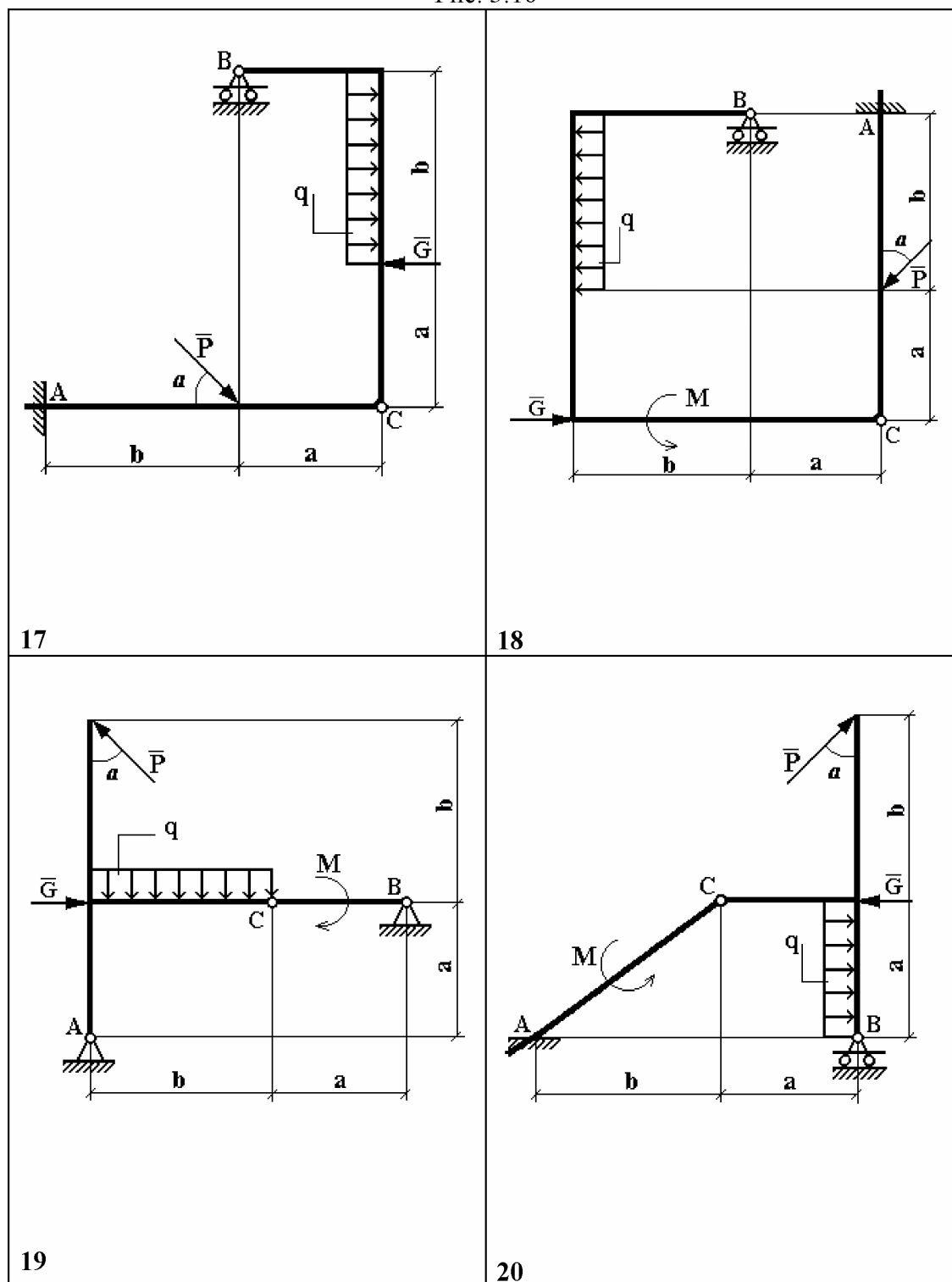


Рис. 3.17

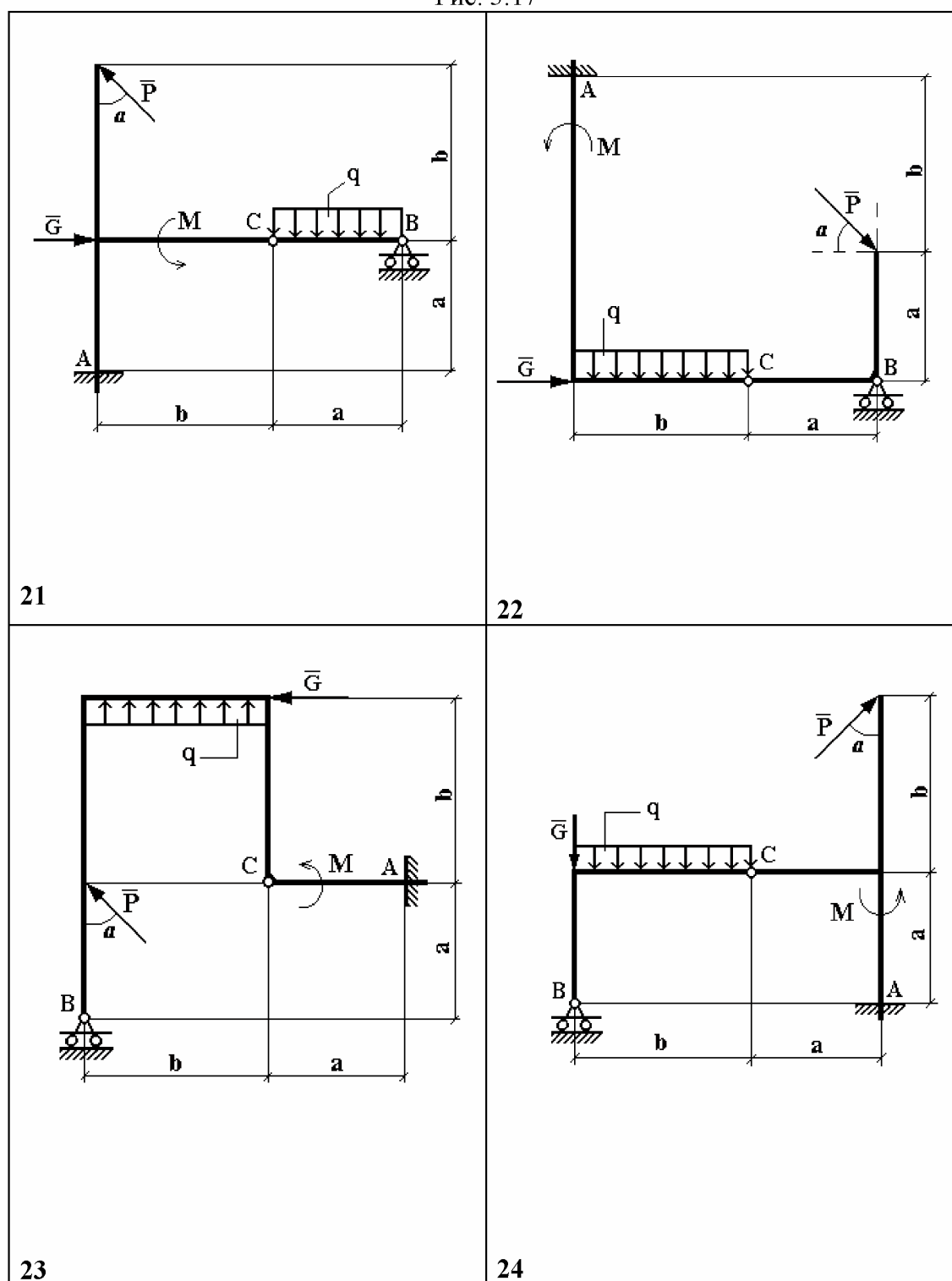


Рис. 3.18

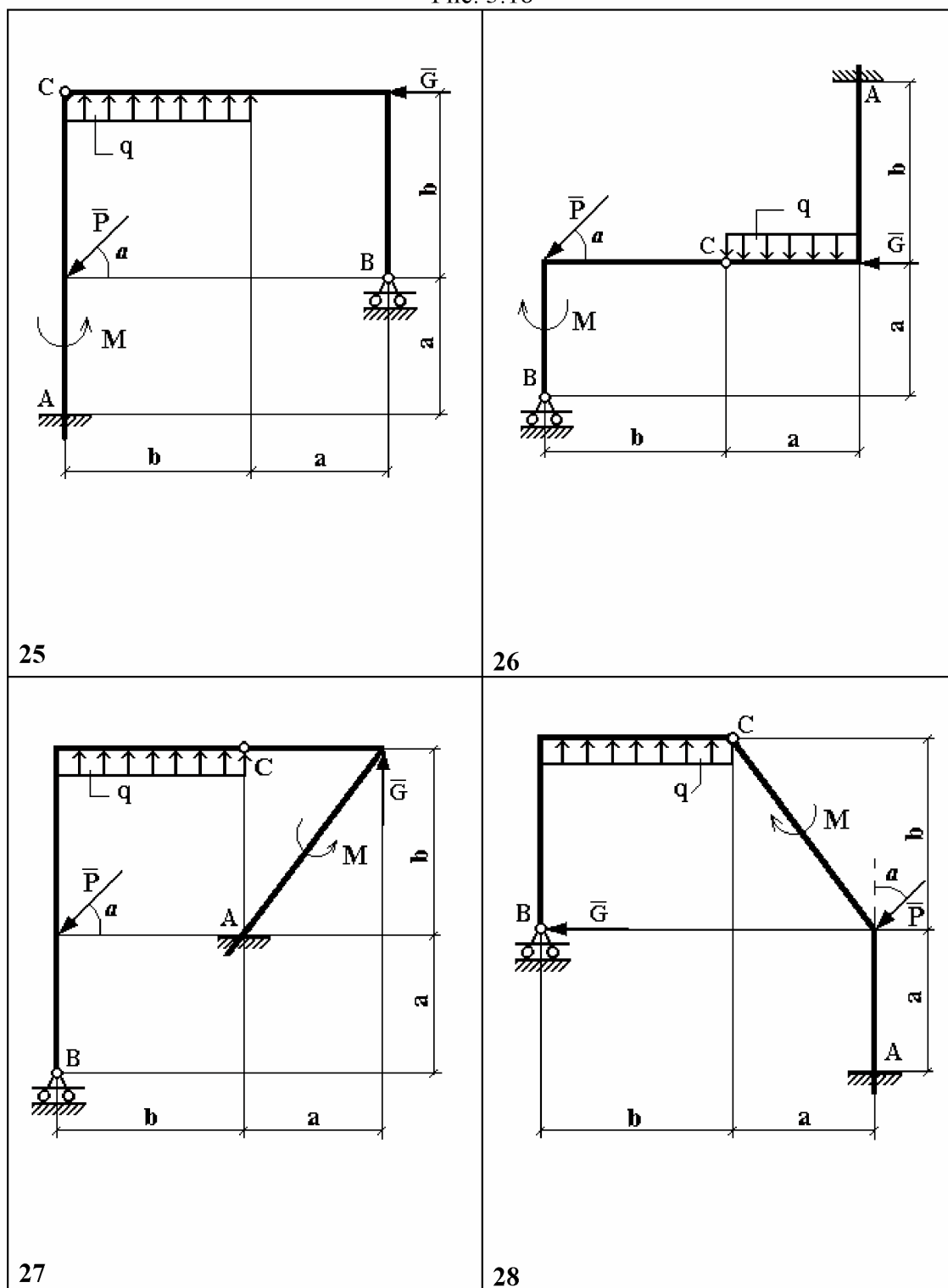


Рис. 3.19

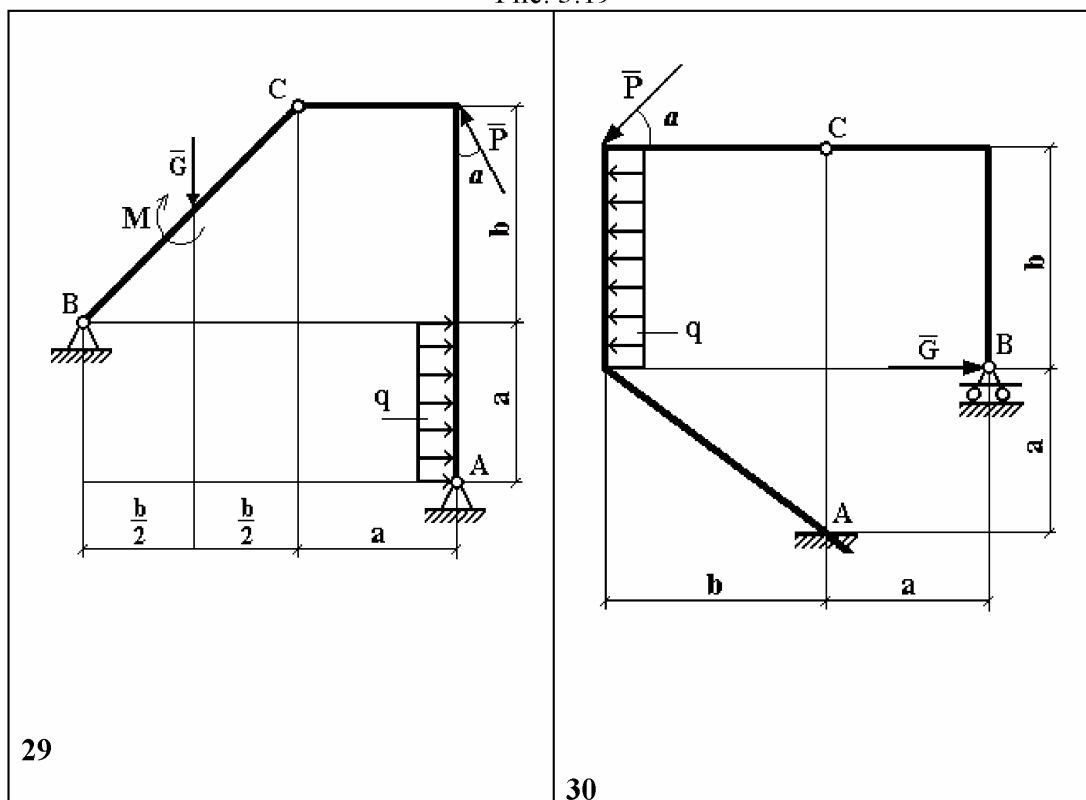


Рис. 3.20

Литература:

1. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах. - М., Ч.1: 1984 и предыдущие издания, - 512 с.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. - М., Т.1: 1985 и предыдущие издания, - 240 с.
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. (под общей редакцией проф. А.А. Яблонского). - М., Высшая школа: 1985 и предыдущие издания, - 367 с.
4. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. - М: 1995 и предыдущие издания, - 416 с.
5. Яблонский А.А., Никифоров В.М. Курс теоретической механики. М., Ч.1, 1984 и предыдущие издания, - 368 с.