

**ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА  
ТЕОРИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ**  
Учебное пособие

Рассмотрены кинематические схемы и принципы построения гироскопических приборов: гиромаятника, гировертикалей, гироскопа направления, гиромагнитного и гироиндукционного компасов, гироскопических компасов. Проведен теоретический анализ работы этих приборов при различных режимах движения объекта. Получены формулы для расчета погрешностей этих приборов.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Современный мир насыщен разнообразными объектами перемещающимися в околоземном пространстве по Земле и в воздухе, по воде и под водой. Для обеспечения определенной ориентации подвижных объектов, управления их движением необходимы на борту устройства, которые моделируют базовую (опорную) систему координат, позволяющую определять положение подвижного объекта в его вращении относительно центра масс, а также выдерживать необходимое направление движения. На подвижном объекте должен быть прибор, который непрерывно хранит направления связанные с Землей: направление вертикали места, направление на Север, иное направление в азимуте. В основе таких приборов – трехстепенный гироскоп (благодаря его замечательным свойствам).

Первое свойство свободного трехстепенного гироскопа заключается в сохранении неизменным направления главной оси в инерциальном пространстве. Второе свойство отражает реакцию гироскопа на воздействие внешним моментом. При приложении внешнего момента к оси внутренней или наружной рамки происходит вращение главной оси гироскопа относительно оси перпендикулярной той, по которой приложен внешний момент. Это движение называется прецессией. Гироскоп в прецессионном движении ведет себя как безынерционная механическая система: при приложении постоянного внешнего момента скорость прецессии мгновенно становится постоянной величины и мгновенно прекращается при снятии момента. Третье свойство гироскопа характеризует реакцию на удар. При ударе главная ось практически не изменяет своего положения, а совершает высокочастотные колебания. Это движение гироскопа называется нутацией. В реальных гироскопах нутационные колебания быстро затухают из-за моментов трения в осях подвеса.

Эти свойства гироскопа используются при построении указателей вертикали места, гироскопов направления, гиромагнитных и гироиндукционных компасов, гироскопических компасов, которые составляют содержание данного учебного пособия.

# 1. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ УКАЗАТЕЛИ ВЕРТИКАЛИ МЕСТА

## 1.1. Вертикаль места. Математический и физический маятники

Понятие вертикали места связано с Землей. При изучении гироскопических приборов в большинстве практических задач Земля рассматривается в виде сферы (рис. 1.1 $a$ )) радиусом  $R = 6371\text{ км}$ . Земля вращается вокруг оси север-юг называемой осью суточного вращения Земли со скоростью  $U = 7,2921 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ .

Рассмотрим силы, действующие на материальную точку  $M$ , подвешенную на нити и находящуюся в покое относительно Земли [2] (рис. 1.1).

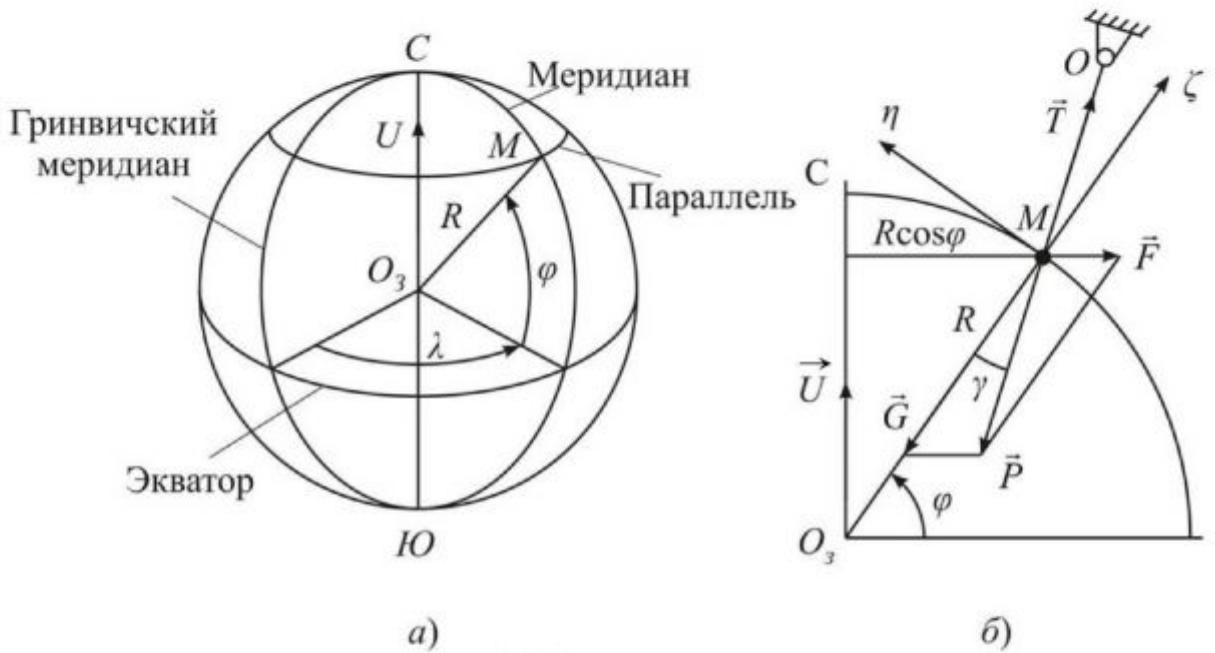


Рис. 1.1. Вертикаль места

На точку  $M$  действует сила тяготения  $\vec{G} = m\vec{g}_0$  ( $\vec{g}_0$  – гравитационное ускорение), центробежная сила инерции  $\vec{F}$ , обусловленная суточным вращением Земли и сила натяжения нити  $\vec{T}$ . Модуль центробежной силы определяется выражением

$$F = mU^2R\cos\varphi,$$

где  $m$  – масса материальной точки  $M$ ;

$R\cos\varphi$  – радиус параллели;

$U$  – скорость суточного вращения Земли;

$\varphi$  – широта;

$\lambda$  – долгота.

Как видно из рисунка 1.1 $b$ ) нить отвеса устанавливается по направлению силы  $\vec{P}$ , которая является равнодействующей сил  $\vec{G}$  и  $\vec{F}$ . Нить отвеса не совпадает с радиусом Земли. Нить отвеса отклонена от радиуса Земли на угол  $\gamma$ .

Условием равновесия точки  $M$  будет векторное равенство

$$\vec{T} + \vec{G} + \vec{F} = 0. \quad (1.1)$$

Для определения величины силы натяжения спроектируем равенство (1.1) на направление нити, получим

$$T = G \cos \gamma - F \cos(\varphi + \gamma).$$

Пренебрегая малой величиной угла  $\gamma$  по сравнению с широтой  $\varphi$ , находим

$$T \approx G - F \cos \varphi = m(g_0 - U^2 R \cos^2 \varphi). \quad (1.2)$$

Силу, равную по величине и направленную противоположно натяжению  $\vec{T}$ , называют силой тяжести и обозначают через  $\vec{P} = m\vec{g}$ .

Из равенства (1.2) находим ускорение силы тяжести

$$g = g_0 - U^2 R \cos^2 \varphi.$$

Таким образом, ускорение силы тяжести является переменной величиной, зависящей от широты места.

*Вертикалью места* называется линия, по которой устанавливается нить отвеса, точка подвеса которого неподвижна относительно Земли. Нить отвеса, как было показано выше, устанавливается по направлению силы тяжести. Угол  $\gamma$  между вертикалью места и радиусом Земной сферы мал. Максимальный угол  $\gamma \approx 6'$  на широте  $\varphi = 45^\circ$ . Поэтому при сферической модели Земли считается, что вертикаль направлена по радиусу Земли. Вертикаль места перпендикулярна горизонтальной плоскости (плоскость, касательная к земной сфере в точке  $M$ ).

*Математическим маятником* [2] (рис. 1.2a) называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой и невесомой нити к неподвижной точке и движущаяся под действием силы тяжести по окружности, расположенной в вертикальной плоскости. На рисунке 1.2 и далее на других рисунках ось  $O\zeta$  обозначает вертикаль места.

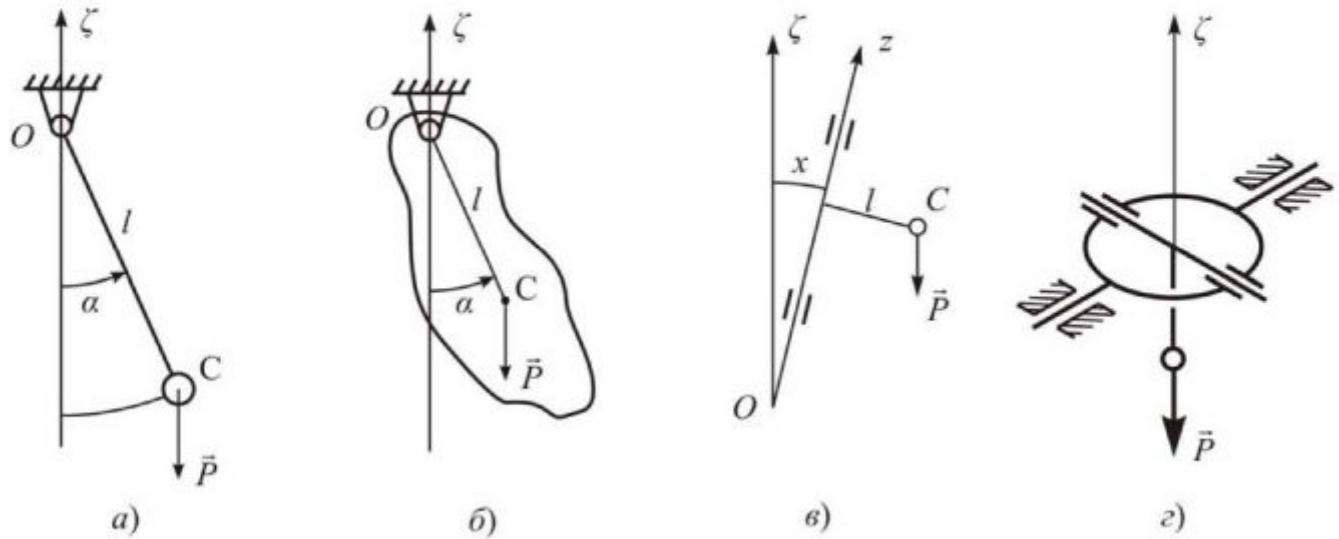


Рис. 1.2. Математический и физические маятники

Дифференциальное уравнение малых колебаний математического маятника при отсутствии внешних возмущений имеет вид

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l} \alpha = 0, \quad (1.3)$$

где  $\alpha$  – угол отклонения нити относительно вертикали,  $l$  – длина нити.

Из уравнения (1.3) видно, что математический маятник совершает незатухающие гармонические колебания относительно вертикали места с периодом

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1.4)$$

*Физическим маятником* называется твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси под действием силы тяжести (рис. 1.2б). Малые колебания физического маятника относительно вертикали описываются уравнением

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0, \quad (1.5)$$

где  $J$  – момент инерции маятника относительно оси подвеса,  $l = OC$  – расстояние от оси подвеса маятника до центра тяжести  $C$ ,  $m$  – масса маятника.

Период незатухающих колебаний физического маятника определяется выражением

$$T_\phi = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (1.6)$$

Сравнивая выражения (1.3) и (1.5) видим, что длина  $l_3$  нити эквивалентного математического маятника, имеющего тот же период, что и рассматриваемый физический маятник, будет равна

$$l_3 = \frac{J}{ml}. \quad (1.7)$$

В гирокопических приборах находят применение физические маятники [7] *плоские* (маятники, обладающие одной степенью свободы) (рис.1.2б) и *сферические* (маятники, обладающие двумя степенями свободы) (рис.1.2г). Плоские физические маятники делятся на маятники с горизонтальной осью подвеса, которые называются *вертикальными* (рис.1.2б) и на маятники с осью вращения, составляющей некоторый постоянный угол  $x$  с вертикалью – так называемые *горизонтальные* маятники (рис. 1.2в). Горизонтальный маятник совершает колебания в плоскости, перпендикулярной оси  $Oz$  отклоненной от плоскости горизонта на угол  $x$ . При  $x = 0$  центр тяжести  $C$  маятника находится в горизонтальной плоскости и его положение равновесия будет безразличным. При  $x = 90^\circ$  получается вертикальный маятник. Если через  $\alpha$  обозначить угол поворота маятника вокруг оси  $Oz$ , то уравнение его малых колебаний запишется виде

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl \sin x}{J} \alpha = 0.$$

Период колебаний горизонтального маятника равен

$$T_g = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl \sin x}}, \quad (1.8)$$

где  $J$  – момент инерции маятника относительно оси  $Oz$ .

Из формулы (1.8) видно, что наличие в знаменателе малого множителя  $\sin x$  позволяет существенно увеличить период колебаний маятника.

Горизонтальный физический маятник более чувствителен, чем вертикальный.

В наземных условиях вертикаль места или плоскость горизонта определяется с помощью физических маятников и уровней. Физические маятники, установленные на подвижном объекте, испытывают возмущающие воздействия при колебании объекта или его ускоренном движении.

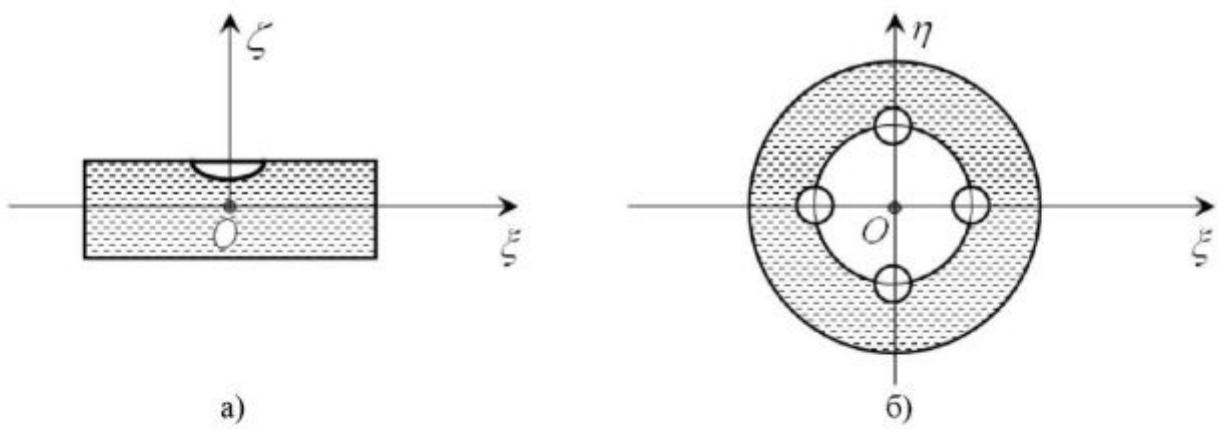


Рис. 1.3. Маятники уровняного типа: а) плоский; б) сферический

Пусть точка подвеса маятника перемещается вместе с объектом с линейным ускорением  $\vec{a}$  (рис. 1.4).

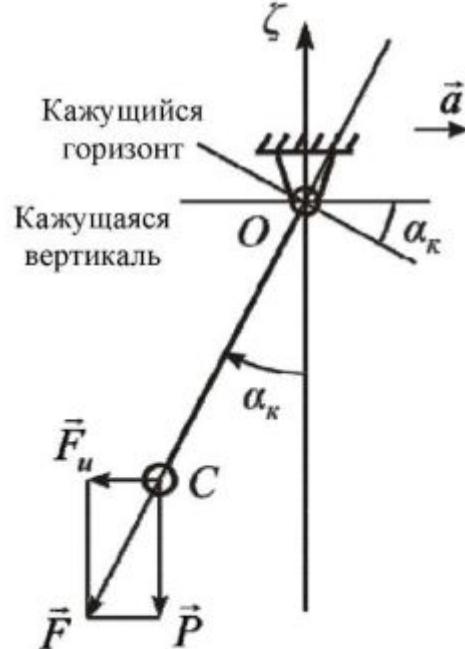


Рис. 1.4. Положение маятника  
при ускоренном движении точки подвеса

Маятник после окончания переходного процесса установится по линии действия силы  $\vec{F}$ , являющейся равнодействующей силы тяжести  $\vec{P}$  и силы инерции  $\vec{F}_u = -m\vec{a}$ . Положением равновесия маятника, при ускоренном движении объекта, будет линия  $OC$ , которая называется *кажущейся* (динамической) вертикалью. Плоскость, перпендикулярная кажущейся вертикалли, называется *кажущимся горизонтом*.

Угол  $\alpha_k$  характеризует отклонение кажущейся вертикалли от истинной вертикалли и определяется из выражения:

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{a}{g}.$$

При малых углах  $\operatorname{tg} \alpha_k \approx \alpha_k = a/g$ . Из рис. 1.4 можно заметить, что кажущаяся вертикаль отклоняется от положительного направления оси  $O\zeta$  в сторону ускорения, с которым перемещается точка подвеса маятника.

Таким образом, маятник, как чувствительный элемент к вертикалли места, на неподвижном основании устанавливается по истинной вертикалли, а при ускоренном движении – по кажущейся вертикалли. В этом случае линиями перпендикулярными к истинной и кажущейся вертикалли обозначают истинный и кажущийся горизонт.

Маятниковые устройства на подвижных объектах подвержены возмущениям из-за ускорений объекта и качки. В результате они совершают колебания относительно кажущейся вертикалли. Возмущения, передаваемые на маятник со стороны подвижного объекта, можно уменьшить, увеличив период колебаний маятника.

Представим момент инерции физического маятника относительно оси его подвеса в виде

$$J = J_c + ml^2, \quad (1.9)$$

где  $J_c$  – центральный момент инерции маятника относительно оси, параллельной оси подвеса.

Тогда

$$T_\phi = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + ml^2}{mgl}}. \quad (1.10)$$

Из формулы (1.10) видно, что большое значение периода  $T_\phi$  можно получить при весьма большом или весьма малом смещении  $l$  центра масс относительно оси его подвеса. В первом случае  $ml^2 \gg J_c$  и величиной  $J_c$  можно пренебречь по сравнению с  $ml^2$ . Период колебаний маятника в это случае равен

$$T_\phi \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1.11)$$

Физический маятник, как видно из формулы (1.11), вырождается в математический маятник. К сожалению, маятник с большой длиной  $l$  неприемлем для подвижных объектов.

При малых значениях  $l$  имеет место неравенство  $ml^2 \ll J_c$  поэтому

$$T_\phi \approx 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{mgl}}. \quad (1.12)$$

Этот путь оказывается также трудно реализуемый, так как при уменьшении  $l$  снижается удельный восстанавливающий момент  $mgl$ , что усиливает влияние момента трения в подшипниках на оси подвеса маятника. И хотя период колебаний получается большим, маятник не обеспечивает высокой точности определения вертикали. По этим причинам физические маятники не применяются на подвижном объекте для определения вертикали места. Физические маятники и уровни применяются в гироскопических построителях вертикали в качестве чувствительных элементов систем коррекции.

## 1.2. Поведение свободного трехстепенного гироскопа на Земле

Управление движением объекта требует определения его положения относительно плоскости горизонта. Так, например, при движении самолета надо контролировать углы крена и тангла. Для этой цели на борту необходим прибор, указывающий направление вертикали места. Физический маятник не может использоваться на подвижном объекте как указатель вертикали из-за его возмущаемости при колебаниях и ускоренном движении объекта.

Свободный трёхстепенный гироскоп на подвижном объекте не возмущаем, он способен сохранять неизменным направление главной оси в инерциальном пространстве. Однако, из-за вращения Земли и перемещения объекта относительно Земли, направление главной оси, совпадающее вначале с вертикалью, со временем рассогласуется с ней. Наблюдатель, связанный с вертикалью места, заметит кажущийся (видимый) уход гироскопа по отношению к вертикали. На самом деле это вертикаль места уходит от главной оси, сохраняющей неизменным свое положение в инерциальном пространстве.

Пусть трехстепенный свободный гироскоп (рис.1.5, положение 1) установлен на самолете так, что ось наружной рамки располагается по поперечной оси самолета, а главная ось – по вертикали. Самолет перемещается горизонтально по экватору Земли. Вращение вертикали места в этом случае будет происходить со скоростью  $U + V/R$ . Кажущаяся скорость вращения гироскопа относительно оси наружной рамки будет

$$\dot{\alpha} = -\left(U + \frac{V}{R}\right). \quad (1.13)$$

Из рис. 1.5 видно, что в положении 3 самолета угол  $\alpha$  рассогласования между вертикалью и главной осью гироскопа достигнет  $90^\circ$ .

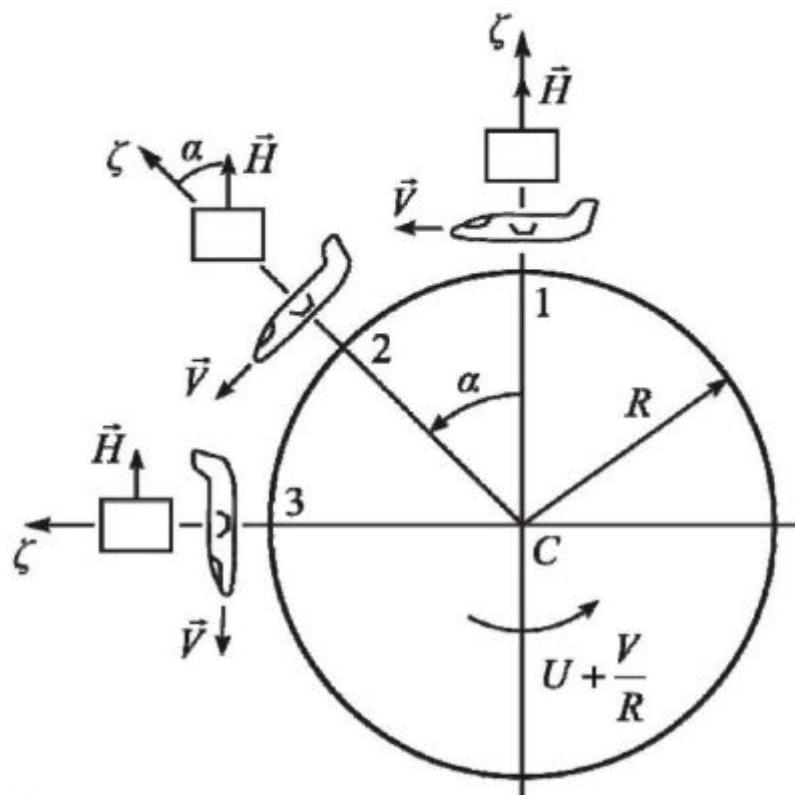


Рис. 1.5. Положение гироскопа относительно вертикали места

Таким образом, свободный трехстепенный гироскоп не может быть указателем вертикали. Свободный трехстепенный гироскоп не обладает позиционными свойствами (избирательностью по отношению к вертикали или другому направлению на Земле). Свойство избирательности к вертикали гироскопу придается двумя способами:

- смещением центра масс гироскопа по отношению к точке подвеса вдоль главной оси;
- применением систем коррекции, которые по сигналам маятниковых чувствительных элементов приводят главную ось гироскопа к вертикали.

Приборы, построенные на первом способе, называют гироскопическими маятниками, а приборы, использующие второй способ, называют *гироскопическими вертикалями или гирогоризонтами*.

### 1.3. Гироскопический маятник

*Гироскопический маятник* (рис. 1.6) представляет собой трёхстепенный гироскоп расположенный так, что главная ось направлена по вертикали (оси внутренней и наружной рамок находятся в плоскости горизонта). Центр тяжести гироскопа смещен вниз на расстояние  $l$  относительно точки подвеса. На осях внутренней и наружной рамок установлены датчики углов  $\Delta\vartheta_T$  и  $\Delta\vartheta_K$  для преобразования углов отклонения объекта в электрический сигнал.

Пусть гиromаятник установлен на неподвижном основании. Базовая система координат  $O\xi\eta\zeta$  неподвижна. Связем с наружной и внутренней рамками гиromаятника системы координат  $Ox_ny_nz_n$  и  $Oxyz$  соответственно. На рисунке 1.7 эти системы координат рассогласованы введением углов  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющих

положение главной оси гироскопа. Будем полагать, что углы  $\alpha$  и  $\beta$  малы настолько, что  $\cos\alpha = \cos\beta = 1$ ;  $\sin\alpha \approx \alpha$ ;  $\sin\beta \approx \beta$ . Проекции абсолютной угловой скорости на оси  $Ox$  и  $Oy$  равны

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta}; \\ \omega_y &= \dot{\alpha} \cos \beta \approx \dot{\alpha}.\end{aligned}$$

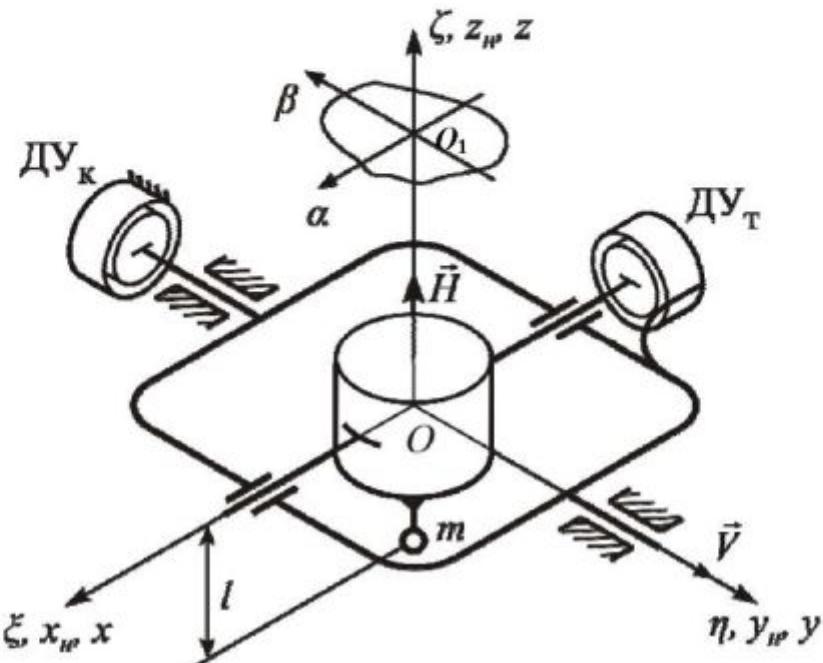


Рис. 1.6. Кинематическая схема гиромаятника

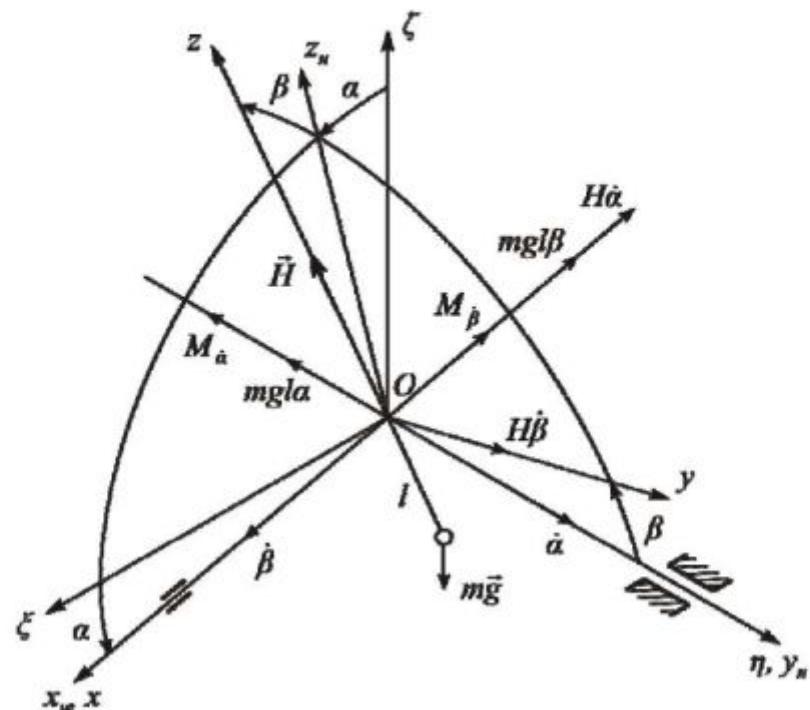


Рис. 1.7. К выводу уравнений движения гиромаятника

Из-за отклонения главной оси гироскопа от вертикали на углы  $\alpha$  и  $\beta$  по осям  $Oy_n$  и оси  $Ox$  создаются маятниковые моменты (рис. 1.8)

$$M_{yn} = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha;$$

$$M_x = -mgl \sin \beta \approx -mgl\beta.$$

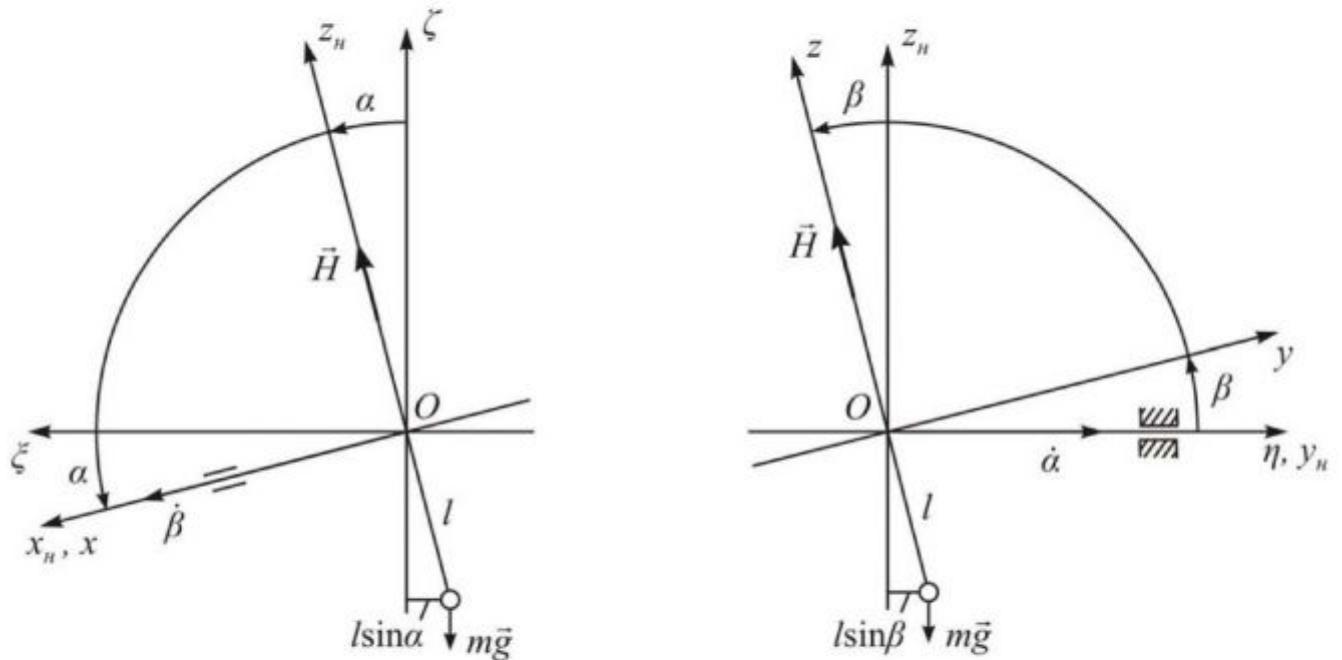


Рис. 1.8. К определению маятникового момента

На рис. 1.7 показаны гироскопические моменты  $H\dot{\beta}$ ,  $H\dot{\alpha}$  и моменты сил сухого трения  $M_\beta \operatorname{sign} \dot{\beta}$  и  $M_\alpha \operatorname{sign} \dot{\alpha}$ .

Прецессионные уравнения движения гиромаятника на неподвижном основании запишутся виде

$$\begin{aligned} H\dot{\beta} - mgl\alpha - M_\alpha \operatorname{sign} \dot{\alpha} &= 0; \\ H\dot{\alpha} + mgl\beta + M_\beta \operatorname{sign} \dot{\beta} &= 0. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Разделив на  $H$  левые и правые части уравнений (1.14), получим

$$\begin{aligned} \dot{\beta} - k\alpha &= m_\alpha \operatorname{sign} \dot{\alpha}; \\ \dot{\alpha} + k\beta &= m_\beta \operatorname{sign} \dot{\beta}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где  $k = \frac{mgl}{H}$ ,  $m_\alpha = \frac{M_\alpha}{H}$ ,  $m_\beta = \frac{M_\beta}{H}$ .

$\operatorname{sign} \dot{\alpha} = 1$  при  $\dot{\alpha} > 0$ ;

$\operatorname{sign} \dot{\alpha} = -1$  при  $\dot{\alpha} < 0$ .

$\operatorname{sign} \dot{\beta} = 1$  при  $\dot{\beta} > 0$ ;

$\operatorname{sign} \dot{\beta} = -1$  при  $\dot{\beta} < 0$ .

Рассмотрим случай, когда  $M_{\dot{\alpha}} = M_{\dot{\beta}} = 0$ . Уравнения движения гиromаятника принимают вид

$$\begin{aligned}\dot{\beta} - k\alpha &= 0; \\ \dot{\alpha} + k\beta &= 0.\end{aligned}\tag{1.16}$$

Перейдем от уравнений (1.16) к уравнению с переменной  $\alpha$ . Для этого найдем  $\beta = -\frac{\dot{\alpha}}{k}$  и  $\dot{\beta} = -\frac{\ddot{\alpha}}{k}$  а затем, подставив в первое уравнение системы (1.16), получим

$$\ddot{\alpha} + k^2\alpha = 0.\tag{1.17}$$

Решение уравнения (1.17) имеет вид

$$\alpha = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt,\tag{1.18}$$

а выражение для угла  $\beta$

$$\beta = C_1 \sin kt - C_2 \cos kt.\tag{1.19}$$

Постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определим из начальных условий:  $t = 0$ ;  $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\beta(0) = \beta_0$ .

После подстановки их в выражения (1.18) и (1.19), получим

$$C_1 = \alpha_0;$$

$$C_2 = -\beta_0.$$

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  изменяются по законам

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 \cos kt - \beta_0 \sin kt; \\ \beta &= \alpha_0 \sin kt + \beta_0 \cos kt.\end{aligned}\tag{1.20}$$

Уравнение траектории апекса гиromаятника получим исключив время в выражениях (1.20). Оно имеет вид

$$\alpha^2 + \beta^2 = R^2,\tag{1.21}$$

где  $R^2 = \alpha_0^2 + \beta_0^2$ .

Таким образом, апекс гиromаятника движется по окружности (рис.1.9), центр которой находится в истинной вертикали (точка  $O_1$ ), а радиус окружности

$$R = \sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}$$

зависит от углов отклонения главной оси, от вертикали места в начальный момент. Главная ось гироскопа описывает конус.

Движение апекса происходит по ходу часовой стрелки. Это видно из уравнений (1.16). При подстановке углов  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  в эти уравнения получим  $\dot{\beta}_0 > 0$  и  $\dot{\alpha}_0 < 0$ . Это означает, что апекс движется в сторону уменьшения угла  $\alpha$  и увеличения угла  $\beta$ .

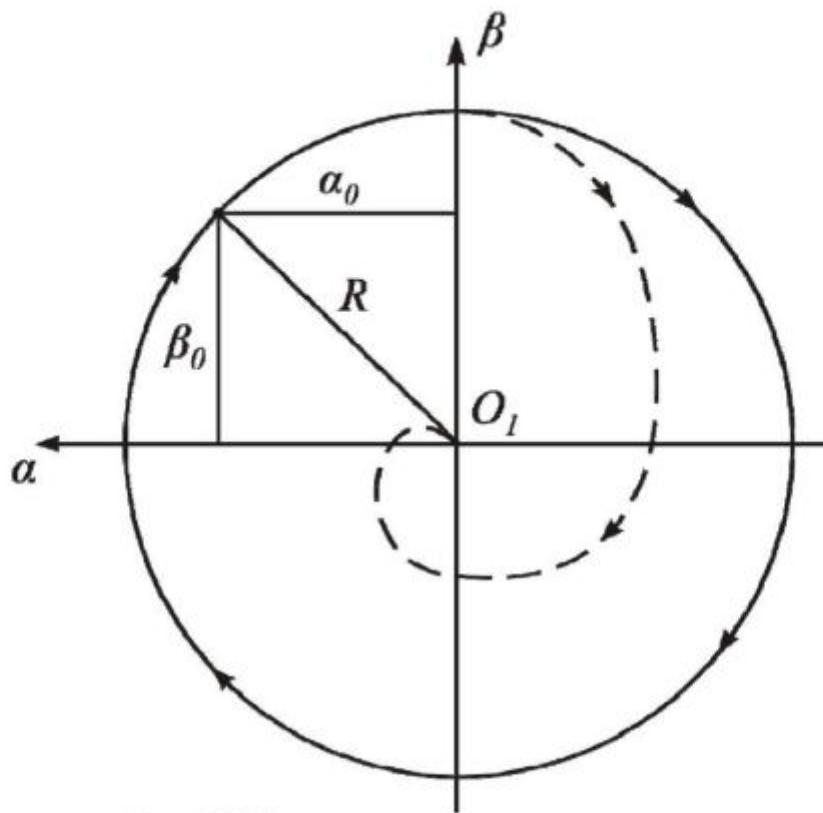


Рис. 1.9. Траектория апекса гиромаятника

Относительно осей внутренней и наружной рамок гиромаятник совершают незатухающие колебания с частотой

$$k = \frac{mgl}{H}.$$

Период этих колебаний  $T_{IM} = 2\pi \frac{H}{mgl}$ . Найдем длину математического маятника изохорного с гироскопическим маятником. Из равенства  $T_M = T_{IM}$  находим  $I_s = \frac{H^2}{g(ml)^2}$ . Подбирай гироскоп с большим кинетическим моментом и малым статическим моментом ( $mgl$ ) можно получить гиромаятник с большим периодом колебаний. Это дает возможность использовать гиромаятник на подвижном объекте в качестве построителя вертикали места.

Для погашения колебаний гиромаятника применяются специальные демпфирующие устройства. В этом случае траекторией апекса будет спираль (штриховая линия на рис. 1.9) сходящаяся к вертикали (точка  $O_1$ ).

Моменты сухого трения приводят к образованию зоны застоя, поэтому их стремятся свести к минимуму, и они не используются для погашения колебаний гиромаятника.

Если гиромаятник (см. рис. 1.6) установить на самолет осью наружной рамки вдоль продольной оси, то датчик угла ДУ<sub>Т</sub> будет регистрировать угол тангажа, датчик угла ДУ<sub>К</sub> – угол крена самолета.

Пусть гиromаятник установлен на самолете (рис. 1.10), совершающем горизонтальный прямолинейный полет с постоянным ускорением  $\vec{V}$ . В качестве базовой выберем траекторную систему координат, которая вращается в инерциальном пространстве со скоростью, проекции которой на её же оси определяются выражениями

$$\omega_z = -\frac{V}{R} - U \cos \varphi \sin \psi;$$

$$\omega_\eta = U \cos \varphi \cos \psi;$$

$$\omega_\xi = U \sin \varphi.$$

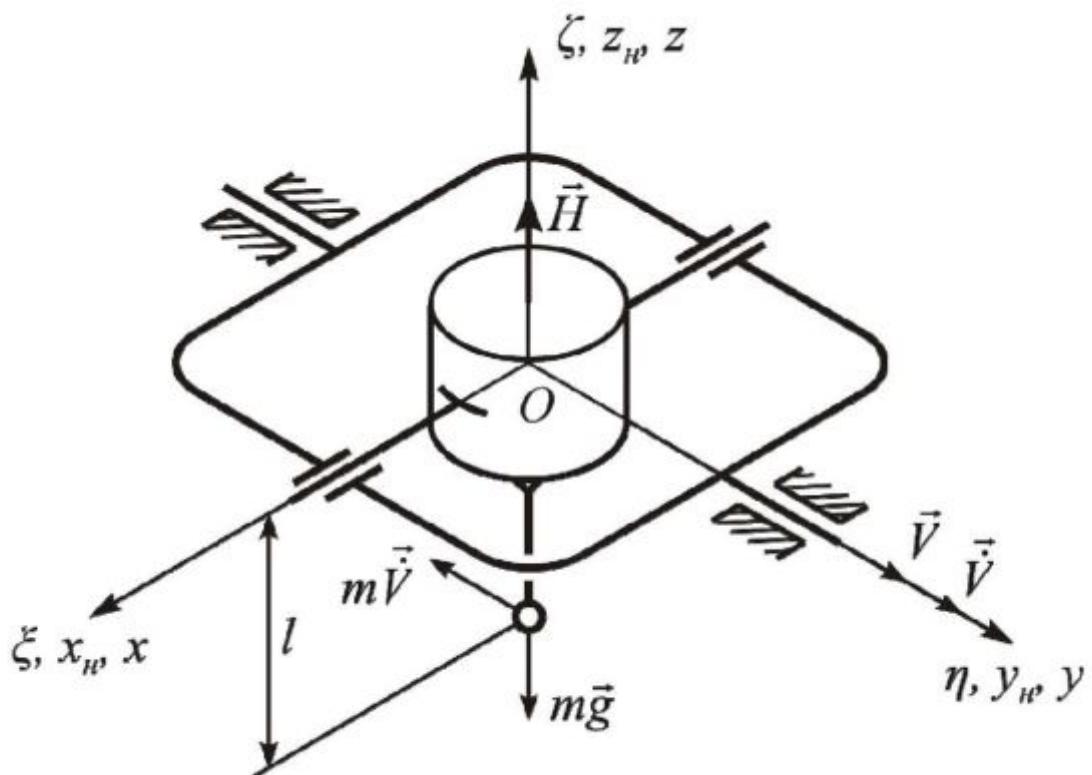


Рис. 1.10. Схема гиromаятника, установленного на самолете

Из рисунка 1.11, с учетом малости углов  $\alpha$  и  $\beta$ , находим проекции абсолютной угловой скорости

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} + \omega_\zeta - \omega_\xi \alpha; \\ \omega_y &= \dot{\alpha} + \omega_\eta + \omega_\xi \beta.\end{aligned}\tag{1.22}$$

Прецессионные уравнения движения гиromаятника без учета возмущающих моментов в осях подвеса имеют вид

$$\begin{aligned}H\omega_y + mgl\beta + m\dot{V}l &= 0; \\ H\omega_x - mgl\alpha &= 0.\end{aligned}\tag{1.23}$$

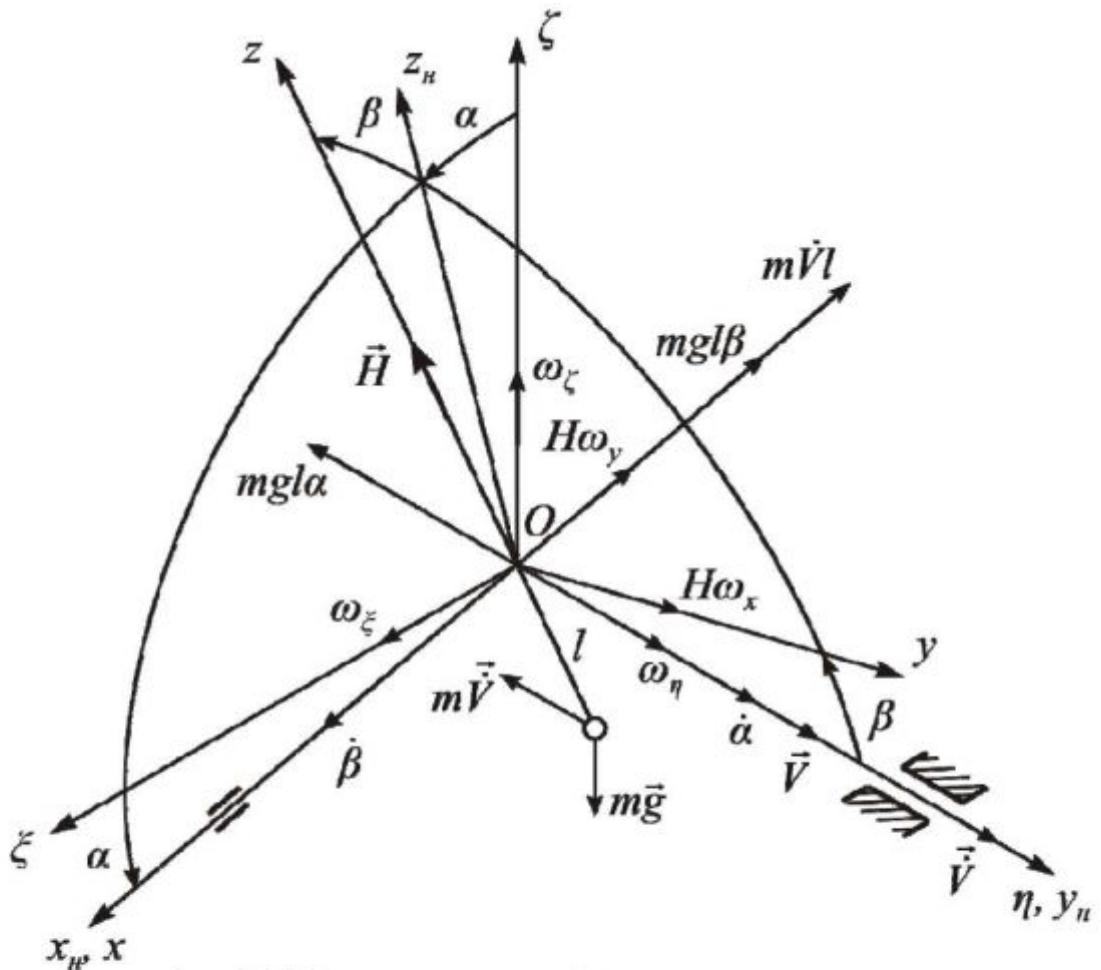


Рис. 1.11. К выводу уравнений движения гиромаятника

Разделив на  $H$  и подставив в эти уравнения выражения (1.22), получим

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + \omega_\eta + \omega_\xi \beta + k\beta + k \frac{\dot{V}}{g} &= 0; \\ \dot{\beta} + \omega_\xi - \omega_\xi \alpha - k\alpha &= 0. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Опустим в уравнениях (1.24) слагаемые  $\omega_\xi \beta$  и  $\omega_\xi \alpha$ , ввиду их малости по сравнению с  $\omega_\eta$  и  $\omega_\xi$ , и приведем уравнения к виду

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + k\beta &= -\omega_\eta - k \frac{\dot{V}}{g}; \\ \dot{\beta} - k\alpha &= -\omega_\xi. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Перейдем от системы двух уравнений (1.25) к уравнению с переменной  $\alpha$  полагая широту  $\varphi$  квазипостоянной. Для этого из первого уравнения находим  $\beta = -\frac{\dot{\alpha}}{k} - \frac{\omega_\eta}{k} - \frac{\dot{V}}{g}$ ;  $\dot{\beta} = -\frac{\ddot{\alpha}}{k}$ , после подстановки которых во второе уравнение, получим

$$\ddot{\alpha} + k^2\alpha = k\omega_\xi. \quad (1.26)$$

Проделав аналогичные процедуры, получим уравнение движения гиромаятника по углу  $\beta$

$$\ddot{\beta} + k^2 \beta = -k\omega_\eta + \left( \frac{1}{R} - \frac{k^2}{g} \right) \dot{V}. \quad (1.27)$$

Рассмотрим вначале случай, когда самолет перемещается с постоянной скоростью  $V = \text{const}$ . Уравнение (1.27) будет иметь вид

$$\ddot{\beta} + k\beta = -k\omega_\eta. \quad (1.28)$$

Частные решения уравнений (1.26) и (1.28)

$$\alpha_u = \frac{\omega_\xi}{k} = -\frac{V}{kR} - \frac{U \cos \varphi \sin \psi}{k} = \alpha_V,$$

$$\beta_u = -\frac{\omega_\eta}{k} = -\frac{U \cos \varphi \cos \psi}{k} = \beta_V$$

называются скоростными погрешностями гиромаятника.

Углы  $\alpha_V$  и  $\beta_V$  определяют положение равновесия, к которому приходит главная ось гиромаятника после окончания переходного процесса.

Апекс гироскопа при выключенном демпфирующем устройстве будет двигаться по окружности, центр которой расположен в точке с координатами  $\alpha_V$  и  $\beta_V$ .

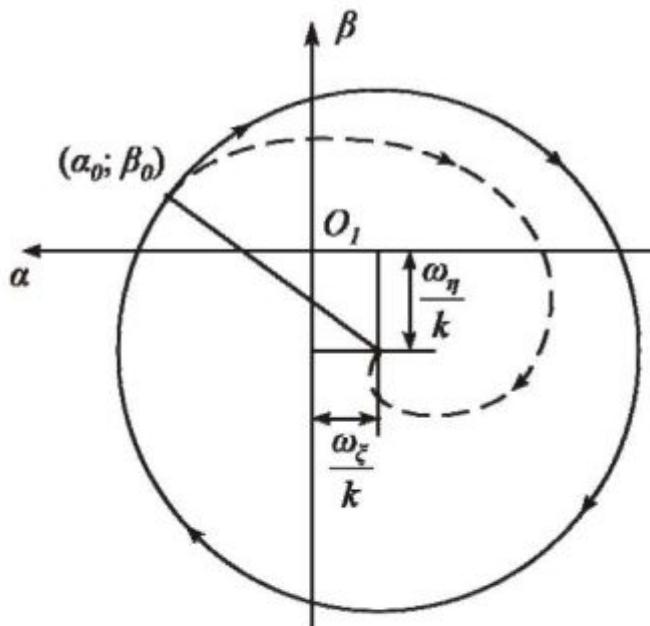


Рис. 1.12. Скоростные погрешности гиромаятника

При включении демпфирующего устройства колебания гиромаятника затухнут; апекс придет в точку с координатами  $\alpha_V$  и  $\beta_V$ .

При движении объекта вертикаль места вращается со скоростью  $\omega_\xi$  и  $\omega_\eta$ . Главная ось гиромаятника, стремясь сохранить свое положение неизменным, рассогласуется с вертикалью места. Это приведет к появлению маятниковых

моментов, которые в установившемся режиме равны  $mgl\alpha_V$  и  $mgl\beta_V$ . Эти моменты вызывают прецессию главной оси со скоростью

$$\frac{mgl\alpha_V}{H} = \left( \frac{v}{R} + U \cos \varphi \sin \psi \right) \text{ и } \frac{mgl\beta_V}{H} = U \cos \varphi \cos \psi.$$

Таким образом, в гирокопическом маятнике автоматически формируются следящие системы по углам  $\alpha$  и  $\beta$  за вращающейся в инерциальном пространстве вертикалью места. С этой точки зрения скоростные погрешности  $\alpha_V$  и  $\beta_V$  являются статическими погрешностями следящих систем по углам  $\alpha$  и  $\beta$ .

Предположим, что точка подвеса гирокопа перемещается вместе с самолетом с ускорением  $\dot{V} = \text{const}$ . Влияние ускоренного движения точки подвеса на гиромаятник отражено в уравнении

$$\ddot{\beta} + k^2 \beta = -k\omega_n + \left( \frac{1}{R} - \frac{k^2}{g} \right) \dot{V}.$$

Из уравнения видно, что по углу  $\beta$  кроме скоростной погрешности гиромаятник имеет инерционную погрешность, которую часто называют баллистической девиацией гиромаятника.

В установившемся режиме инерционная погрешность определяется частным решением

$$\beta_{in} = \beta_q = \frac{1}{k^2} \left( \frac{1}{R} - \frac{k^2}{g} \right) \dot{V}. \quad (1.29)$$

Инерционная погрешность является результатом влияния на гиромаятник сил инерции от ускоренного движения точки подвеса гирокопа.

Если подобрать частоту колебаний гиромаятника такой, чтобы

$$\frac{1}{R} - \frac{k^2}{g} = 0, \quad (1.30)$$

то инерционная погрешность будет равна нулю, условие (1.30) перепишем в виде

$$\frac{g}{R} = k^2. \quad (1.31)$$

В равенстве (1.31) слева – квадрат частоты колебаний математического маятника с длиной нити равной радиусу  $R$  Земли, справа – квадрат частоты колебаний гиромаятника. Значит равенство (1.31) можно записать в виде

$$2\pi \frac{H}{mgl} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 5064 \text{ с} = 84,4 \text{ мин}. \quad (1.32)$$

Таким образом, условием отсутствия инерционной погрешности гиромаятника является равенство периода колебаний  $T_{IM} = 84,4$  мин. Гиромаятник будет иметь только скоростную погрешность, которая будет изменяться в соответствии с изменением скорости. Гиромаятник, настроенный на период  $T_{IM} = 84,4$  мин

(период Шулера), называется *невозмущаемым* или *апериодическим*. Условию невозмущаемости (1.32) можно придать вид

$$H = ml\sqrt{gR}. \quad (1.33)$$

Величина  $\sqrt{gR} = 7,9$  км/с равна первой космической скорости  $V_k$ , т.е. такой при которой тело, брошенное в горизонтальном положении в пустоте не падает на Землю, а обращается в её спутник, движущийся вокруг неё по круговой орбите. Действительно, приравняв в этом случае центробежную силу  $\frac{mV^2}{R}$  силе тяжести  $mg$ , получим  $V_k^2 = gR$ . Условие невозмущаемости реализуется также в гирокомпасе и в инерциальных навигационных системах.

При вираже и циркуляции подвижных объектов гиромаятник имеет виражную погрешность, обусловленную центробежной силой.

#### 1.4. Гирокопическая вертикаль

В основе гировертикали – трёхступенчатый астатический гироскоп с вертикальным расположением главной оси (рис. 1.13). На гироузле установлены два маятниковых чувствительных элемента уровня типа  $Y_1$  и  $Y_2$ , которые электрически связаны с коррекционными двигателями  $KD_x$  и  $KD_y$ , установленными на осях внутренней и наружной рамок. На этих же осях размещены датчики углов крена  $DU_k$  и тангенса  $DU_t$ .

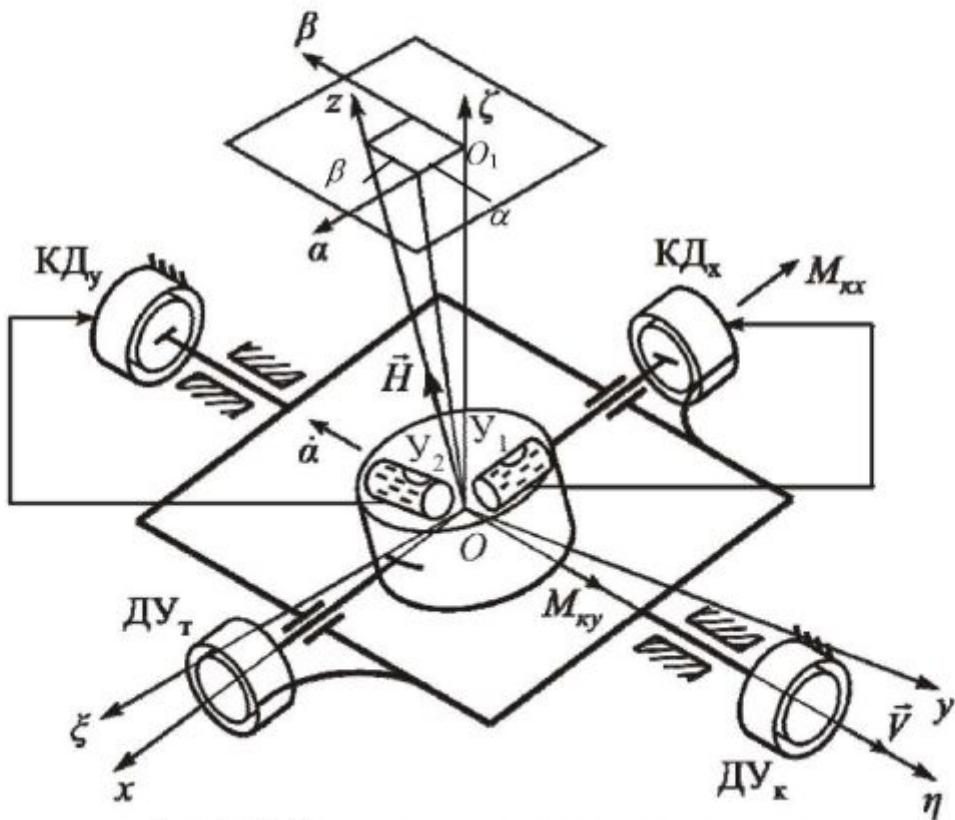


Рис. 1.13. Кинематическая схема гировертикали

Маятниковые чувствительные элементы  $Y_1$  и  $Y_2$  вместе с соответствующими коррекционными двигателями образуют системы коррекции, обеспечивающие приведение главной оси гироскопа к положению истинной вертикали (ИВ). При отклонении гироскопа от вертикали, например, на угол  $\alpha$ , маятниковый чувствительный элемент  $Y_1$  регистрирует это отклонение и выдает сигнал на коррекционный двигатель  $KD_x$ . Двигатель включен так, что он создает момент  $M_{kx}$ , направленный в ту сторону, чтобы за счет прецессии главная ось стремилась совместиться с истинной вертикалью. Гироскоп прецессирует со скоростью

$$\dot{\alpha} = \frac{M_{kx}}{H \cos \beta} \quad (1.34)$$

и при совмещении главной оси с вертикалью ( $\alpha = 0$ ) момент коррекции станет равным нулю, прецессия гироскопа прекращается ( $\dot{\alpha} = 0$ ). Аналогично работает система коррекции при отклонении главной оси по углу  $\beta$ .

Таким образом, системы коррекции удерживают главную ось гироскопа в положении, совпадающем с вертикалью места с точностью, определяемой погрешностью систем коррекции. Это значит, что внутренняя рамка, а значит и оси  $Ox$  и  $Oy$ , располагаются в плоскости горизонта. При полете самолета, с помощью рассмотренной гировертикали, можно определять угол крена и тангла, снимая сигналы с датчиков углов  $DU_k$  и  $DU_t$ .

Зависимость момента коррекции от угла рассогласования между главной осью гироскопа и маятниковым чувствительным элементом называется *характеристикой системы коррекции*.

В зависимости от характеристики коррекции в гировертиках применяются следующие виды систем коррекции (рис. 1.14): *пропорциональная*, *релейная* (постоянная) и *смешанная*.

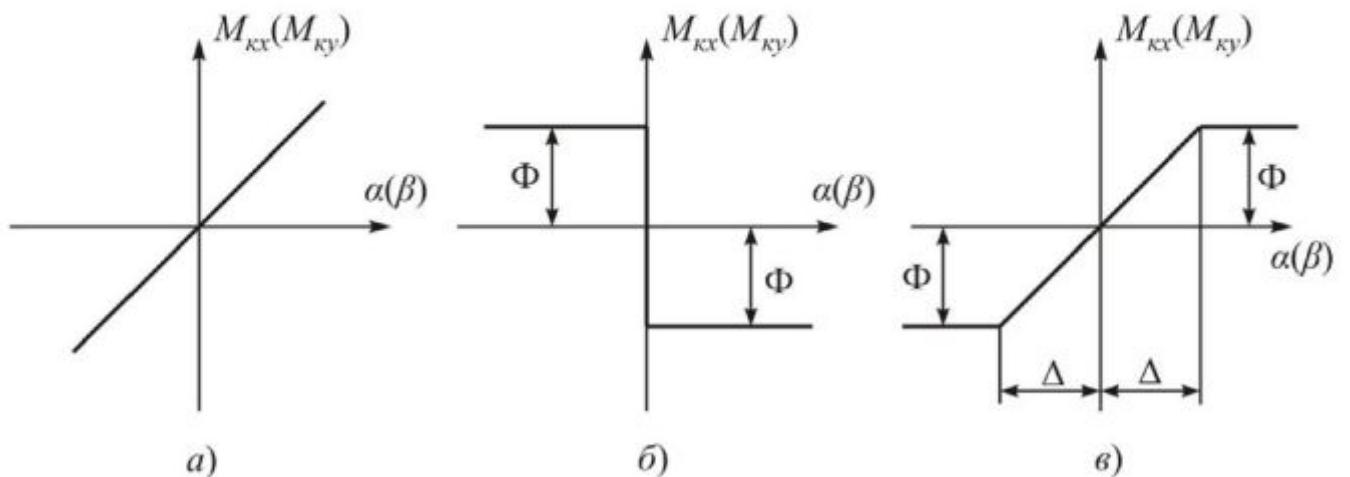


Рис. 1.14. Виды характеристик систем коррекции:  
а) пропорциональная; б) релейная; в) смешанная

Зависимость моментов коррекции от углов  $\alpha$  и  $\beta$  определяются формулами:

- для пропорциональной характеристики коррекции

$$M_{\kappa x} = K_x \alpha;$$

$$M_{\kappa y} = K_y \beta,$$

где  $K_x$ ,  $K_y$  – коэффициенты усиления цепи коррекции;

- для постоянной характеристики коррекции

$$M_{\kappa x} = \Phi_x \operatorname{sign} \alpha;$$

$$M_{\kappa y} = \Phi_y \operatorname{sign} \beta.$$

- для смешанной характеристики коррекции

$$M_{\kappa x} = K_x \alpha, \text{ при } \alpha \leq \Delta; \quad M_{\kappa y} = K_y \beta, \text{ при } \beta \leq \Delta;$$

$$M_{\kappa x} = \Phi_a \operatorname{sign} \alpha, \text{ при } \alpha \geq \Delta; \quad M_{\kappa y} = \Phi_b \operatorname{sign} \beta, \text{ при } \beta \geq \Delta.$$

#### 1.4.1. Уравнения движения гировертикали

При составлении уравнений движения гировертикали ограничимся простейшей математической моделью – прецессионными уравнениями, которые не описывают высокочастотные собственные движения гироскопа (нutationные колебания). Учет членов, определяющих nutационные колебания необходим лишь при наличии внешних возмущений, изменяющихся с частотой, близкой к частоте nutационных колебаний гироскопа или при анализе устойчивости системы.

Будем предполагать, что гировертикаль установлена на самолете, совершающем горизонтальный полет с ускорением  $\ddot{a}$ , проекции которого на оси  $O\xi$  и  $O\eta$  обозначим  $a_\xi$  и  $a_\eta$ . Ось наружной рамки гироскопа ориентирована по продольной оси самолета.

В качестве базовой системы координат удобно использовать траекторную систему координат  $O\xi\eta\zeta$ . В этом случае углы отклонения главной оси гироскопа от истинной вертикали определяют погрешности прибора, следовательно, они будут малыми. При составлении уравнений воспользуемся методом кинетостатики.

С гироузлом свяжем систему координат  $Oxyz$ , а с наружной рамкой  $Ox_n y_n z_n$ . Положение главной оси гироскопа по отношению к системе координат  $O\xi\eta\zeta$  определяется углами  $\alpha$  и  $\beta$ . Угол  $\alpha$  – поворот гироскопа относительно оси наружной рамки со скоростью  $\dot{\alpha}$ . Угол  $\beta$  – поворот гироскопа относительно оси внутренней рамки со скоростью  $\dot{\beta}$  (рис. 1.15). Проекции угловой скорости базовой системы координат определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\omega_{\xi} &= -\frac{V}{R} - U \cos \varphi \sin \psi; \\ \omega_{\eta} &= U \cos \varphi \cos \psi; \\ \omega_{\zeta} &= U \sin \varphi + \omega_B.\end{aligned}\quad (1.35)$$

Проекции абсолютной угловой скорости системы координат  $Oxyz$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  (см. рис. 1.15) имеют вид:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} + \omega_{\xi} \cos \alpha - \omega_{\zeta} \sin \alpha; \\ \omega_y &= (\dot{\alpha} + \omega_{\eta}) \cos \beta + \omega_{\zeta} \sin \beta \cos \alpha.\end{aligned}\quad (1.36)$$

Учитывая малость углов  $\alpha$  и  $\beta$  будем полагать  $\cos \alpha = 1$ ,  $\cos \beta = 1$ ,  $\sin \alpha = \alpha$ ,  $\sin \beta = \beta$ . Выражения (1.36) запишем в виде:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} + \omega_{\xi} - \omega_{\zeta} \alpha; \\ \omega_y &= \dot{\alpha} + \omega_{\eta} + \omega_{\zeta} \beta.\end{aligned}\quad (1.37)$$

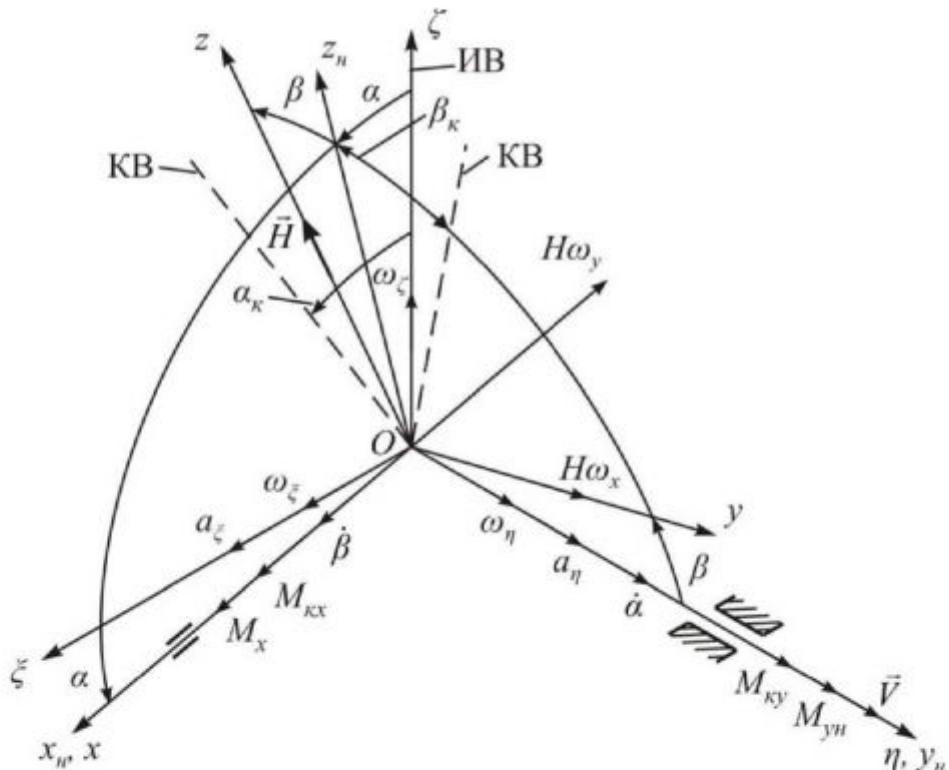


Рис. 1.15. К выводу уравнений движения гировертикали

На рис. 1.15 показаны гироскопические моменты, моменты коррекции и возмущающие моменты, действующие на гироскоп по осям карданова подвеса. Направление гироскопических моментов определяем по правилу Жуковского. Моменты коррекции направлены так, чтобы под действием прецессии, вызванной ими, главная ось гироскопа стремилась совместиться с направлением кажущейся вертикали (КВ). По кажущейся вертикали, при ускоренном движении самолета, устанавливаются маятниковые чувствительные элементы (рис. 1.16).

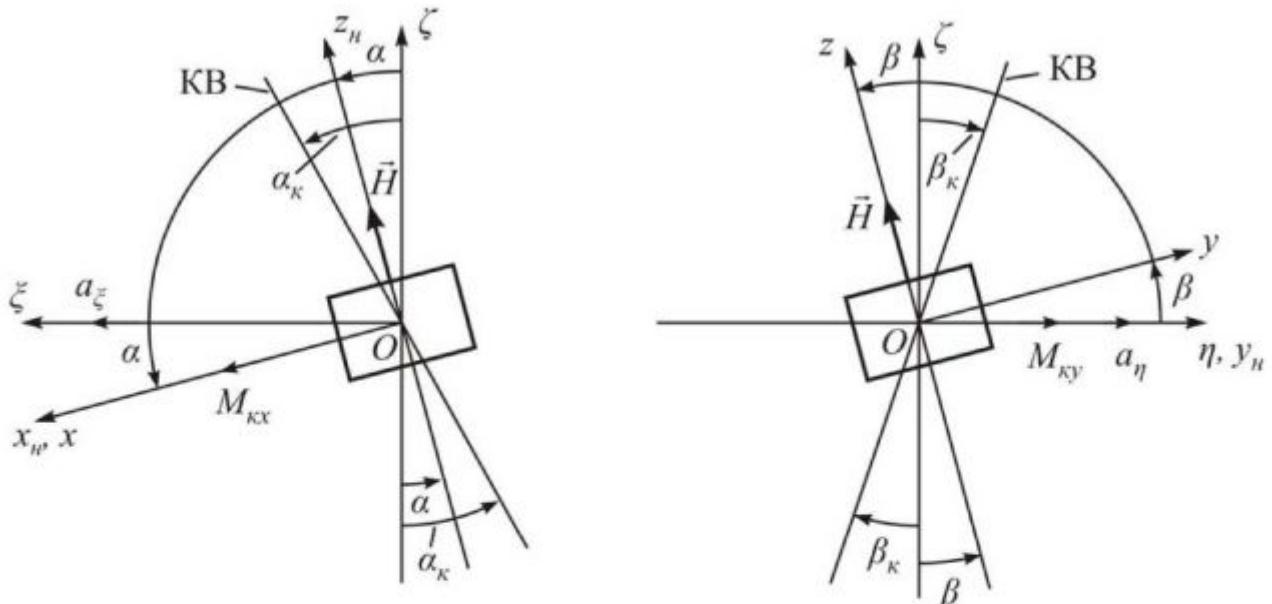


Рис. 1.16. К определению углов рассогласования гироскопа и маятников

В случае, когда ускорение самолета равно нулю, моменты коррекции направлены так, чтобы главная ось прецессировала к положению истинной вертикали (ИВ) места.

Приравнивая к нулю сумму проекций моментов на оси внутренней и наружной рамок с учетом малости углов  $\alpha$  и  $\beta$ , получим:

$$\begin{aligned} -H\omega_y + M_{kx} + M_x &= 0; \\ H\omega_x + M_{ky} + M_{yu} &= 0, \end{aligned} \quad (1.38)$$

где  $M_{kx}$ ,  $M_{ky}$  – моменты коррекции, создаваемые коррекционными двигателями по осям внутренней и наружной рамок;  $M_x$ ,  $M_{yu}$  – возмущающие моменты (моменты трения в осях подвеса, моменты небаланса, моменты тяжения токоподводов и т.п.).

Уравнения (1.38) описывают прецессионное движение гировертикали для любого типа коррекции.

#### 1.4.2. Гировертикаль с пропорциональной характеристикой коррекции

Рассмотрим гировертикаль с пропорциональной характеристикой коррекции. Для такого типа коррекции моменты коррекции определяются выражениями:

$$\begin{aligned} M_{kx} &= K_x (\alpha_k - \alpha); \\ M_{ky} &= K_y (\beta + \beta_k), \end{aligned} \quad (1.39)$$

где  $K_x$ ,  $K_y$  – коэффициенты пропорциональности (коэффициенты усиления систем

коррекции);  $\alpha_k \approx \frac{a_z}{g}$ ,  $\beta_k \approx \frac{a_y}{g}$  – углы отклонения кажущейся вертикали от вертикали места;

$\alpha_k - \alpha$ ,  $\beta + \beta_k$  – углы рассогласования между главной осью гироскопа и кажущейся вертикалью (см. рис. 1.16).

После подстановки выражений (1.37), (1.39) в уравнения (1.38) получим:

$$\begin{aligned} H\dot{\alpha} + H\omega_\eta + H\omega_\zeta\beta - K_x(\alpha_\kappa - \alpha) - M_x &= 0; \\ H\dot{\beta} + H\omega_\xi - H\omega_\zeta\alpha + K_y(\beta_\kappa + \beta) + M_{y\eta} &= 0. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Гировертикаль установлена на неподвижном основании; возмущающие моменты по осям подвеса отсутствуют.

Положим в уравнениях (1.40)

$$\omega_\zeta = \omega_\eta = \omega_\xi = 0,$$

$$\alpha_\kappa = \beta_\kappa = 0,$$

$$M_x = M_{y\eta} = 0,$$

$$H\dot{\alpha} + K_x\alpha = 0;$$

получим уравнения

$$H\dot{\beta} + K_y\beta = 0,$$

которые преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + k_x\alpha &= 0; \\ \dot{\beta} + k_y\beta &= 0, \end{aligned} \quad (1.41)$$

$$\text{где } k_x = \frac{K_x}{H}, \quad k_y = \frac{K_y}{H}.$$

Движение гировертикали на неподвижном основании по координате  $\alpha$  и  $\beta$  описывается однородными дифференциальными уравнениями первого порядка.

Решение уравнений (1.41) имеет вид:

$$\alpha = Ae^{-k_x t}, \quad \beta = Be^{-k_y t}. \quad (1.42)$$

Постоянные  $A$  и  $B$  находятся из начальных условий:  $t = 0$ ;  $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\beta(0) = \beta_0$ , с учетом которых закон изменения углов  $\alpha$  и  $\beta$  запишется в виде

$$\alpha = \alpha_0 e^{-k_x t}, \quad \beta = \beta_0 e^{-k_y t}. \quad (1.43)$$

Из выражений (1.43) видно, что апекс гировертикали, будучи отклоненным на углы  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ , стремится к положению, при котором  $\alpha = 0$  и  $\beta = 0$ , т.е. к вертикели места. Углы  $\alpha$  и  $\beta$  убывают со временем по экспоненциальному закону.

Для определения уравнения траектории апекса исключим время из выражений (1.43), получим

$$\beta = \beta_0 \left( \frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^{\frac{k_y}{k_x}}. \quad (1.44)$$

Это уравнение описывает семейство парабол проходящих через начало координат и точку с координатами  $(\alpha_0, \beta_0)$  (рис. 1.17).

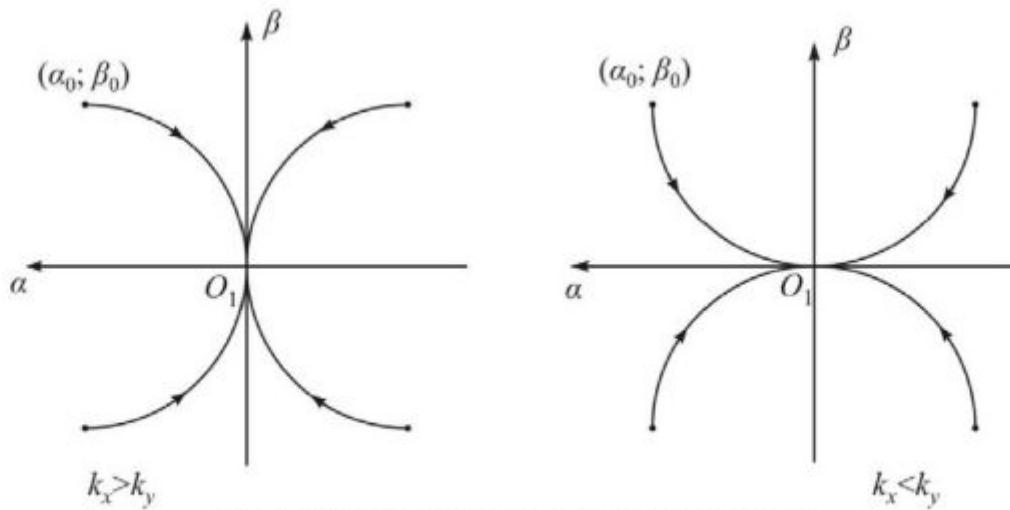


Рис. 1.17. Траектория апекса гировертикали

Коэффициенты  $k_x$ ,  $k_y$  представляют собой удельную скорость прецессии, вызванную моментами коррекционных двигателей, и характеризуют эффективность системы коррекции. Если  $k_x = k_y = k$ , то траекторией апекса будет прямая

$$\beta = \frac{\beta_0}{\alpha_0} \alpha. \quad (1.45)$$

Апекс будет приходить к вертикали по радиальным прямым (рис. 1.18). Коррекция в этом случае называется радиальной.

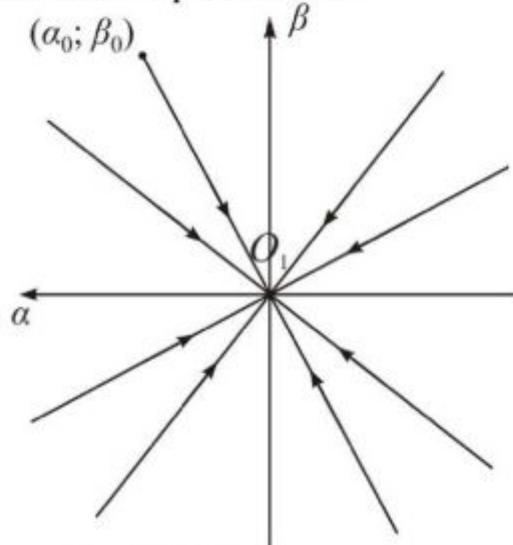


Рис. 1.18. Траектории апекса гировертикали с радиальной коррекцией

2. Рассмотрим движение гировертикали на неподвижном основании с учетом моментов сухого трения по осям подвеса. В этом случае уравнения (1.40) принимают вид

$$\begin{aligned} H\dot{\alpha} + K_x\alpha &= M_x; \\ H\dot{\beta} + K_y\beta &= -M_{y\text{н}}. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Будем полагать, что моменты  $M_x$  и  $M_{yH}$  являются моментами сухого трения и определяются выражениями:

$$\begin{aligned} M_x &= -M_{\dot{\beta}} \operatorname{sign} \dot{\beta}; \\ M_{yH} &= -M_{\dot{\alpha}} \operatorname{sign} \dot{\alpha}, \end{aligned} \quad (1.47)$$

где  $\operatorname{sign} \dot{\alpha} = 1$  при  $\dot{\alpha} > 0$ ;  $\operatorname{sign} \dot{\beta} = 1$  при  $\dot{\beta} > 0$ ;  
 $\operatorname{sign} \dot{\alpha} = -1$  при  $\dot{\alpha} < 0$ ;  $\operatorname{sign} \dot{\beta} = -1$  при  $\dot{\beta} < 0$ .

Разделим левую и правую часть уравнений (1.46) на  $H$ , получим:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + k_x \alpha &= -m_{\dot{\beta}} \operatorname{sign} \dot{\beta}; \\ \dot{\beta} + k_y \beta &= m_{\dot{\alpha}} \operatorname{sign} \dot{\alpha}, \end{aligned} \quad (1.48)$$

где  $m_{\dot{\beta}} = \frac{M_{\dot{\beta}}}{H}$ ,  $m_{\dot{\alpha}} = \frac{M_{\dot{\alpha}}}{H}$ .

Знаки моментов трения определяются знаками относительных угловых скоростей:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -k_x \left( \alpha + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k_x} \operatorname{sign} \dot{\beta} \right); \\ \dot{\beta} &= -k_y \left( \beta - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k_y} \operatorname{sign} \dot{\alpha} \right). \end{aligned} \quad (1.49)$$

Нелинейные уравнения (1.48) будем решать как линейные уравнения с постоянной правой частью в тех областях переменных  $\alpha$  и  $\beta$ , в которых знаки скоростей  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  постоянны. Решения уравнений (1.48) имеют вид

$$\begin{aligned} \alpha &= Ae^{-kt} - \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta}, \\ \beta &= Be^{-kt} + \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha}, \end{aligned} \quad (1.50)$$

где  $k = k_x = k_y$ .

Постоянные  $A$  и  $B$ , полученные из начальных условий  $t = 0$ ,  $\alpha(0) = \alpha_0$ ,  $\beta(0) = \beta_0$ , имеют вид:

$$A = \alpha_0 + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta}; \quad B = \beta_0 - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha}.$$

Окончательно решения уравнений (1.48) принимают форму

$$\begin{aligned} \alpha &= \left( \alpha_0 + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta} \right) e^{-kt} - \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta}; \\ \beta &= \left( \beta_0 - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha} \right) e^{-kt} + \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Исключив параметр  $t$  из выражений (1.51) получим уравнение траектории апекса гироскопа на картинной плоскости в координатной форме

$$\frac{\alpha + \frac{m\dot{\beta}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta}}{\alpha_0 + \frac{m\dot{\beta}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta}} = \frac{\beta - \frac{m\dot{\alpha}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha}}{\beta_0 - \frac{m\dot{\alpha}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha}}. \quad (1.52)$$

Уравнением траектории апекса является прямая, проходящая через точку с координатами

$$\alpha = -\frac{m\dot{\beta}}{k} \operatorname{sign} \dot{\beta}; \quad \beta = \frac{m\dot{\alpha}}{k} \operatorname{sign} \dot{\alpha}.$$

Покажем траектории апекса гироскопа на картинной плоскости, для этого разобьем её на 9 областей (рис. 1.19)

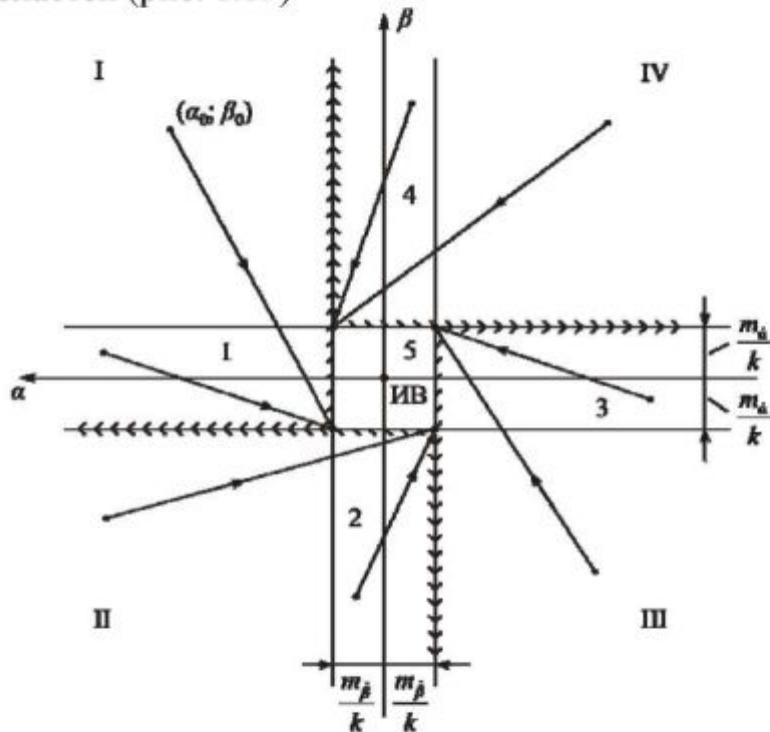


Рис. 1.19. Траектории апекса гироскопа

Рассмотрим движение апекса гироскопа в области I. В этой области углы  $\alpha$  и  $\beta$  положительны и выполняются неравенства

$$\alpha > \frac{m\dot{\beta}}{k} \text{ и } \beta > \frac{m\dot{\alpha}}{k}.$$

Из выражений (1.49) видно, что  $\dot{\alpha} < 0$  ( $\operatorname{sign} \dot{\alpha} = -1$ );  $\dot{\beta} < 0$  ( $\operatorname{sign} \dot{\beta} = -1$ ) значит, уравнение траектории апекса запишется в виде

$$\frac{\alpha - \frac{m\dot{\beta}}{k}}{\alpha_0 - \frac{m\dot{\beta}}{k}} = \frac{\beta + \frac{m\dot{\alpha}}{k}}{\beta_0 + \frac{m\dot{\alpha}}{k}}. \quad (1.53)$$

В области I угол  $\alpha$  положителен и  $\alpha > \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}$ ; угол  $|\beta| < \left| \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \right|$ . Из выражений (1.49)

видно, что  $\dot{\alpha} < 0$ , ( $\text{sign } \dot{\alpha} = -1$ ); скорость  $\dot{\beta} = -k \left( \beta + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \right) < 0$ , т.е. в этой области

скорости  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  отрицательны, так же как и в области I. Области I-1 объединены в одну выделенную на рис. 1.19 штриховкой. В этой области движение апекса происходит по прямой, проходящей через точку с координатами

$$\alpha = \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}; \quad \beta = -\frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}.$$

В таблице 1 приведены значения углов, знаки скоростей, уравнения траектории апекса и координаты точки, в которую приходит апекс.

Таблица 1.

Уравнения траектории апекса

№ обл.	Значения углов	Знак $\dot{\alpha}$ и $\dot{\beta}$	Уравнение траектории	Координаты точки
I	$\alpha > m_{\dot{\beta}}/k;$ $\beta > m_{\dot{\alpha}}/k$	$\dot{\alpha} < 0,$ $\dot{\beta} < 0$	$\frac{\alpha - \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}}{\alpha_0 - \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}} = \frac{\beta + \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}{\beta_0 + \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}$	$\frac{m_{\dot{\beta}}}{k}; \quad -\frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}$
1	$\alpha > m_{\dot{\beta}}/k;$ $ \beta  <  m_{\dot{\alpha}}/k $	$\dot{\alpha} < 0,$ $\dot{\beta} < 0$		
II	$\alpha > m_{\dot{\beta}}/k;$ $\beta < -m_{\dot{\alpha}}/k$	$\dot{\alpha} < 0,$ $\dot{\beta} > 0$	$\frac{\alpha + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}}{\alpha_0 + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}} = \frac{\beta + \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}{\beta_0 + \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}$	$-\frac{m_{\dot{\beta}}}{k}; \quad -\frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}$
2	$ \alpha  <  m_{\dot{\beta}}/k ;$ $\beta < -m_{\dot{\alpha}}/k$	$\dot{\alpha} < 0,$ $\dot{\beta} > 0$		
III	$\alpha < -m_{\dot{\beta}}/k;$ $\beta < -m_{\dot{\alpha}}/k$	$\dot{\alpha} > 0,$ $\dot{\beta} > 0$	$\frac{\alpha + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}}{\alpha_0 + \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}} = \frac{\beta - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}{\beta_0 - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}$	$-\frac{m_{\dot{\beta}}}{k}; \quad \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}$
3	$\alpha < -m_{\dot{\beta}}/k;$ $ \beta  <  m_{\dot{\alpha}}/k $	$\dot{\alpha} > 0,$ $\dot{\beta} < 0$		
IV	$\alpha < -m_{\dot{\beta}}/k;$ $\beta > m_{\dot{\alpha}}/k$	$\dot{\alpha} > 0,$ $\dot{\beta} < 0$	$\frac{\alpha - \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}}{\alpha_0 - \frac{m_{\dot{\beta}}}{k}} = \frac{\beta - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}{\beta_0 - \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}}$	$\frac{m_{\dot{\beta}}}{k}; \quad \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k}$
4	$ \alpha  <  m_{\dot{\beta}}/k ;$ $\beta > m_{\dot{\alpha}}/k$	$\dot{\alpha} > 0,$ $\dot{\beta} < 0$		

Таким образом, в областях I-1, II-2, III-3, IV-4 скорости  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  не изменяют знак. Из любой точки этих областей апекс гирокопа под действием моментов коррекции и моментов трения приходит в вершины четырехугольника 5, окружающего точку  $O_1$ , обозначающую истинную вертикаль места (ИВ).

Область 5 называется *областью застоя*. Её величина зависит от величины моментов трения по осям подвеса гироскопа и крутизны характеристики коррекции. В область 5 апекс не попадает, т.к. в этой области моменты коррекции  $K\alpha$  и  $K\beta$  меньше моментов трения  $M_{\dot{\beta}}$  и  $M_{\dot{\alpha}}$ . На границе области 5 выполняются равенства

$$\alpha_M = \frac{m_{\dot{\beta}}}{k} \text{ и } \beta_M = \frac{m_{\dot{\alpha}}}{k},$$

которые можно записать в виде

$$K\alpha_M = M_{\dot{\beta}}; K\beta_M = M_{\dot{\alpha}}.$$

Углы  $\alpha_M = \frac{M_{\dot{\beta}}}{K}$ ,  $\beta_M = \frac{M_{\dot{\alpha}}}{K}$  определяют погрешности гировертикали,

вызванные моментами сухого трения по осям внутренней и наружной рамок. Для уменьшения этих погрешностей необходимо уменьшать моменты трения и увеличивать крутизну характеристики коррекции (коэффициент усиления цепи коррекции).

3. Гировертикаль установлена на самолете, совершающем горизонтальный полет с постоянной скоростью ( $\dot{V} = \text{const}$ ,  $a_k = 0$ ,  $\beta_k = 0$ ) и постоянным курсом ( $\psi = \text{const}$ ).

Пренебрежем в уравнениях (1.40) членами  $\omega_\zeta\beta$  и  $\omega_\zeta\alpha$  как малыми величинами по сравнению с другими слагаемыми и, разделив левую и правую части уравнений на  $H$ , получим:

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + k_x\alpha &= m_x - \omega_\eta; \\ \dot{\beta} + k_y\beta &= -m_{yH} - \omega_\xi, \end{aligned} \quad (1.54)$$

где  $m_x = \frac{M_x}{H}$ ;  $m_{yH} = \frac{M_{yH}}{H}$ .

Считая широту  $\varphi$  и моменты  $M_x$ ,  $M_{yH}$  квазипостоянными, решение уравнения запишем в виде

$$\begin{aligned} \alpha &= Ae^{-k_x t} + \frac{m_x - \omega_\eta}{k_x}; \\ \beta &= Be^{-k_y t} - \frac{m_{yH} + \omega_\xi}{k_y}. \end{aligned} \quad (1.55)$$

Если при  $t = 0$ ;  $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\beta(0) = \beta_0$ , то

$$\begin{aligned} A &= \alpha_0 - \frac{m_x - \omega_\eta}{k_x}; \\ B &= \beta_0 + \frac{m_{yH} + \omega_\xi}{k_y}. \end{aligned} \quad (1.56)$$

С учетом (1.56) выражения (1.55) принимают вид

$$\alpha = \left( \alpha_0 - \frac{m_x - \omega_\eta}{k_x} \right) e^{-k_x t} + \frac{m_x - \omega_\eta}{k_x};$$

$$\beta = \left( \beta_0 + \frac{m_{yn} + \omega_\xi}{k_y} \right) e^{-k_y t} - \frac{m_{yn} + \omega_\xi}{k_y}.$$
(1.57)

Положив  $k_x = k_y = k$  и исключив параметр  $t$  в выражениях (1.57) найдем уравнение траектории апекса

$$\frac{\alpha - \frac{m_x - \omega_\eta}{k}}{\alpha_0 - \frac{m_x - \omega_\eta}{k}} = \frac{\beta + \frac{m_{yn} + \omega_\xi}{k}}{\beta_0 + \frac{m_{yn} + \omega_\xi}{k}}.$$
(1.58)

Траекторией апекса гироскопа на картинной плоскости является прямая, проходящая через точку с координатами

$$\alpha_u = \frac{m_x - \omega_\eta}{k};$$

$$\beta_u = -\frac{m_{yn} + \omega_\xi}{k}.$$
(1.59)

Эта точка является положением равновесия главной оси гироскопа, а углы  $\alpha_u$  и  $\beta_u$  определяют статические погрешности гировертикали. Первые слагаемые выражений (1.59) являются погрешностями, вызванными постоянными моментами  $M_x$ ,  $M_{yn}$ .

$$\alpha_M = \frac{m_x}{k} = \frac{M_x}{K_x}, \quad \beta_M = -\frac{m_{yn}}{k} = -\frac{M_{yn}}{K_y}.$$
(1.60)

Вторые слагаемые являются погрешностями обусловленными скоростью вращения Земли и движения самолета относительно Земли

$$\alpha_V = -\frac{\omega_\eta}{k} = -\frac{HU \cos \varphi \cos \psi}{K};$$

$$\beta_V = -\frac{\omega_\xi}{k} = \frac{HV}{RK} + \frac{HU \cos \varphi \sin \psi}{K}.$$
(1.61)

Погрешности  $\alpha_V$  и  $\beta_V$  называются *скоростными*.

Для уменьшения погрешностей гировертикали от возмущающих моментов, так же как от моментов трения, необходимо уменьшать эти моменты и увеличивать крутизну характеристики коррекции. Скоростная погрешность также уменьшается при увеличении крутизны характеристики коррекции (эффективности коррекции). Обе эти погрешности являются статическими ошибками системы коррекции по углам  $\alpha$  и  $\beta$ .

Физический смысл скоростной погрешности заключается в следующем. Вертикаль места изменяет свое направление в пространстве вследствие вращения

Земли и движения объекта. Следовательно, система коррекции должна вызывать прецессию гироскопа со скоростью вращения вертикали места. Но для работы системы коррекции на ее входе должен быть электрический сигнал, следовательно, должно быть рассогласование между главной осью гироскопа и вертикалью места (положением маятникового чувствительного элемента). Эти углы рассогласования являются скоростными погрешностями.

В точных гировертиках скоростные погрешности могут быть скомпенсированы. Для этого с помощью вычислительных устройств формируются электрические сигналы, пропорциональные  $\omega_\xi$  и  $\omega_\eta$ , которые подаются на коррекционные двигатели для компенсации моментов  $H\omega_\xi$  и  $H\omega_\eta$ .

4. Пусть самолёт перемещается с постоянным продольным ускорением ( $a_\eta = \dot{V}$ ,  $a_\xi = 0$ ).

Поведение гировертики будет описываться, при сохранении ранее принятых допущений, уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} + k_x \alpha &= m_x - \omega_\eta; \\ \dot{\beta} + k_y \beta &= -m_{y\eta} - \omega_\xi - k_y \frac{\dot{V}}{g},\end{aligned}\tag{1.62}$$

Если не учитывать члены, порождающие погрешности от возмущающих моментов и скоростные, то уравнения (1.62) примут вид

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} + k_x \alpha &= 0; \\ \dot{\beta} + k_y \beta &= -k_y \frac{\dot{V}}{g}.\end{aligned}\tag{1.63}$$

Решение уравнения, описывающего движение гировертики по координате  $\beta$ , запишется в виде

$$\beta = Ce^{-k_y t} - \frac{\dot{V}}{g}.$$

Пусть при  $t = 0$ ,  $\beta = \beta(0) = 0$ , тогда  $C = \frac{\dot{V}}{g}$ . Следовательно

$$\beta = -\frac{\dot{V}}{g} \left( 1 - e^{-k_y t} \right).\tag{1.64}$$

В установившемся режиме

$$\beta = \beta_u = -\frac{\dot{V}}{g}.$$

Эта погрешность гировертики называется инерционной. Она является результатом влияния продольного ускорения объекта ( $a_\eta = \dot{V}$ ) на работу системы коррекции по каналу  $\beta$  (продольная коррекция).

Маятниковый чувствительный элемент продольной системы коррекции под действием силы инерции устанавливается по кажущейся вертикели, отклоненной

от вертикали места на угол  $\beta_k \approx -\frac{\dot{V}}{g}$ . Система коррекции приводит главную ось гироскопа к положению кажущейся вертикали, если объект перемещается с ускорением продолжительное время. Если ускорения кратковременны, то главная ось не успеет прийти к кажущейся вертикали. Инерционная погрешность в этом случае может быть определена по выражению (1.64). После прекращения ускоренного движения объекта маятник устанавливается в положение истинной вертикали, а система коррекции устраняет отклонение гироскопа от вертикали места.

Система коррекции с большой крутизной характеристики вызывает большую скорость прецессии главной оси гироскопа в сторону кажущейся вертикали, тем самым способствует увеличению инерционной погрешности гировертикали.

Для уменьшения инерционной погрешности гировертикали продольная коррекция гироскопа выключается на время ускоренного движения самолета.

#### **1.4.3. Поведение гировертикали с пропорциональной характеристикой коррекции на вираже**

Виражом называется разворот самолета в горизонтальной плоскости. Это один из наиболее часто выполняемых маневров. Правильный вираж осуществляется так, чтобы самолет не изменял высоту полета и не смешался с траектории. Вираж выполняется с определенным углом крена. Центр масс самолета движется с постоянной линейной скоростью  $\vec{V}$  по окружности радиуса  $\rho$  и с постоянной угловой скоростью  $\omega_e = \frac{V}{\rho}$ .

На рис. 1.20 показаны: самолет со стороны хвостового оперения, сила тяжести  $m\vec{g}$ , подъемная сила  $\vec{Y}$ , центробежная сила  $m\vec{V}\omega_e$  и центростремительное ускорение  $\rho\omega_e^2 = V\omega_e$ .

Для того чтобы самолет не изменял высоту полета и не сходил с траектории, должны выполняться условия

$$mg \sin \gamma = mV\omega_e \cos \gamma;$$

$$Y = mg \cos \gamma + mV\omega_e \sin \gamma.$$

Это возможно лишь при угле крена, тангенс которого находится из первого условия и равен

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{V\omega_e}{g}. \quad (1.65)$$

Из формулы видно, что угол крена самолета должен быть равен углу отклонения кажущейся вертикали от истинной вертикали места.

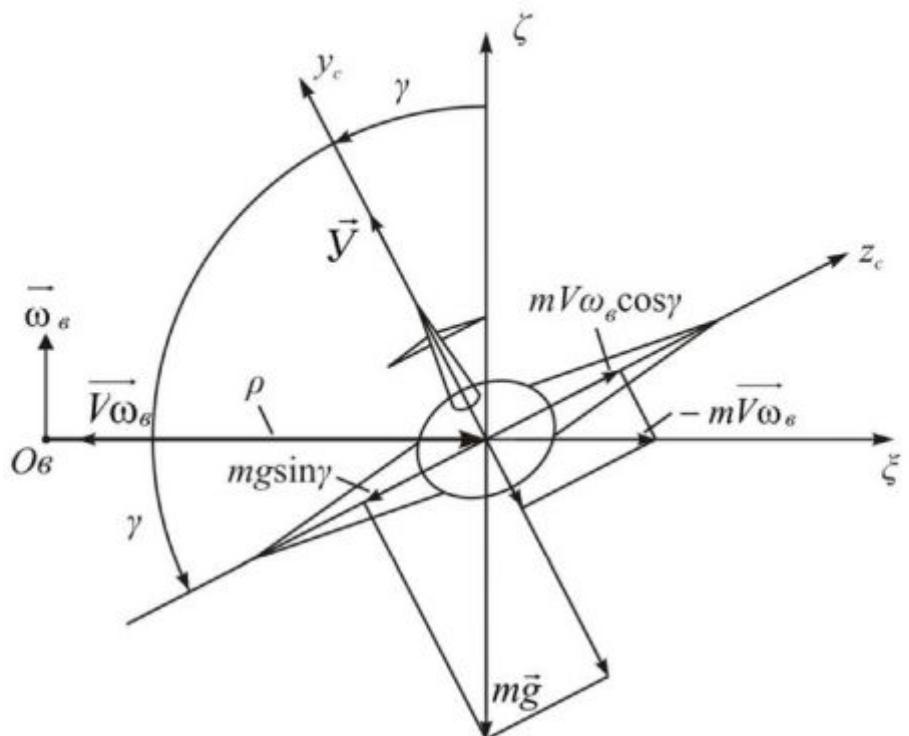


Рис. 1.20. Левый вираж самолета

Пусть самолёт совершает левый вираж с  $V = \text{const}$  и  $\omega_e = \text{const}$ . На самолёте гировертикаль расположена осью наружной рамки по продольной оси самолёта (рис. 1.21).

На левом вираже точка подвеса гироскопа перемещается с центростремительным ускорением  $V\omega_e$ . Маятниковый чувствительный элемент  $Y_1$  установится по направлению кажущейся вертикалі (КВ) отклонённой относительно истинной вертикалі на угол  $\alpha_k \approx V\omega_e / g$ .

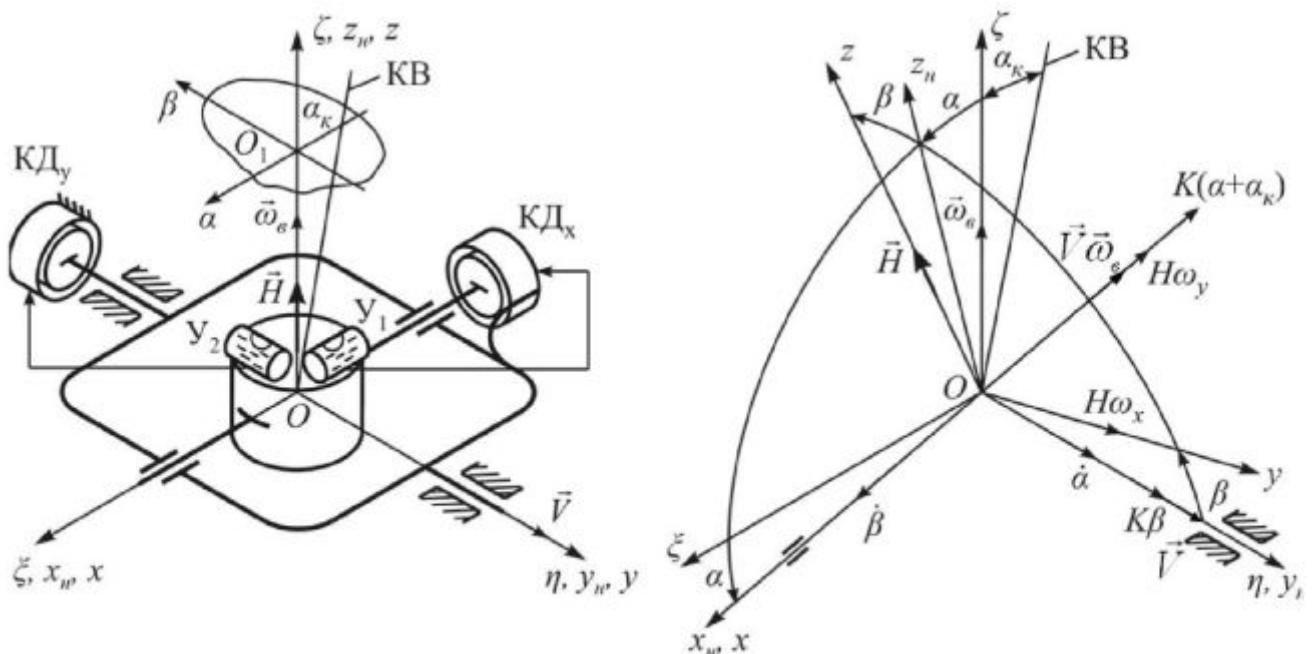


Рис. 1.21. Схема гировертикали и кинематический чертеж

Пусть по осям подвеса гироскопа отсутствуют возмущающие моменты. Так как скорость  $\omega_e$  велика по сравнению с угловой скоростью Земли и скоростью вращения самолета относительно Земли, то можно принять  $\omega_z = 0$ ;  $\omega_\eta = 0$ ;  $\omega_\zeta = \omega_e$ . Проекции абсолютной угловой скорости гироскопа с учетом малости углов  $\alpha$  и  $\beta$  равны:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} - \omega_e \alpha; \\ \omega_y &= \dot{\alpha} + \omega_e \beta.\end{aligned}\quad (1.66)$$

Прецессионные уравнения движения гировертикали (см. рис. 1.21) имеют вид:

$$H\omega_x + K\beta = 0;$$

$$H\omega_y + K(\alpha + \alpha_k) = 0.$$

После преобразования этих уравнений с учетом выражений (1.66) получим

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} + k\alpha + \omega_e \beta &= -k\alpha_k; \\ \dot{\beta} - \omega_e \alpha + k\beta &= 0.\end{aligned}\quad (1.67)$$

Из уравнений (1.67) найдем положение равновесия главной оси гироскопа после окончания переходного процесса. Полагая  $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = 0$  находим

$$\begin{aligned}\alpha_u &= -\frac{\omega_e}{k} \beta_u - \alpha_k; \\ \alpha_u &= \frac{k}{\omega_e} \beta_u.\end{aligned}\quad (1.68)$$

Выражения (1.68) – уравнения двух взаимно перпендикулярных прямых в системе координат  $O_1\alpha\beta$ . Точка пересечения этих прямых является положением равновесия апекса гироскопа. В результате совместного решения уравнений (1.68) получим

$$\begin{aligned}\alpha_u &= -\frac{k^2}{k^2 + \omega_e^2} \alpha_k; \\ \beta_u &= -\frac{k\omega_e}{k^2 + \omega_e^2} \alpha_u.\end{aligned}\quad (1.69)$$

Таким образом, на левом выражении после окончания переходного процесса апекс гироскопа, совпадающий вначале с истинной вертикалью (точка  $O_1$ ), окажется в точке с координатами  $\alpha_u$  и  $\beta_u$  (рис. 1.22).

Найдем уравнение траектории апекса гироскопа. Перейдем от уравнений (1.67) к уравнению с комплексной переменной  $\theta = \alpha + i\beta$ . Для этого умножим второе уравнение системы (1.67) на  $i$  и почленно сложим с первым уравнением, получим

$$\dot{\alpha} + i\dot{\beta} + k\alpha + ik\beta + \omega_e \beta - i\omega_e \alpha = -k\alpha_k.$$

Это уравнение, после преобразования, приводится к виду

$$\dot{\theta} + (k - i\omega_e)\theta = -k\alpha_k. \quad (1.70)$$

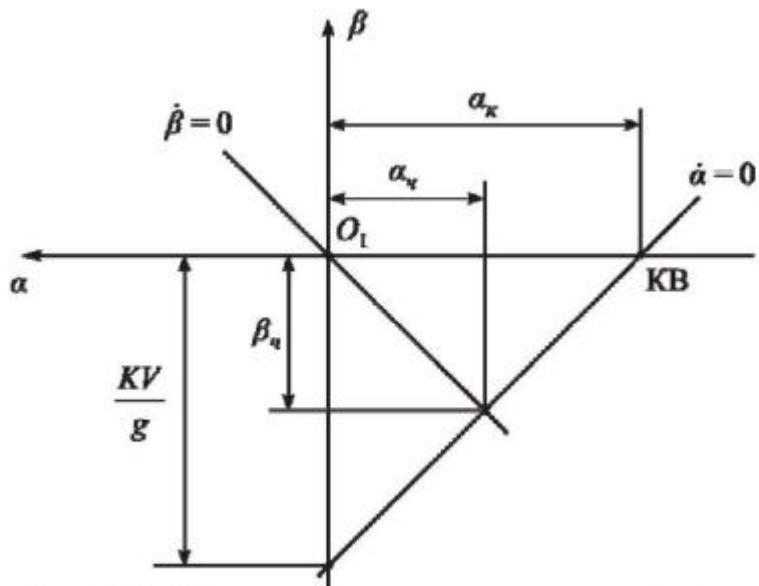


Рис. 1.22. Положение равновесия апекса гироскопа

Решение уравнения (1.70) имеет вид

$$\theta = C_1 e^{-(k-i\omega_e)t} - \frac{k\alpha_k}{k-i\omega_e}. \quad (1.71)$$

При  $t=0$   $\theta(0)=0$ , т.е.  $\alpha(0)=0$ ;  $\beta(0)=0$ .

Тогда

$$C_1 = \frac{k\alpha_k}{k-i\omega_e} = \frac{k(k+i\omega_e)\alpha_k}{k^2 + \omega_e^2}.$$

Экспоненту в выражении (1.71) представим в форме

$$e^{-(k-i\omega_e)t} = e^{-kt} e^{i\omega_e t} = e^{-kt} (\cos \omega_e t + i \sin \omega_e t).$$

С учетом этих преобразований выражение (1.71) примет вид

$$\theta = \frac{k(k+i\omega_e)\alpha_k}{k^2 + \omega_e^2} e^{-kt} (\cos \omega_e t + i \sin \omega_e t) - \frac{k(k+i\omega_e)}{k^2 + \omega_e^2} \alpha_k. \quad (1.72)$$

Выделим в комплексном выражении (1.72) вещественные слагаемые и приравняем их сумму к  $\alpha$ , а мнимые слагаемые – к  $\beta$ , получим

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{k\alpha_k}{k^2 + \omega_e^2} [k - e^{-kt} (k \cos \omega_e t - \omega_e \sin \omega_e t)]; \\ \beta &= -\frac{k\alpha_k}{k^2 + \omega_e^2} [\omega_e - e^{-kt} (\omega_e \cos \omega_e t + k \sin \omega_e t)]. \end{aligned} \quad (1.73)$$

Выражения (1.73) определяют в любой момент времени положение апекса гироскопа на левом выражении. В установившемся режиме ( $t \rightarrow \infty$ )

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_u = -\frac{k^2 \alpha_k}{k^2 + \omega_e^2}; \\ \beta &= \beta_u = -\frac{k \omega_e \alpha_k}{k^2 + \omega_e^2}. \end{aligned} \quad (1.74)$$

С учетом этого перепишем выражения (1.73) в виде

$$\alpha - \alpha_u = \frac{k\alpha_k}{k^2 + \omega_e^2} e^{-kt} (k \cos \omega_e t - \omega_e \sin \omega_e t);$$

$$\beta - \beta_u = \frac{k\alpha_k}{k^2 + \omega_e^2} e^{-kt} (\omega_e \cos \omega_e t + k \sin \omega_e t).$$

Выясним, какой вид имеет траектория апекса гироскопа на картинной плоскости. Для этого введем новую систему координат с переменными  $\alpha_1 = \alpha - \alpha_u$  и  $\beta_1 = \beta - \beta_u$  и началом в точке с координатами  $\alpha_u$  и  $\beta_u$  (рис. 1.23). Теперь перейдем к полярной системе координат, выбрав в качестве полярной оси ось  $\beta_1$ . Положение апекса будем определять радиусом-вектором  $\vec{r}$  и углом  $\varphi$ . Связь между декартовыми и полярными координатами определяется выражениями

$$\alpha_1 = r \sin \varphi; \quad \beta_1 = r \cos \varphi.$$

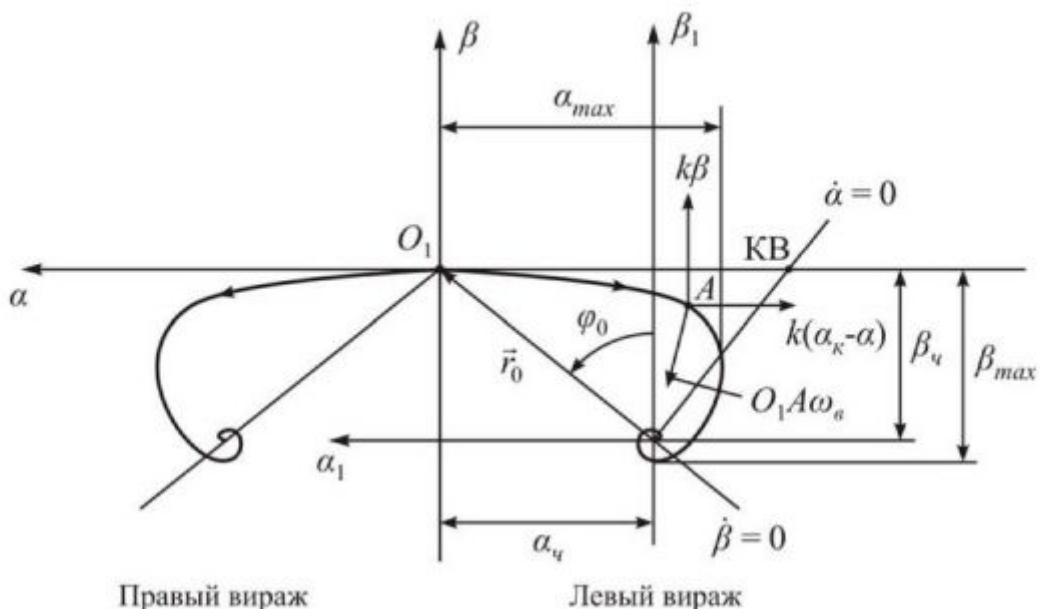


Рис. 1.23. Траектория апекса гироскопа на выражении

$$\text{Тогда } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha - \alpha_u}{\beta - \beta_u}; \quad r = \sqrt{(\alpha - \alpha_u)^2 + (\beta - \beta_u)^2}.$$

После подстановки выражений для  $\alpha - \alpha_u$  и  $\beta - \beta_u$ , получим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k \cos \omega_e t - \omega_e \sin \omega_e t}{\omega_e \cos \omega_e t + k \sin \omega_e t};$$

$$r = \frac{k \alpha_k}{\sqrt{k^2 + \omega_e^2}} e^{-kt}.$$

$$\text{При } t = 0 \quad \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{k}{\omega_e}; \quad r = r_0 = \frac{k \alpha_k}{\sqrt{k^2 + \omega_e^2}}.$$

В переходном режиме

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\frac{k}{\omega_e} - \operatorname{tg}\omega_e t}{1 + \frac{k}{\omega_e} \operatorname{tg}\omega_e t} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_0 - \operatorname{tg}\omega_e t}{1 + \operatorname{tg}\varphi_0 \operatorname{tg}\omega_e t} = \operatorname{tg}(\varphi_0 - \omega_e t).$$

$$\text{Отсюда } \varphi = \varphi_0 - \omega_e t \text{ и } t = \frac{\varphi_0 - \varphi}{\omega_e}. \quad (1.75)$$

С учетом выражений (1.75) уравнение траектории апекса гироскопа в полярной системе координат определяется выражением

$$r = r_0 e^{-k \frac{\varphi_0 - \varphi}{\omega_e}}. \quad (1.76)$$

Выражение (1.76) представляет собой *уравнение логарифмической спирали*.

С началом виража (см. рис. 1.23) маятниковый чувствительный элемент  $Y_1$  под влиянием центробежной силы и силы тяжести устанавливается по кажущейся вертикали. Включается поперечная коррекция, под действием которой апекс с линейной скоростью  $k(\alpha_k - \alpha)$  перемещается в сторону кажущейся вертикали. Из-за вращения карданова подвеса (значит и системы координат  $O_1\alpha\beta$ ) со скоростью  $\omega_e$  апекс отклоняется по координате  $\beta$  в отрицательном направлении с линейной скоростью  $O_1A \omega_e$ , что приводит к включению продольной коррекции. Под действием продольной коррекции апекс перемещается с линейной скоростью  $k\beta$  в сторону уменьшения угла  $\beta$ . Таким образом, главная ось гироскопа вращается относительно внутренней и наружной рамок. При длительном вираже апекс по логарифмической спирали приходит к точке с координатами  $\alpha_u$  и  $\beta_u$ , определяемых выражениями (1.74).

При правом вираже ( $\omega_e < 0$ ) траектория апекса является зеркальным отображением траектории апекса при левом вираже.

Рассмотренное отклонение главной оси от вертикали места называется *виражными погрешностями гировертикали*. Максимальных значений виражные погрешности (см. рис. 1.23) достигают при  $t_1 = \frac{\pi}{2\omega_e}$  по координате  $\alpha$  и при

$t_2 = \frac{\pi}{\omega_e}$  по координате  $\beta$ . После подстановки  $t_1$  и  $t_2$  в выражения (1.73), получим

$$\begin{aligned} \alpha_{\max} &= -\frac{k^2}{k^2 + \omega_e^2} \frac{V\omega_e}{g} \left( 1 + \frac{\omega_e}{\kappa} e^{-k \frac{\pi}{2\omega_e}} \right); \\ \beta_{\max} &= -\frac{k\omega_e}{k^2 + \omega_e^2} \frac{V\omega_e}{g} \left( 1 + e^{-k \frac{\pi}{\omega_e}} \right). \end{aligned} \quad (1.77)$$

Виражная погрешность является методической погрешностью гировертикали. Для ее уменьшения отключается поперечная коррекция на вираже.

#### 1.4.4. Гировертикаль с постоянной характеристикой коррекции

Прецессионные уравнения движения такой гировертикали получим из уравнений (1.40) при подстановке моментов коррекции и моментов сухого трения

$$M_{\alpha x} = \Phi_{\alpha^*} \text{sign} \alpha^*; \quad M_{\beta y} = \Phi_{\beta^*} \text{sign} \beta^*;$$

$$M_x = -M_{\beta} \text{sign} \dot{\beta}; \quad M_y = -M_{\alpha} \text{sign} \dot{\alpha},$$

где  $\alpha^* = \alpha_k - \alpha$ ,  $\beta^* = \beta_k + \beta$ .

После преобразования уравнения (1.38) приобретают вид

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + \omega_\eta + \omega_\zeta \beta + \phi_{\alpha^*} \text{sign} \alpha^* + m_{\beta} \text{sign} \dot{\beta} &= 0; \\ \dot{\beta} + \omega_\zeta - \omega_\eta \alpha + \phi_{\beta^*} \text{sign} \beta^* - m_{\alpha} \text{sign} \dot{\alpha} &= 0, \end{aligned} \quad (1.78)$$

где  $\phi_{\alpha^*} = \Phi_{\alpha^*} / H$ ;  $\phi_{\beta^*} = \Phi_{\beta^*} / H$ .

При  $\alpha^* > 0$   $\text{sign} \alpha^* = 1$ , при  $\alpha^* < 0$   $\text{sign} \alpha^* = -1$ ; при  $\beta^* > 0$   $\text{sign} \beta^* = 1$ , при  $\beta^* < 0$   $\text{sign} \beta^* = -1$ .

Рассмотрим поведение гировертикали, установленной на неподвижном основании:  $\omega_\xi = \omega_\eta = \omega_\zeta = 0$ ;  $a_\xi = a_\eta = 0$ ;  $\alpha_k = \beta_k = 0$ ;  $M_{\dot{\alpha}} = M_{\dot{\beta}} = 0$ ;  $\alpha^* = -\alpha$ ,  $\beta^* = \beta$ .

Уравнения движения гировертикали в этом случае принимают вид

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + \phi_\alpha \text{sign} \alpha &= 0; \\ \dot{\beta} + \phi_\beta \text{sign} \beta &= 0. \end{aligned} \quad (1.79)$$

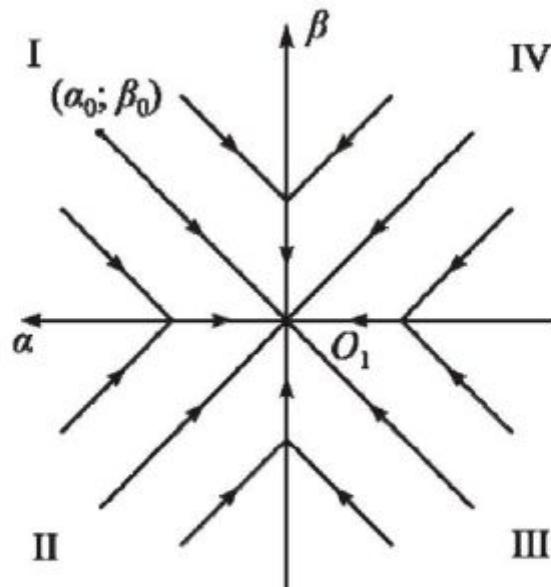


Рис. 1.24. Траектория апекса гировертикали  
без учета моментов сухого трения

В области I картинной плоскости (рис. 1.24) углы  $\alpha$  и  $\beta$  положительны, поэтому  $\text{sign} \alpha = 1$  и  $\text{sign} \beta = 1$ .

Решение уравнений (1.79) определяются выражениями

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 - \phi_\alpha t; \\ \beta &= \beta_0 - \phi_\beta t,\end{aligned}\tag{1.80}$$

где  $\alpha_0$  и  $\beta_0$  начальные углы отклонения главной оси гироскопа. Исключив время из уравнений (1.80) находим траекторию апекса гироскопа в виде

$$\frac{\beta - \beta_0}{\alpha - \alpha_0} = \frac{\phi_\beta}{\phi_\alpha}.\tag{1.81}$$

Как следует из (1.81) траектория апекса представляет собой прямую, проходящую через точку с координатами  $\alpha_0$  и  $\beta_0$ . Крутизна наклона этой прямой определяется отношением  $\phi_\beta/\phi_\alpha$ . При  $\phi_\alpha = \phi_\beta$  наклон прямой составляет  $45^\circ$  к осям координат. Таким образом, из любой точки области I апекс под действием моментов коррекции движется до оси  $O_1\alpha$  или  $O_1\beta$ , далее по одной из этих осей к истинной вертикали (точка  $O_1$ ). Аналогично находится траектория движения апекса в областях II, III, IV.

При учете моментов сухого трения в осях подвеса гироскопа уравнения движения гировертикали имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} + \phi_\alpha \operatorname{sign} \alpha + m_{\dot{\beta}} \operatorname{sign} \dot{\beta} &= 0; \\ \dot{\beta} + \phi_\beta \operatorname{sign} \beta - m_{\dot{\alpha}} \operatorname{sign} \dot{\alpha} &= 0.\end{aligned}\tag{1.82}$$

Для того, чтобы система коррекции приводила главную ось гироскопа к вертикали необходимо, чтобы моменты коррекции по абсолютной величине были больше моментов трения в опорах осей наружной и внутренней рамок, т.е.  $|\Phi_\alpha| > |M_{\dot{\beta}}|$ ;  $|\Phi_\beta| > |M_{\dot{\alpha}}|$ , а следовательно  $|\phi_\alpha| > |m_{\dot{\beta}}|$  и  $|\phi_\beta| > |m_{\dot{\alpha}}|$ .

Так как в области I картинной плоскости (рис. 1.25)  $\alpha > 0$ ;  $\beta > 0$ , то  $\operatorname{sign} \alpha = 1$ ,  $\operatorname{sign} \beta = 1$ ,  $\dot{\alpha} < 0$ ;  $\dot{\beta} < 0$ ,  $\operatorname{sign} \dot{\alpha} = -1$ ;  $\operatorname{sign} \dot{\beta} = -1$ .

Уравнения (1.82) для области I принимают вид:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= -\phi_\alpha + m_{\dot{\beta}}; \\ \dot{\beta} &= -\phi_\beta - m_{\dot{\alpha}}.\end{aligned}\tag{1.83}$$

Решения уравнений (1.83) (при начальных условиях  $t = 0$ ;  $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\beta(0) = \beta_0$ ) и траектория апекса гироскопа определяются выражениями

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_0 - (\phi_\alpha - m_{\dot{\beta}})t; \\ \beta &= \beta_0 - (\phi_\beta + m_{\dot{\alpha}})t; \\ \frac{\beta - \beta_0}{\alpha - \alpha_0} &= \frac{\phi_\beta + m_{\dot{\alpha}}}{\phi_\alpha - m_{\dot{\beta}}}.\end{aligned}\tag{1.84}$$

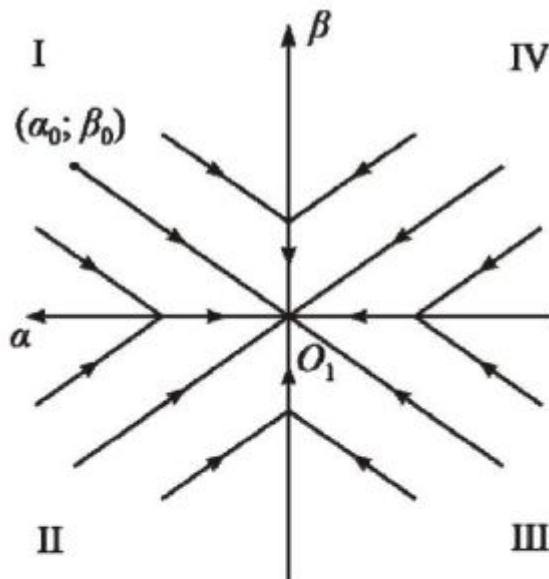


Рис. 1.25. Траектория движения апекса с учетом моментов сухого трения

Как видно из выражений (1.84) при учете моментов трения в осях подвеса гироскопа траекторией апекса является прямая, угол наклона которой изменяется в зависимости от величины моментов трения. Зона застоя, обусловленная моментами трения в гировертикали с пропорциональной коррекцией, отсутствует в гировертикали с постоянной характеристикой коррекции.

Пусть гировертикаль с постоянной коррекцией установлена на объекте, который перемещается с постоянной скоростью ( $a_\eta = a_\xi = 0$ ) и постоянным курсом. Опустим ввиду малости слагаемые  $\omega_\zeta \alpha$  и  $\omega_\zeta \beta$  в уравнениях (1.78) и запишем эти уравнения в виде

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} + \omega_\eta + \phi_\alpha \operatorname{sign} \alpha + m_{\dot{\beta}} \operatorname{sign} \dot{\beta} &= 0; \\ \dot{\beta} + \omega_\xi + \phi_\beta \operatorname{sign} \beta - m_{\dot{\alpha}} \operatorname{sign} \dot{\alpha} &= 0.\end{aligned}\quad (1.85)$$

На подвижном основании система коррекции гировертикали должна вызывать скорость прецессии гироскопа такой величины, чтобы она была больше скорости вращения вертикали места за счет вращения Земли и за счет полета объекта относительно Земли, а также больше скорости прецессии от моментов сухого трения и других возмущающих моментов по осям подвеса, т.е.

$$\begin{aligned}|\phi_\alpha| &> |\omega_\eta| + |m_{\dot{\alpha}}|; \\ |\phi_\beta| &> |\omega_\xi| + |m_{\dot{\beta}}|.\end{aligned}\quad (1.86)$$

$$|\Phi_\alpha| > |H\omega_\eta| + |M_{\dot{\alpha}}|;$$

$$|\Phi_\beta| > |H\omega_\xi| + |M_{\dot{\beta}}|.$$

или

При выполнении условия (1.86) знак  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  будет определяться знаком скорости  $\phi_\alpha$  и  $\phi_\beta$ . В первой области картинной плоскости  $\dot{\alpha} < 0$  и  $\dot{\beta} < 0$ .

Движение главной оси гироскопа описывается уравнениями

$$\dot{\alpha} = -\phi_\alpha - \omega_\eta + m_{\dot{\beta}};$$

$$\dot{\beta} = -\phi_\beta - \omega_\xi - m_{\dot{\alpha}}.$$

После интегрирования этих уравнений, получим

$$\alpha = \alpha_0 - (\phi_\alpha + \omega_\eta - m_{\dot{\beta}})t;$$

$$\beta = \beta_0 - (\phi_\beta + \omega_\xi - m_{\dot{\alpha}})t.$$

Уравнение траектории апекса

$$\frac{\beta - \beta_0}{\alpha - \alpha_0} = \frac{\phi_\beta + \omega_\xi + m_{\dot{\alpha}}}{\phi_\alpha + \omega_\eta + m_{\dot{\beta}}}$$

является уравнением прямой. Скорости  $\omega_\eta$  и  $\omega_\xi$  оказывают влияние только на наклон прямой.

Гировертикаль с постоянной коррекцией не имеет скоростных погрешностей.

Реальная характеристика системы с постоянной коррекцией имеет зону гистерезисности, внутри которой главная ось совершает назатухающие колебания. Величина этой зоны является погрешностью гировертикали [3].

Рассмотрим как влияет на гировертикал движение самолета с продольным ускорением  $a_\eta = \dot{V} = \text{const}(a_\xi = 0)$ . Опустив в уравнениях (1.85) моменты трения и проекции переносной угловой скорости, получим

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} + \phi_{\alpha^*} \operatorname{sign} \alpha^* &= 0; \\ \dot{\beta} + \phi_{\beta^*} \operatorname{sign} \beta^* &= 0,\end{aligned}\tag{1.87}$$

где  $\beta^* = \beta + \beta_\kappa$ .

Пусть апекс гировертикали в начальный момент времени находится в области I картинной плоскости (рис. 1.26). В этой области уравнения (1.87) принимают вид

$$\dot{\alpha} = -\phi_{\alpha^*}; \quad \dot{\beta} = -\phi_{\beta^*}.$$

Решение этих уравнений (при  $t = 0$ ,  $\alpha(0) = \alpha_0$ ,  $\beta(0) = \beta_0$ ) определяются выражениями:

$$\alpha - \alpha_0 = -\phi_{\alpha^*} t; \quad \beta - \beta_0 = -\phi_{\beta^*} t.$$

Разделив почленно второе уравнение на первое получим уравнение прямой

$$\frac{\beta - \beta_0}{\alpha - \alpha_0} = \frac{\phi_{\beta^*}}{\phi_{\alpha^*}}.$$

По этой прямой апекс приходит в точку 1 и далее движется по оси  $O_1\beta$  в сторону кажущейся вертикал (КВ). Угол отклонения главной оси гироскопа от истинной вертикал является *инерционной погрешностью* и определяется по формуле

$$\beta_{in} = \phi_{\beta^*} t_{\dot{V}},$$

где  $t_{\dot{V}}$  – время полета самолета с продольным ускорением.

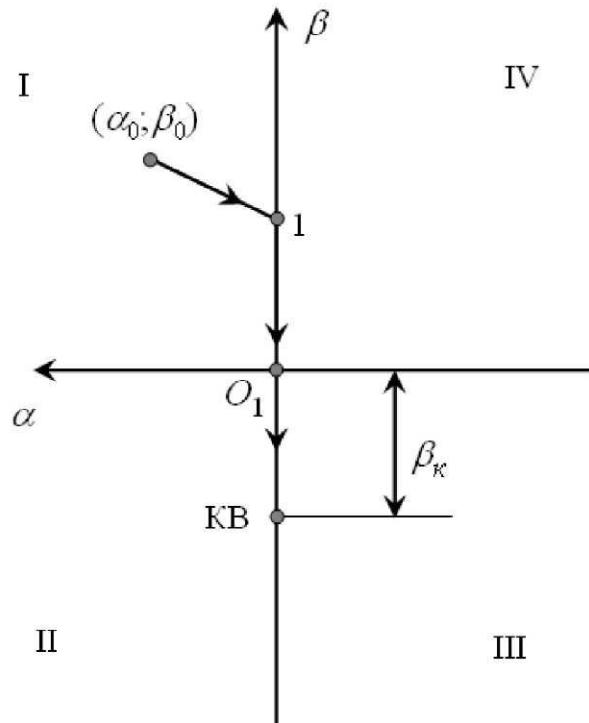


Рис. 1.26. Траектория апекса гировертикали

Максимальная инерционная погрешность

$$\beta_{\text{ин max}} = \beta_{\kappa} = \frac{\dot{V}}{g}$$

получится в том случае, когда за время полета самолета с ускорением главная ось гировертикали придет в положение кажущейся вертикали.

#### 1.4.5. Гировертикал со смешанной характеристикой коррекции

Ранее были рассмотрены гировертикали с пропорциональной и постоянной (релейной) характеристиками коррекции. Было установлено, что для уменьшения скоростной погрешности и погрешности, обусловленной возмущающими моментами по осям подвеса, необходимо увеличивать коэффициент усиления цепей коррекции. В тоже время для уменьшения инерционных погрешностей коэффициент усиления цепей коррекции надо уменьшать. Полученное противоречие невозможно устранить в гировертикали с пропорциональной характеристикой коррекции.

Гировертикал с постоянной характеристикой коррекции не имеет скоростных погрешностей и погрешностей от возмущающих моментов по осям подвеса. Однако из-за наличия зоны гистерезисности чувствительного элемента главная ось гироскопа совершает незатухающие колебания относительно истинной вертикали с амплитудой, определяемой величиной этой зоны. В гировертикали с постоянной характеристикой коррекции при ускоренном движении самолета, а также при вираже будет иметь место инерционная и виражная погрешности.

В гировертикали со смешанной характеристикой коррекции (см. рис. 1.14) при отклонении главной оси гироскопа на углы  $\alpha < \Delta$  и  $\beta < \Delta$  гировертикал ведет

себя как гиравертикал с пропорциональной характеристикой коррекции. Величина зоны пропорциональности обычно выбирается в пределах  $10' \dots 15'$ . Величина момента  $\Phi$  выбирается из условий (1.86). Благодаря этому крутизна пропорционального участка характеристики коррекции получается большой. Это позволяет получить малые скоростные погрешности и малые погрешности от возмущающих моментов. Ограничение величины момента коррекции  $\Phi$  при углах  $\alpha \geq \Delta$  и  $\beta \geq \Delta$  уменьшает инерционные погрешности гиравертикали. Поэтому гиравертикали со смещенной характеристикой коррекции получили широкое распространение.

#### 1.4.6. Кардановы погрешности гиравертикалей

Гиравертикал позволяет определить углы отклонения подвижного объекта относительно плоскости горизонта (угол тангажа (дифферента) и угол крена). Под углом тангажа, как указывалось ранее, понимают угол между плоскостью горизонта и продольной осью объекта, отсчитываемый в вертикальной плоскости, а под углом крена – угол между плоскостью горизонта и поперечной осью объекта, отсчитываемый в поперечной плоскости объекта, проходящей через его нормальную и поперечную оси.

Посмотрим равны ли углы тангажа и крена углам поворота гиравертикали относительно объекта для двух возможных ориентаций гиравертикали: ось наружной рамки параллельна продольной оси объекта (рис. 1.27 $a$ ) и ось наружной рамки параллельна поперечной оси объекта (рис. 1.27 $b$ ) [6].

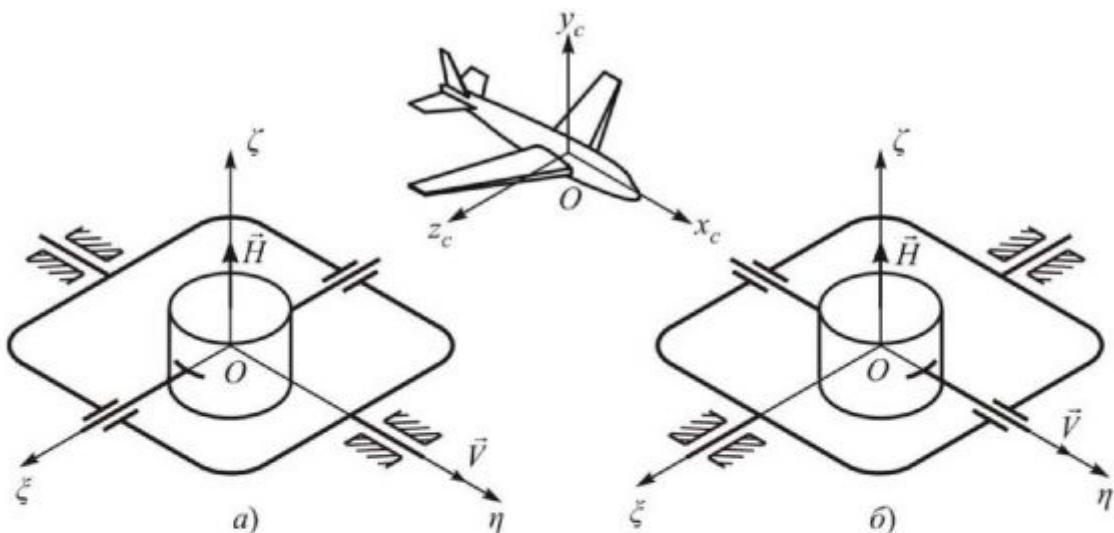


Рис. 1.27. Схемы установки гиравертикали на самолете

Считаем, что сначала главная ось гироскопа повернута вместе с объектом на углы тангажа и крена, т.е. совпадает с нормальной осью объекта. Затем двумя независимыми поворотами вокруг осей наружной и внутренней рамок карданова подвеса совмещаем главную ось гироскопа с вертикалью места (ось  $O\zeta$ ). Эти два поворота и характеризует угловое положение гиравертикали относительно

объекта, т.е. соответствуют углам, снимаемым с прибора с помощью датчиков угла  $\Delta V$  и  $\Delta V_k$ , установленных на осях карданова подвеса.

На кинематическом чертеже (рис. 1.28а)) показано положение связанной с объектом системы координат  $Ox_c y_c z_c$  относительно траекторной  $O\xi\eta\zeta$  (углы  $\vartheta, \gamma$ ).

При ориентации оси наружной рамки гировертикли вдоль продольной оси  $Ox_c$  объекта переход главной оси гироскопа от направления нормальной оси объекта  $Oy_c$  к направлению вертикали  $O\zeta$  зададим углом  $\gamma_1$  (угол поворота вокруг оси наружной рамки  $Ox_c$ ) и затем углом  $\vartheta_1$  поворота вокруг оси внутренней рамки (ось  $O\xi$ ). Из рис. 1.28а) видно, что углы поворота относительно объекта равны и противоположны по знаку углам крена и тангажа объекта. Следовательно, углы поворота объекта относительно гироскопа, снимаемые с осей подвеса гироскопа, равны углам крена и тангажа. Кардановы погрешности при таком расположении гировертикли на объекте отсутствуют.

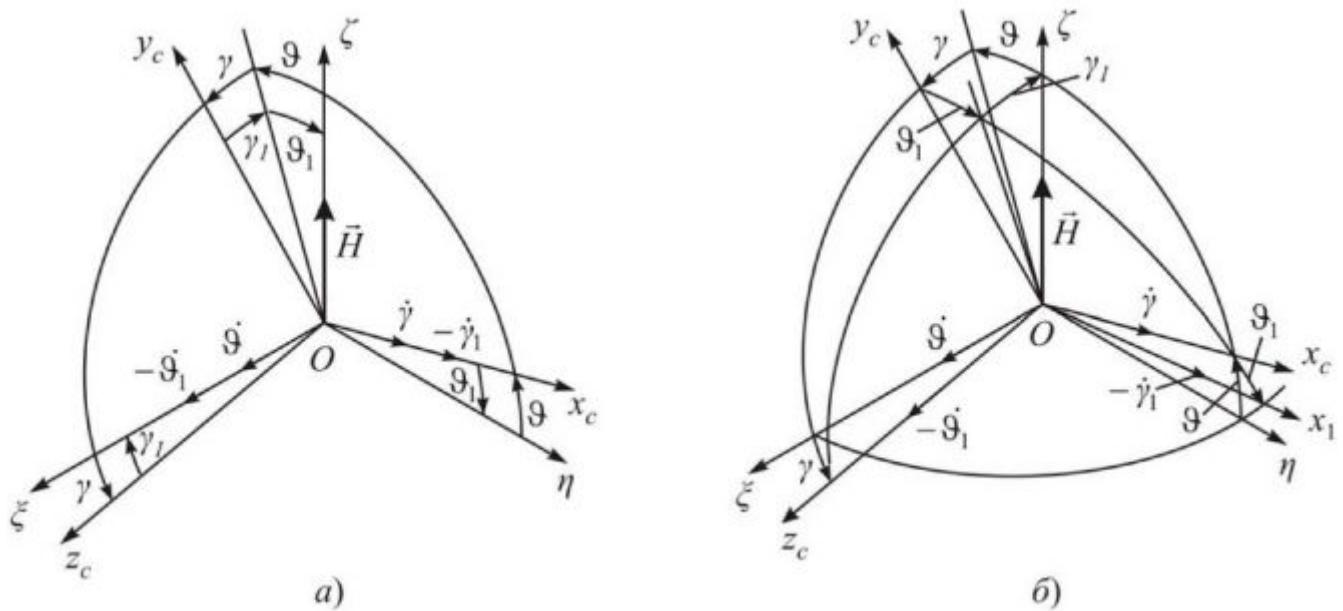


Рис. 1.28. К определению кардановых погрешностей гировертикли

При ориентации оси наружной рамки вдоль поперечной оси объекта (рис. 1.28б)) возвращение главной оси гироскопа из положения, когда она совпадает с осью  $Oy_c$ , в положение вертикали (ось  $O\zeta$ ) производим поворотом на угол  $\vartheta_1$  вокруг оси наружной рамки (ось  $Oz_c$ ), затем на угол  $\gamma_1$  вокруг оси внутренней рамки (ось  $Ox_1$ ).

В этом случае углы  $\vartheta_1$  и  $\gamma_1$  отличаются от углов  $\vartheta$  и  $\gamma$  тангажа и крена, т.е. гировертикли имеет карданову погрешность.

Найдем зависимость углов снимаемых с прибора  $\vartheta_1$  и  $\gamma_1$  от истинных углов  $\vartheta$  и  $\gamma$  тангажа и крена [6].

Если кинетический момент  $\vec{H}$  гироскопа совмещен с вертикалью места, то его проекции на оси, связанные с объектом, определяются выражением

$$\begin{aligned}
 H_{xc} &= H \sin \vartheta, \\
 H_{yc} &= H \cos \vartheta \cos \gamma, \\
 H_{zc} &= -H \cos \vartheta \sin \gamma.
 \end{aligned} \tag{1.88}$$

Из рис. 1.28б) следует

$$\sin \gamma_1 = -\frac{H_{zc}}{H}. \tag{1.89}$$

Проекция вектора  $\vec{H}$  на ось  $Ox_1$  запишется в виде

$$H_{x1} = H_{xc} \cos \vartheta_1 - H_{yc} \sin \vartheta_1. \tag{1.90}$$

Так как ось  $Ox_1$  лежит в плоскости горизонта, то проекция вектора  $\vec{H}$  на эту ось равна нулю. Значит

$$H_{xc} \cos \vartheta_1 - H_{yc} \sin \vartheta_1 = 0.$$

Отсюда

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{H_{xc}}{H_{yc}}. \tag{1.91}$$

Подставив в формулы (1.89) и (1.91) выражения (1.88), получим

$$\sin \gamma_1 = \cos \vartheta \sin \gamma;$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_1 = \frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\cos \gamma}. \tag{1.92}$$

Формулы для расчета карданных погрешностей имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \Delta \gamma &= \gamma_1 - \gamma = \arcsin(\sin \gamma \cos \vartheta) - \gamma; \\
 \Delta \vartheta &= \vartheta_1 - \vartheta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} \vartheta}{\cos \gamma}\right) - \vartheta.
 \end{aligned} \tag{1.93}$$

В реальных условиях самолет может выполнять сложные фигуры высшего пилотажа, что требует непрерывного контроля углов крена и тангажа в неограниченном диапазоне. Если гировертикаль на самолете ориентирована по схеме изображенной на рис. 1.27а), то при угле тангажа  $\vartheta = 90^\circ$  наблюдается сложение рамок гироскопа (ось наружной рамки совпадает с главной осью). В этом случае гироскоп теряет одну степень свободы, а вместе с ней теряет свойство сохранять неизменным направление главной оси, или, как иногда говорят, гировертикаль «выбивается».

Для измерения углов тангажа и крена в неограниченном диапазоне применяется гировертикаль с дополнительной (следящей) рамкой (рис. 1.29).

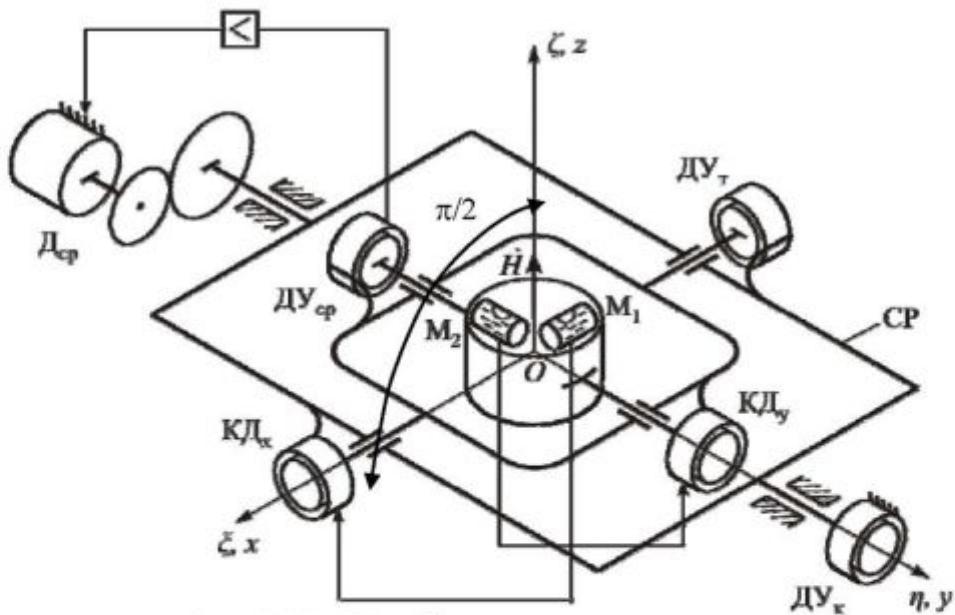


Рис. 1.29. «Невыбиваемая» гировертикаль

В следящей рамке СР закреплены с помощью подшипников цапфы наружной рамки. При нулевых значениях углов тангажа и крена объекта оси подвеса всех трех рамок лежат в плоскости горизонта, ось следящей рамки совпадает с осью внутренней рамки.

При работе прибора плоскость наружной рамки всегда остается перпендикулярной к главной оси гироскопа. Это достигается использованием следящей системы, состоящей из датчика угла  $DU_{cp}$ , усилителя и двигателя  $D_{cp}$ . Следящая система с точностью до статической ошибки поддерживает угол, равный  $\pi/2$  между осью наружной рамки и главной осью гироскопа. Датчики углов  $DU_t$  и  $DU_k$  для съема сигналов пропорциональных углам тангажа и крена размещены на осях наружной и следящей рамок, что исключает кардановые погрешности.

Рассмотренная схема называется «невыбиваемой» гировертикаллю.

#### 1.4.7. Гировертикаль повышенной точности

В рассмотренных гировертиках системы маятниковой коррекции обеспечивают слежение главной оси гироскопа за вертикаллю места, которая вращается в инерциальном пространстве со скоростью зависящей от скорости вращения Земли и скорости вращения объекта относительно центра Земли. Возмущающие моменты по осям подвеса гироскопа вызывают уход главной оси, который также устраняется системами коррекции. Большая крутизна пропорционального участка характеристики коррекции («сильная» коррекция) позволяет уменьшить скоростную погрешность и погрешность от возмущающих моментов. Однако при продолжительном полете объекта с ускорением в этом случае появляется большая инерционная погрешность, для уменьшения которой желательно иметь «слабую» коррекцию. Это противоречие можно разрешить, исключив скоростную погрешность. Для этого необходимо с помощью

вычислительного устройства сформировать по осям внутренней и наружной рамок моменты, которые вызовут прецессию главной оси гироскопа с такой скоростью, с какой вращается вертикаль места в инерциальном пространстве. В этом случае система коррекции освобождается от функции слежения за вертикалью. Система коррекции будет устранять только отклонение главной оси гироскопа от вертикали, вызванное возмущающими моментами.

Применение гироскопа с малой скоростью ухода позволит получить малую погрешность от возмущающих моментов. Для уменьшения погрешностей гировертикали при движении с ускорением (вираж, изменение скорости и т.п.) отключается система коррекции выключателем ВК. В гировертикали повышенной точности это не приведет к накапливанию больших погрешностей, как у обычных гировертикалей, так как видимый уход гироскопа устранен за счет моментов, формируемых с помощью вычислительного устройства.

Кинематическая схема гировертикали повышенной точности представлена на рис. 1.30. Входными параметрами вычислителя являются скорость  $V$ , широта места  $\varphi$ , курс  $\psi$ , радиус Земли  $R$ , скорость суточного вращения  $U$ . Сигналы с выхода вычислителя подаются на коррекционные двигатели, которые создают моменты  $M_x^B$  и  $M_y^B$ , вызывающие прецессию главной оси гироскопа со скоростями  $U \cos \varphi \cos \psi$  и  $\frac{V}{R} + U \cos \varphi \sin \psi$ .

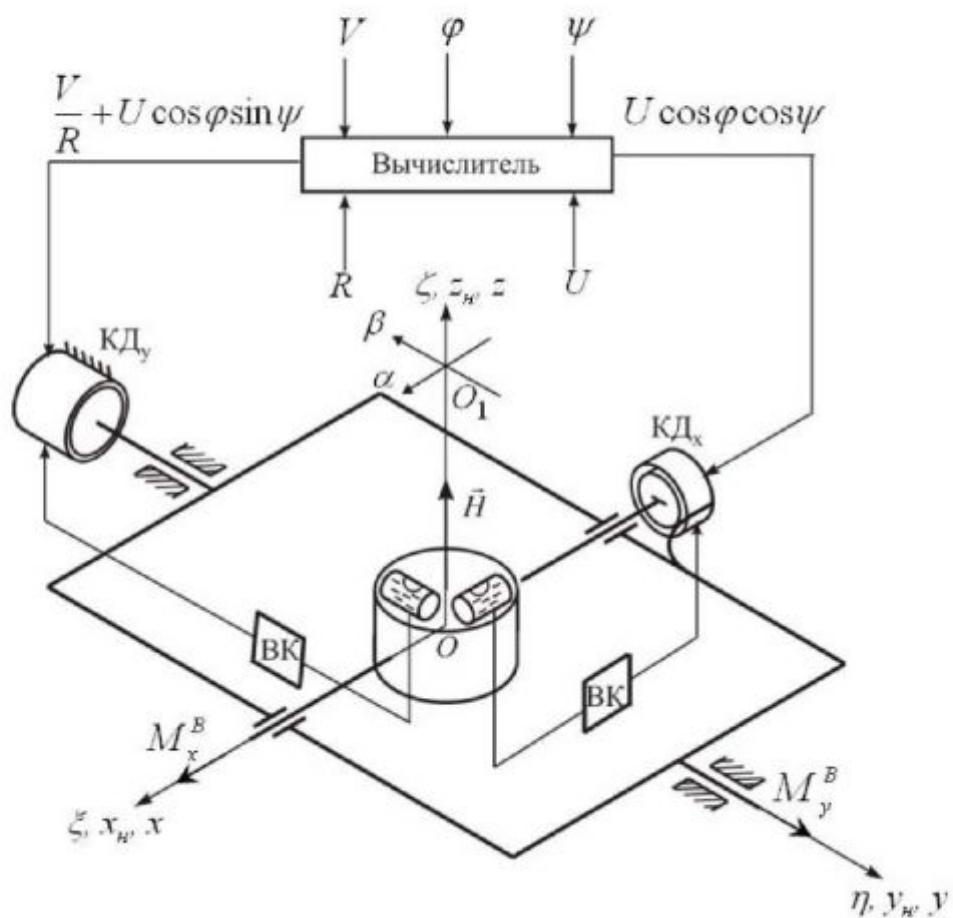


Рис. 1.30. Кинематическая схема гировертикали повышенной точности

Для гироскопа установленной на самолете совершающем горизонтальный прямолинейный полет с постоянной скоростью прецессионные уравнения движения (рис. 1.31) имеют вид

$$\begin{aligned} -H\omega_y - K_x \alpha + M_x^B + M_x &= 0; \\ H\omega_x + K_y \beta + M_y^B + M_{yH} &= 0. \end{aligned} \quad (1.94)$$

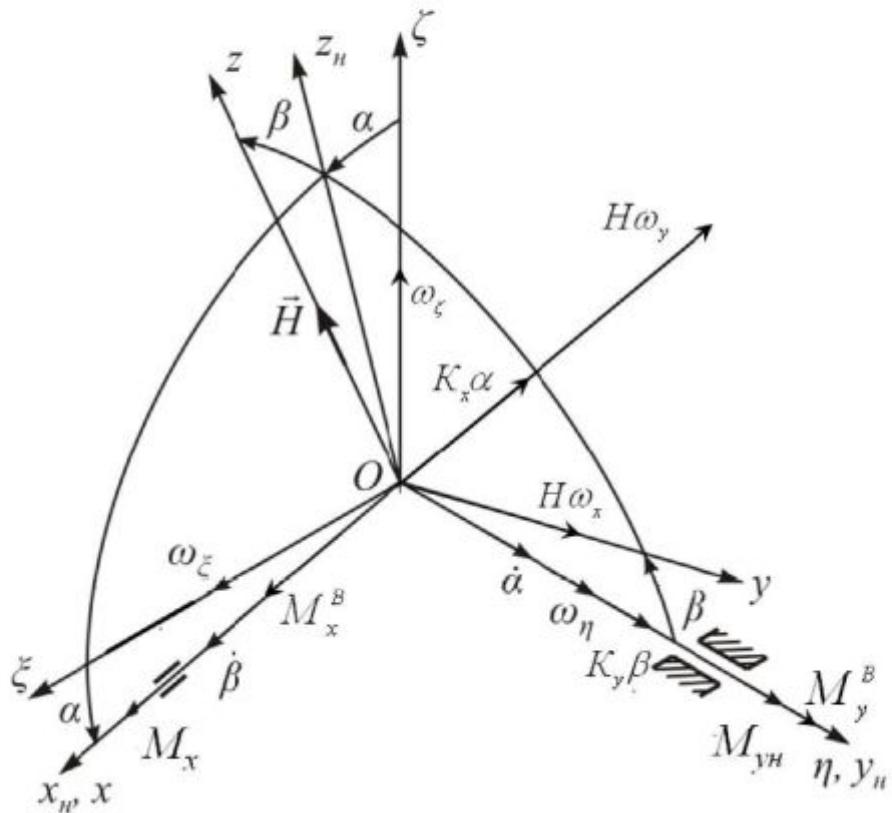


Рис. 1.31. Моменты, приложенные к гироскопу гироскопа

Приняв  $\omega_x \approx \dot{\beta} + \omega_\zeta$ ;  $\omega_y \approx \dot{\alpha} + \omega_\eta$  и подставив их в уравнения (1.94) получим

$$\begin{aligned} H\dot{\alpha} + H\omega_\eta - M_x^B + K_x \alpha &= M_x; \\ H\dot{\beta} + H\omega_\zeta + M_y^B + K_y \beta &= -M_{yH}. \end{aligned} \quad (1.95)$$

Если по сигналам вычислителя коррекционные двигатели создают моменты

$$M_x^B = H\omega_\eta = HU \cos \varphi \cos \psi$$

и

$$M_y^B = -H\omega_\zeta = H \left( \frac{V}{R} + U \cos \varphi \sin \psi \right),$$

то уравнения (1.95) примут вид

$$\begin{aligned} H\dot{\alpha} + K_x \alpha &= M_x; \\ H\dot{\beta} + K_y \beta &= -M_{yH}. \end{aligned}$$

Из этих уравнений видно, что в установившемся режиме главная ось гироскопа будет отклонена от вертикали на углы  $\alpha_M = \frac{M_x}{K_x}$  и  $\beta_M = -\frac{M_{y\text{н}}}{K_y}$ , которые являются погрешностями вертикали, порождаемыми постоянными возмущаемыми моментами. Гировертикал не имеет скоростных погрешностей. Это возможно только в идеальном случае, когда входные параметры вводятся в вычислитель без ошибок.

#### 1.4.8. Гировертикал с интегральной коррекцией

Чувствительным элементом системы коррекции гировертикали с интегральной коррекцией является акселерометр. Акселерометр предназначен для измерения ускорения движения центра масс объекта и преобразования ускорения в электрический сигнал. Кинематическая схема осевого акселерометра представлена на рис. 1.32.

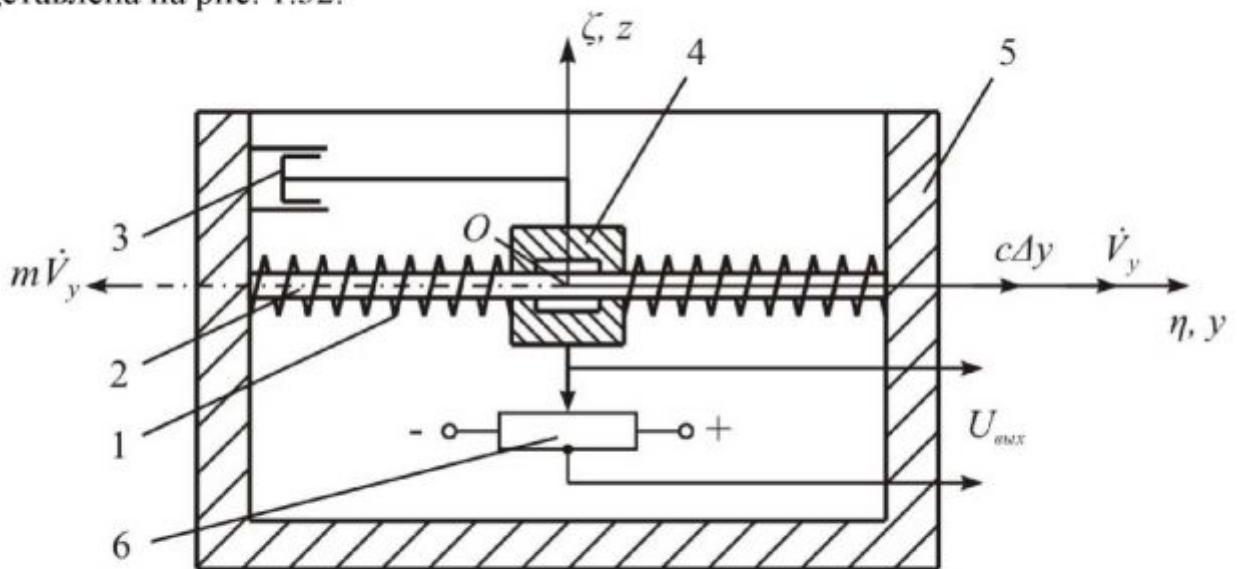


Рис. 1.32. Кинематическая схема акселерометра:  
1 – пружина; 2 – направляющая; 3 – демпфер; 4 – инерционная масса;  
5 – корпус; 6 – датчик перемещения

В корпусе 5 укреплена направляющая 2, обеспечивающая возможность перемещения инерционной массы 4 вдоль оси  $Oy$ . При отсутствии ускорения натяжение пружины 1 одинаково и инерционная масса располагается в среднем положении (точка  $O$ ). При горизонтальном движении корпуса 5 вместе с объектом с ускорением  $\dot{V}_y$  инерционная масса смещается и после окончания переходного процесса окажется в положении равновесия, в котором выполняется равенство сил

$$c\Delta_y = m\dot{V}_y,$$

где  $c$  – коэффициент линейной жесткости пружин;  $m$  – инерционная масса;  $\Delta_y$  – смещение инерционной массы от среднего положения.

Из этого равенства находим

$$\Delta_y = \frac{m}{c} \dot{V}_y.$$

Таким образом, смещение инерционной массы пропорционально ускорению, с которым движется корпус акселерометра. Датчик перемещения 6 преобразует перемещение инерционной массы в напряжение

$$U_{\text{вых}} = k_n \frac{m}{c} \dot{V}_y = K_A \dot{V}_y, \quad (1.96)$$

где  $k_n$  – передаточный коэффициент датчика перемещения;  $K_A = k_n \frac{m}{c}$  – передаточный коэффициент акселерометра.

Осью чувствительности (измерительной осью) акселерометра является ось  $Oy$ . При отклонении корпуса акселерометра от плоскости горизонта на малый угол  $\beta$  ( $\cos \beta = 1$ ,  $\sin \beta = \beta$ ) в установившемся режиме имеет место равенство сил (рис. 1.33)

$$c\Delta_y = m(\dot{V}_\eta + g\beta)$$

из которого следует

$$\Delta_y = \frac{m}{c} (\dot{V}_\eta + g\beta).$$

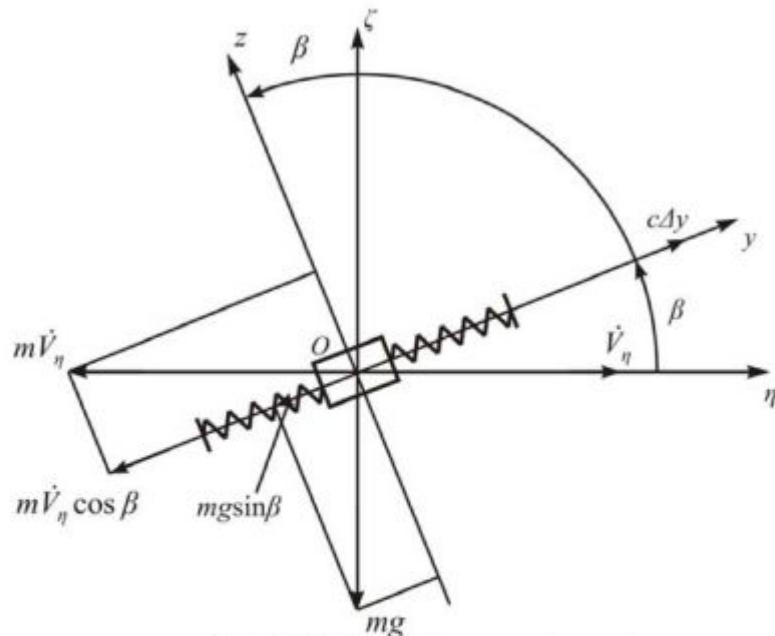


Рис. 1.33. Проекции сил на ось чувствительности акселерометра

Напряжение на выходе акселерометра определяется выражением

$$U_{\text{вых}} = K_A (\dot{V}_\eta + g\beta). \quad (1.97)$$

Из которого видно, что акселерометр измеряет кажущееся ускорение.

Если корпус акселерометра отклонен от плоскости горизонта на угол  $\beta$ , а ускорение корпуса  $\dot{V}_y = 0$ , то сигнал на выходе акселерометра

$$U_{\text{вых}} = K_A g \beta.$$

В этом случае акселерометр регистрирует отклонение корпуса от плоскости горизонта.

Кинематическая схема гировертикали с интегральной коррекцией представлена на рис. 1.34.

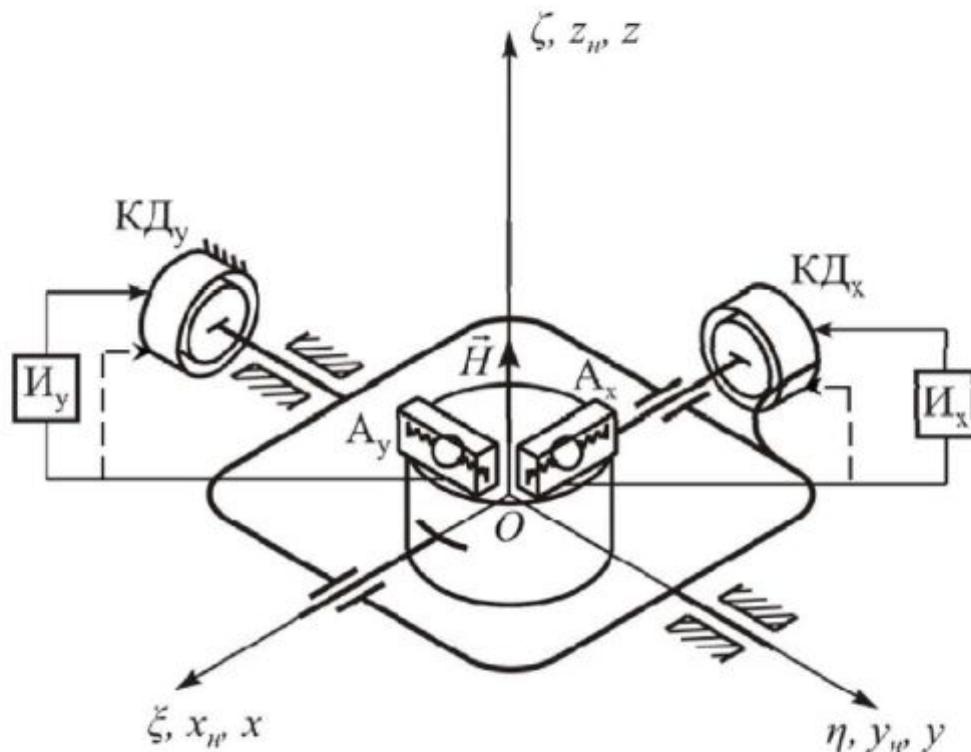


Рис. 1.34. Кинематическая схема гировертикали с интегральной коррекцией

На внутренней рамке трехстепенного астатического гироскопа установлены два акселерометра  $A_x$  и  $A_y$ , оси чувствительности которых, ориентированы в направлении осей  $Ox$  и  $Oy$ , расположенных в горизонтальной плоскости. Выходные сигналы акселерометров подаются на коррекционные двигатели  $KД_x$  и  $KД_y$  через интеграторы  $I_x$  и  $I_y$ .

Для пояснения принципа работы гировертикали составим прецессионные уравнения движения без учета скорости вращения Земли.

На рис. 1.35 показаны системы координат:

$O\xi\eta\zeta$  – траекторная,

$Ox_n y_n z_n$  – связанная с наружной рамкой,

$Oxyz$  – связанная с внутренней рамкой.

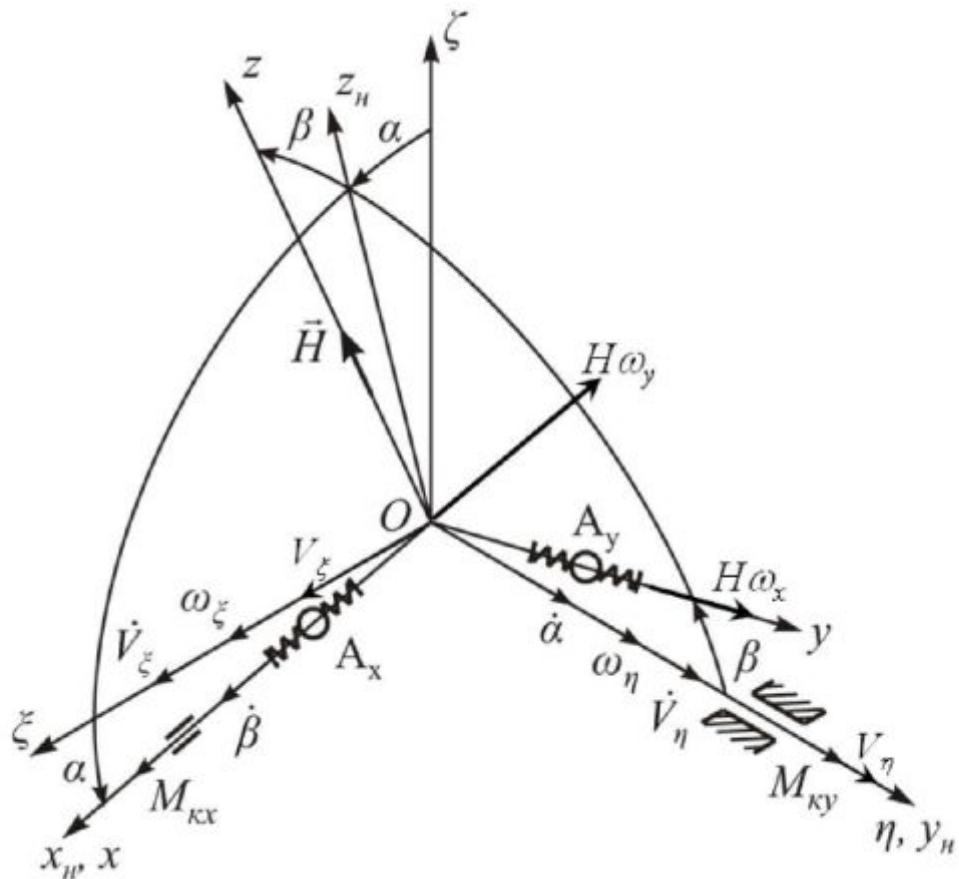


Рис. 1.35. Кинематический чертеж

Проекции абсолютной угловой скорости на оси  $Ox$  и  $Oy$ , с учетом малости углов  $\alpha$  и  $\beta$ , равны

$$\omega_x = \dot{\beta} + \omega_\xi; \quad \omega_y = \dot{\alpha} + \omega_\eta,$$

где  $\omega_\xi = -\frac{V_\eta}{R}$ ;  $\omega_\eta = \frac{V_\xi}{R}$  – угловые скорости вращения вертикали места из-за движения самолета.

Двигатели коррекции должны быть включены так, чтобы создаваемые ими моменты коррекции  $M_{kx}$  и  $M_{ky}$  вызывали прецессию главной оси гироскопа в ту же сторону, в какую вращается вертикаль места вместе с самолетом.

Прецессионные уравнения движения гироскопа имеют вид

$$\begin{aligned} -H\omega_y + M_{kx} &= 0; \\ H\omega_x + M_{ky} &= 0. \end{aligned} \tag{1.98}$$

После подстановки выражений для скоростей  $\omega_x$  и  $\omega_y$  они принимают форму

$$\begin{aligned} -H\left(\dot{\alpha} + \frac{V_\xi}{R}\right) + M_{kx} &= 0; \\ H\left(\dot{\beta} - \frac{V_\eta}{R}\right) + M_{ky} &= 0. \end{aligned} \tag{1.99}$$

Запишем выражения для моментов коррекции. При отклонении гироскопа на угол  $\alpha$  от вертикали (рис. 1.36) уравнение проекций сил на ось чувствительности акселерометра  $A_x$  имеет вид

$$c\Delta x = m(\dot{V}_\xi - g\alpha).$$

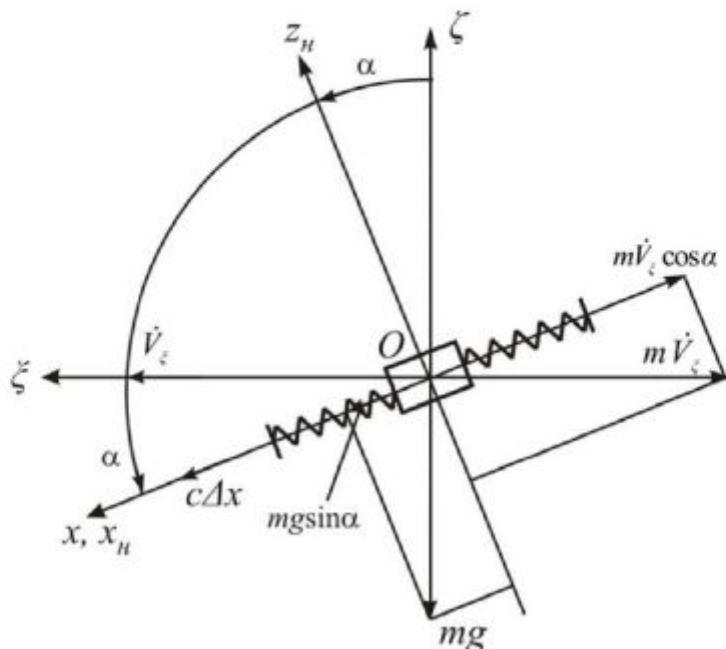


Рис. 1.36. Проекции сил на ось чувствительности акселерометра  $A_x$

Выходное напряжение акселерометра  $A_x$  равно

$$U_{вых} = K_A(\dot{V}_\xi - g\alpha).$$

Момент коррекции двигателя КД<sub>x</sub> определяется выражением

$$M_{кx} = K \int_0^t (\dot{V}_\xi - g\alpha) dt, \quad (1.100)$$

где  $K=K_A K_H K_{de}$  – коэффициент усиления цепи коррекции,  $K_H$  – передаточный коэффициент интегратора,  $K_{de}$  – передаточный коэффициент двигателя.

Аналогично, учитывая выражение (1.97) записывается момент коррекционного двигателя КД<sub>y</sub>, а именно

$$M_{ky} = K \int_0^t (\dot{V}_\eta + g\beta) dt. \quad (1.101)$$

С учетом выражений для моментов коррекции уравнения (1.99) принимают вид

$$\begin{aligned} -H(\dot{\alpha} + \frac{V_\xi}{R}) + K \int_0^t (\dot{V}_\xi - g\alpha) dt &= 0; \\ H(\dot{\beta} - \frac{V_\eta}{R}) + K \int_0^t (\dot{V}_\eta + g\beta) dt &= 0. \end{aligned} \quad (1.102)$$

Разделим уравнения (1.102) на  $H$  и продифференцируем, получим

$$\ddot{\alpha} + \frac{K}{H} g\alpha = \left( \frac{K}{H} - \frac{1}{R} \right) \dot{V}_\xi; \quad (1.103)$$

$$\ddot{\beta} + \frac{K}{H} g\beta = - \left( \frac{K}{H} - \frac{1}{R} \right) \dot{V}_\eta.$$

Если подобрать параметры гировертикали так, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{K}{H} = \frac{1}{R}, \quad (1.104)$$

то правая часть уравнений (1.103) станет равной нулю, а движение гировертикали будет описываться однородными уравнениями

$$\ddot{\alpha} + \frac{K}{H} g\alpha = 0; \quad (1.105)$$

$$\ddot{\beta} + \frac{K}{H} g\beta = 0.$$

Уравнения (1.105) совпадают с уравнением движения физического маятника, период собственных колебаний которого, равен 84,4 мин. Действительно: из уравнений (1.105) следует, что частота колебаний гироскопа  $\omega_o = \sqrt{\frac{g}{R}}$ ; период

колебаний  $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{R}} = 84,4$  мин. При выполнении условия (1.104) гировертикаль

с интегральной коррекцией становится невозмущаемой ускорениями подвижного объекта, т.е. она не имеет инерционных погрешностей. Так как в системе отсутствует демпфирование колебаний, то при не нулевых начальных условиях гировертикаль будет совершать незатухающие колебания с амплитудой, равной начальным отклонениям и периодом Шулера.

Если в рассмотренной гировертикали сигнал с акселерометра подать на коррекционный двигатель минута интегратор (на рисунке 1.34 штриховая линия), а интегратор выключить, то получим режим маятниковой коррекции.

Рассмотренный принцип интегральной коррекции реализуется не на трёхстепенных гироскопах, а на трехосных гирокопических стабилизаторах и широко применяется в курсовертикалях и инерциальных навигационных системах.

### Контрольные вопросы.

1. Объяснить поведение гиромаятника при действии постоянного момента по оси наружной рамки.
2. Объяснить сущность скоростной погрешности гиромаятника.
3. Привести условия невозмущаемости гиромаятника.
4. Показать на картинной плоскости характер движения апекса гироскопа гировертикали (ГВ) с пропорциональной коррекцией и найти выражение установившихся углов  $\alpha$  и  $\beta$  для следующих случаев:

а) ГВ установлена на Земле на широте  $\varphi$  осью наружной рамки на север. Главная ось гироскопа в начальный момент совпадает с вертикалью места. Возмущающие моменты по осям подвеса равны нулю.

б) по оси наружной рамки ГВ приложен возмущающий момент  $M_\eta = const$ . Вращением Земли пренебречь.

в) ГВ установлена на подвижном объекте осью наружной рамки по продольной оси объекта, перемещающегося с ускорением. Возмущающими моментами по осям подвеса и скоростными погрешностями пренебречь.

Для перечисленных случаев определять погрешности гировертикали, имеющей следующие параметры:

$$H = 4000 \text{ кг} \cdot \text{см}^2/\text{с}; \quad K_x = K_y = 2 \text{ Н} \cdot \text{см}/\text{рад}; \quad \varphi = 60^\circ;$$

$$\dot{V} = 5 \text{ м}/\text{с}^{-2}; \quad M_{vn} = 1 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{см}; \quad M_x = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{см}.$$

5. Привести формулы погрешности ГВ от моментов сил трения.
6. Дайте сравнительную характеристику ГВ с пропорциональной и постоянной коррекцией.
7. Пояснить как обеспечивается невыбиваемость ГВ при маневрах самолета.
8. Можно ли ГВ с пропорциональной коррекцией превратить в гиромаятник?

## **2. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ В АЗИМУТЕ**

Для управления подвижным объектом и решения ряда навигационных задач необходимо иметь приборы, которые удерживают определенное направление в азимуте. С их помощью можно определить курс объекта, выдерживать заданное направление движения и осуществлять разворот на требуемый угол.

*Курсом* называется угол между северным направлением географического меридиана, проходящего через центр масс подвижного объекта и проекцией продольной оси объекта на горизонтальную плоскость. Курс отсчитывается от северного направления меридиана по часовой стрелке от  $0^\circ$  до  $360^\circ$ .

Различают *географический* (истинный), *магнитный* и *компасный* курсы в зависимости от того, от какого меридиана ведется отсчет. Для определения истинного курса подвижного объекта необходимо знать направление географического меридиана. Исторически первым способом определения направления географического меридиана является *астрономический способ*. Он позволяет определить направление на север по расположению небесных светил. Возможности этого способа ограничены метеорологическими условиями.

Позднее для определения направления на север стали широко использоваться свойства магнитной стрелки, на основе которой были созданы магнитные компасы.

Чувствительным элементом магнитного компаса является магнитная стрелка, которая под действием магнитного поля Земли стремится установиться в плоскости магнитного меридиана. Магнитный меридиан не совпадает с географическим. Угол между географическим и магнитным меридианами называется *магнитным склонением*. Магнитное склонение изменяется по величине и направлению при изменении положения объекта на земной поверхности. Магнитное склонение непостоянно во времени, что затрудняет его учет.

Возможности магнитного компаса ограничены, так как магнитная стрелка подвержена влиянию ферромагнитных масс, устройств, создающих магнитные поля, а также внешних возмущений при колебаниях и разворотах подвижного объекта.

Для определения плоскости географического меридиана применяются также радиосредства. Этот способ требует специальных наземных радиостанций. Радиокомпас подвержен помехам.

Для определения направления в азимуте широко применяются следующие гироскопические приборы: *гироскопы направления*, *гиромагнитные* (*гироиндукционные*) *компасы* и *гироскопические компасы*.

## 2.1. Гироскопы направления

Гироскопы направления – это гироскопические приборы, которые указывают неизменное в азимуте направление. Они предназначены для выдерживания заданного направления движения объекта и осуществления его разворота на определенный угол. Гироскопы направления широко применяются в авиации, на морских и наземных подвижных объектах, как для визуального контроля курса, так и в системах автоматического управления объектом.

Гироскопы направления называют также *гираполукомпасами*, *гироазимутами*, *курсовыми гироскопами* или *указателями ортодромического курса*. Гироскопы направления реализуют на борту подвижного объекта направление в азимуте, в идеальном случае, неизменно связанное с Землей.

Свободный гироскоп с тремя степенями свободы, сохраняя неизменным направление главной оси в инерциальном пространстве, по отношению к направлению на Землю имеет видимый уход.

Если установить гироскоп на северном полюсе осью наружной рамки по вертикали (рис. 2.1 $\alpha$ ), а главную ось совместить с плоскостью меридiana CA в направлении звезды  $L$ , то наблюдатель, связанный с Землей заметит вращение гироскопа относительно оси наружной рамки со скоростью  $\vec{\alpha} = -\vec{U}$ .

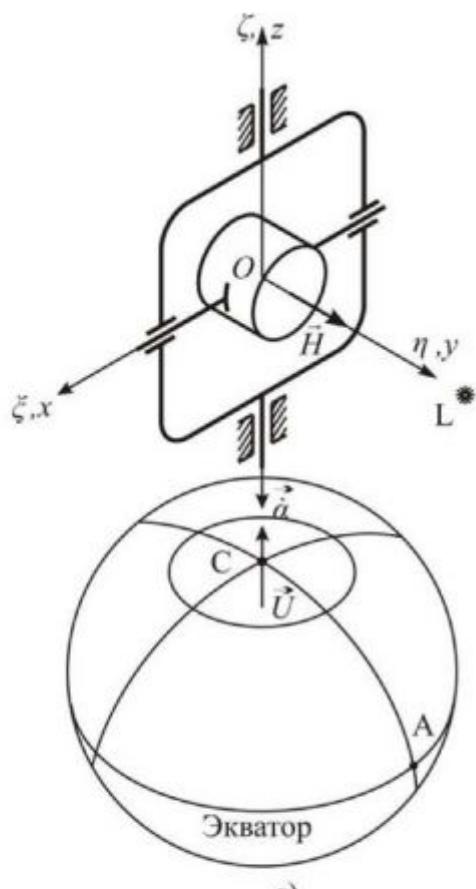
При установке гироскопа на экваторе и ориентации наружной рамки по вертикали, а главной оси по линии восток – запад (рис. 2.1 $\beta$ ), наблюдатель, связанный с Землей, увидит вращение гироскопа относительно оси внутренней рамки со скоростью  $\vec{\beta} = -\vec{U}$ . Восточный конец главной оси гироскопа будет приподниматься над плоскостью горизонта.

Если гироскоп установлен на экваторе так, что главная ось направлена на север, то карданов подвес вращается вместе с Землей со скоростью  $\vec{U}$  относительно главной оси (рис. 2.1 $\gamma$ ). Направление главной оси не согласуется с направлением на север. При такой установке гироскопа видимый уход относительно осей наружной и внутренней рамок отсутствует.

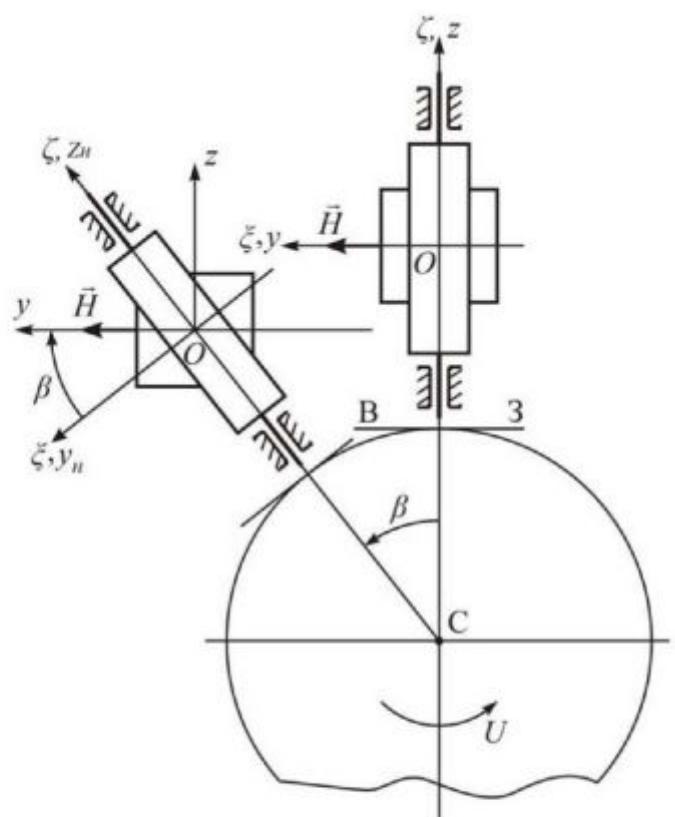
При установке гироскопа на широте  $\varphi$  (рис. 2.1 $\gamma$ ) главная ось будет отклоняться от направления на север и от плоскости горизонта. Скорость видимого ухода главной оси гироскопа определяется выражениями:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= -U \sin \varphi; \\ \dot{\beta} &= -U \cos \varphi \sin \alpha.\end{aligned}\tag{2.1}$$

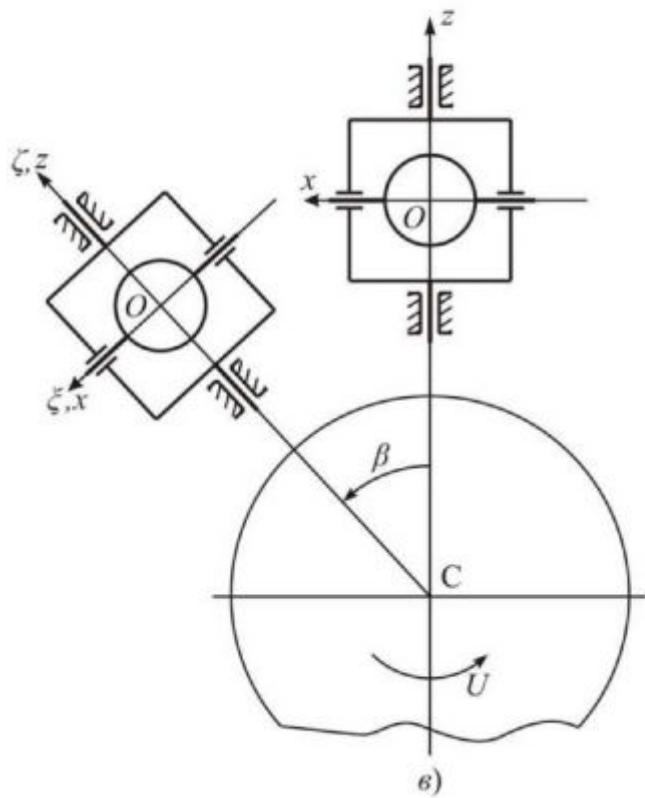
Таким образом, трехстепенный свободный гироскоп не сохраняет заданного направления в азимуте. Отклонение главной оси из-за видимого ухода относительно оси внутренней рамки может привести к совмещению главной оси с осью наружной рамки, а, следовательно, к потере свойств гироскопа.



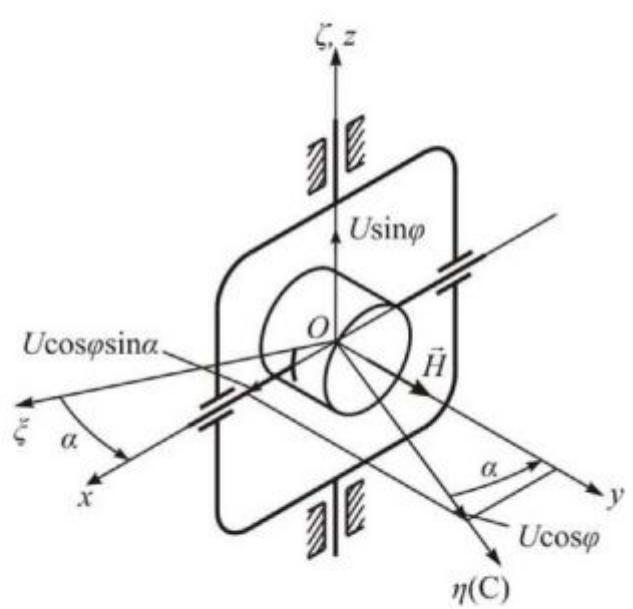
a)



б)



в)



г)

Рис. 2.1. Видимый уход гироскопа

## 2.1.1. Кинематическая схема и принцип работы гироскопа направления

Гироскоп направления (ГН) представляет собой трехстепенный астатический гироскоп (рис. 2.2), ось наружной рамки которого, расположена вертикально, а оси главная и внутренней рамки – в плоскости горизонта.

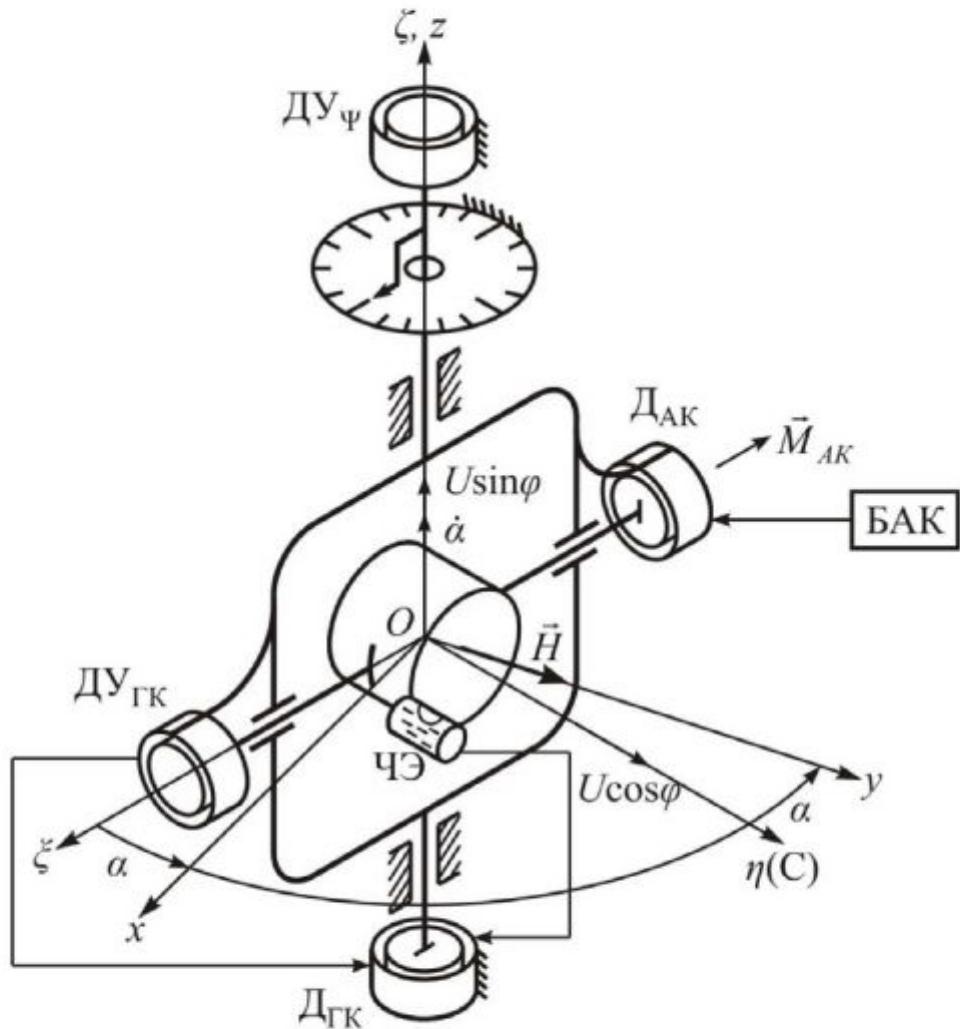


Рис. 2.2. Кинематическая схема ГН

Пусть гироскоп установлен на Земле на широте  $\varphi$ . По отношению к Земле он будет иметь видимые уходы со скоростями, определяемыми выражениями (2.1). Главная ось гироскопа будет отклоняться от первоначального направления в азимуте из-за вертикальной составляющей скорости вращения Земли и от плоскости горизонта из-за проекции горизонтальной составляющей угловой скорости вращения Земли на ось внутренней рамки гироскопа. Чтобы гироскоп имел неизменную ориентацию в географической системе координат, необходимо заставить его вращаться относительно инерциальной системы координат со скоростью поворота географической системы координат. Это достигается с помощью горизонтальной и азимутальной систем коррекции. Горизонтальная система коррекции предназначена для удержания главной оси гироскопа в плоскости горизонта и бывает двух типов: *межрамочной* и *маятниковой*.

Чувствительным элементом межрамочной коррекции является датчик угла  $D_{ГК}$ , установленный на оси внутренней рамки гироскопа. При отклонении главной оси от перпендикуляра к оси наружной рамки с датчика угла  $D_{ГК}$  снимается сигнал и подается на двигатель горизонтальной коррекции  $D_{ГK}$ , который развивает момент такого направления, чтобы прецессионуя, главная ось совместилаась с перпендикуляром к оси наружной рамки. Так как ось наружной рамки располагается вертикально, то главная ось гироскопа придет в плоскость горизонта. Межрамочная коррекция обеспечивает слежение главной оси гироскопа за перпендикуляром к оси наружной рамки и при отклонении оси наружной рамки от вертикали, например, при углах тангажа и крена объекта, главная ось не придет в плоскость горизонта.

Чувствительным элементом маятниковой горизонтальной коррекции является жидкостный маятниковый переключатель ЧЭ (маятниковое устройство уровневого типа), установленный на гироузле. При отклонении главной оси от плоскости горизонта чувствительный элемент выдает сигнал на двигатель горизонтальной коррекции, который вызывает прецессию гироскопа относительно оси внутренней рамки, устанавливая главную ось в плоскость горизонта.

Горизонтальная система коррекции необходима для работы гироскопа направления. Если бы она отсутствовала, то за счет видимого ухода гироскопа относительно оси внутренней рамки, прецессии, вызванной возмущающими моментами по оси наружной рамки, главная ось гироскопа отклонялась бы от плоскости горизонта. Это отклонение опасно тем, что при совмещении главной оси гироскопа с осью наружной рамки трехстепенный гироскоп теряет устойчивость. Система горизонтальной коррекции поддерживает угол  $\beta$  отклонения главной оси от плоскости горизонта близким к нулю, что упрощает формирование момента системы азимутальной коррекции.

Отличие в работе горизонтальных систем коррекции проявляется в некоторых режимах полета самолета. При прямолинейном горизонтальном полете с ускорением межрамочная коррекция удерживает главную ось в плоскости горизонта, а маятниковая приводит главную ось в плоскость кажущегося горизонта, которая при больших ускорениях составляет большой угол с истинным горизонтом. При длительном полете с набором высоты с большим углом тангажа межрамочная коррекция уводит главную ось из плоскости горизонта. Более широкое применение получила *система горизонтальной коррекции маятникового типа*.

Азимутальная система коррекции состоит из датчика момента  $D_{АК}$  и блока азимутальной коррекции БАК. Блок азимутальной коррекции формирует сигнал, который подается на управляющую обмотку датчика момента. Датчик момента создает момент  $\vec{M}_{AK}$ , вызывающий прецессию гироскопа вслед за вращающимся земным направлением (при  $\cos\beta \approx 1$ ) со скоростью

$$\dot{\alpha} = \frac{M_{AK}}{H} = U \sin \varphi. \quad (2.2)$$

Так как по величине и направлению скорость прецессии гироскопа равна вертикальной составляющей угловой скорости Земли, то главная ось как бы «привязывается» к какому-либо направлению в азимуте. В системе азимутальной коррекции в этом случае должен формироваться момент по закону

$$M_{AK} = HU \sin \varphi. \quad (2.3)$$

Азимутальная коррекция, как видим, выполнена по разомкнутой схеме, она лишь вращает гироскоп относительно оси наружной рамки со скоростью  $U \sin \varphi$ . Главная ось гироскопа безразлична ко всем направлениям в азимуте; она сохраняет то направление, в которое была установлена вначале.

Таким образом, под действием горизонтальной коррекции главная ось гироскопа удерживается в плоскости горизонта, а под действием азимутальной коррекции сохраняет первоначальное направление главной оси в азимуте. Главная ось гироскопа автоматически не может устанавливаться в плоскость меридiana. По этой причине гироскоп направления называют *гираполукомпасом*. В плоскость меридiana главная ось гироскопа направления может быть выставлена с помощью других указателей плоскости меридiana.

Съем информации об угле поворота объекта осуществляется с помощью шкалы, связанной с корпусом прибора и стрелки, связанной с наружной рамкой гироскопа. Датчик угла  $D\Upsilon_\psi$  преобразует угол поворота объекта в электрический сигнал, который передается потребителям.

### **2.1.2. Уравнения движения гироскопа направления. Виды азимутальной коррекции**

Пусть гироскоп направления с межрамочной горизонтальной коррекцией установлен на самолете, выполняющем горизонтальный прямолинейный полет с постоянной скоростью  $\vec{V}$ . Методом кинетостатики составим прецессионные уравнения движения гироскопа направления. В качестве базовой возьмем географическую систему координат  $O\xi\eta\zeta$  (рис.2.3). С гироузлом свяжем систему осей  $Oxyz$ ; с наружной рамкой –  $Ox_ny_nz_n$ . Положение главной оси гироскопа определяется углами  $\alpha$  и  $\beta$ .

Проекции абсолютной угловой скорости на оси  $Ox$  и  $Oy$  с учетом малости углов  $\alpha$  и  $\beta$  имеют вид:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} + \omega_\xi \alpha; \\ \omega_z &= \dot{\alpha} + \omega_\zeta - \omega_\eta \beta,\end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $\omega_\xi$ ,  $\omega_\eta$ ,  $\omega_\zeta$  – проекции угловой скорости системы координат  $O\xi\eta\zeta$  на её же оси.

На рис. 2.3 показаны гироскопические моменты, моменты, создаваемые системами коррекции и возмущающие моменты.

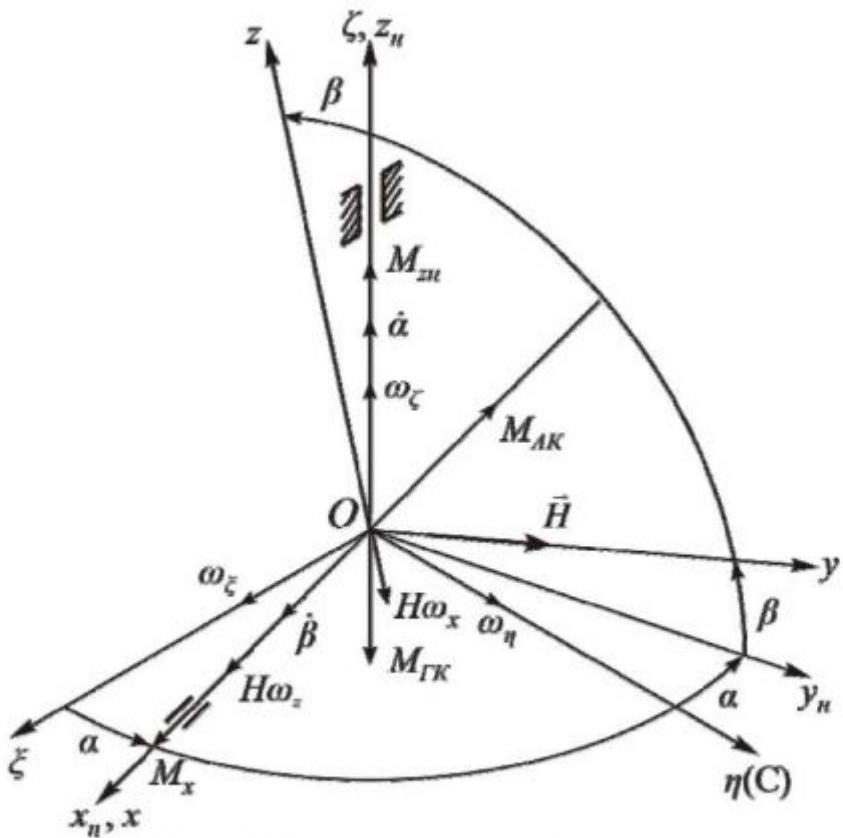


Рис. 2.3. К выводу уравнений движения гироскопа направления

Направление гироскопических моментов  $H\omega_x$  и  $H\omega_z$  определяется по правилу Жуковского. Направление момента горизонтальной коррекции  $M_{ГК}$  выбрано таким, чтобы под действием прецессии, вызванной этим моментом, главная ось гироскопа устанавливалась перпендикулярно оси наружной рамки, т.е. чтобы угол  $\beta$  стремился к нулю. Момент азимутальной коррекции  $M_{AK}$ , в соответствии с принципом работы гироскопа направления, приложен по оси внутренней рамки так, чтобы создавалась прецессия гироскопа, совпадающая с направлением вертикальной составляющей скорости вращения географической системы координат. Возмущающие моменты  $M_x$  и  $M_{z_n}$  направим в положительном направлении осей  $Ox$  и  $Oz_n$ .

Проецируя вышеуказанные моменты на ось  $Ox$  внутренней и ось  $Oz_n$  наружной рамок, получим

$$\begin{aligned} H\omega_z - M_{AK} + M_x &= 0; \\ -H\omega_x - M_{ГК} + M_{z_n} &= 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

После подстановки в уравнения (2.5) выражений (2.4) и деления на  $H$ , уравнения преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + \omega_\zeta - \omega_\eta \beta - m_{AK} + m_x &= 0; \\ \dot{\beta} + \omega_\zeta + \omega_\eta \alpha + m_{ГК} - m_{z_n} &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Здесь  $m_{AK} = \frac{M_{AK}}{H}$ ;  $m_{IK} = \frac{M_{IK}}{H}$  – скорости прецессии, вызванные моментами азимутальной и горизонтальной коррекции;  $m_x = \frac{M_x}{H}$ ;  $m_{zh} = \frac{M_{zh}}{H}$  – скорости прецессии, вызванные возмущающими моментами;  $\dot{\alpha}$  и  $\dot{\beta}$  – скорости движения гироскопа относительно географической системы координат.

При дальнейшем анализе уравнений (2.6) будем пренебрегать членами  $\omega_y\beta$  и  $\omega_y\alpha$  как малыми величинами по сравнению с другими слагаемыми, а возмущающие моменты  $M_x$  и  $M_{zh}$  будем считать постоянными.

Рассмотрим вначале движение гироскопа относительно оси  $Ox$  внутренней рамки. Будем полагать, что момент горизонтальной коррекции формируется по закону

$$M_{IK} = K\beta, \quad (2.7)$$

где  $K$  – коэффициент усиления цепи горизонтальной коррекции.

Уравнение, описывающее движение гироскопа по координате  $\beta$  будет иметь вид

$$\dot{\beta} + k\beta = m_{zh} - \omega_\xi, \quad (2.8)$$

где  $k = K/H$ .

Решение уравнения (2.8) запишется

$$\beta = Be^{-kt} + \frac{m_{zh} - \omega_\xi}{k}. \quad (2.9)$$

Если при  $t = 0$ ,  $\beta(0) = 0$ , то  $B = -\left(\frac{m_{zh} - \omega_\xi}{k}\right)$ .

Тогда

$$\beta = \left(\frac{m_{zh} - \omega_\xi}{k}\right)(1 - e^{-kt}). \quad (2.10)$$

После окончания переходного процесса главная ось установится в положении

$$\beta = \beta_r = \frac{m_{zh}}{k} - \frac{\omega_\xi}{k} = \frac{M_{zh}}{K} + \frac{HV_c}{RK}. \quad (2.11)$$

Из выражения (2.11) видно, что отклонение главной оси от плоскости горизонта обусловлено возмущающим моментом  $M_{zh}$  и скоростью  $\omega_\xi = -V_c/R$ .

Угол  $\beta_r$  можно сделать достаточно малым путем увеличения коэффициента усиления  $K$  и уменьшения момента  $M_{zh}$ .

Обратимся к уравнению, описывающему движение гироскопа направления по углу  $\alpha$

$$\dot{\alpha} + \omega_\zeta - m_{AK} + m_x = 0. \quad (2.12)$$

Перепишем уравнение (2.12) в виде

$$\dot{\alpha} = m_{AK} - \omega_\zeta - m_x. \quad (2.13)$$

В идеальном случае гироскоп направления должен сохранять направление главной оси неизменным относительно земного направления, например оси  $O\eta$ , т.е.  $\dot{\alpha} = 0$ . Это возможно лишь при условии

$$m_{AK} - \omega_\zeta - m_x = 0. \quad (2.14)$$

Формируя момент азимутальной коррекции можно добиться равенства

$$m_{AK} = \omega_\zeta. \quad (2.15)$$

Однако компенсировать скорость прецессии  $m_x$ , вызванную возмущающим моментом  $M_x$ , не удается. Поэтому при разработке и изготовлении гироскопа направления момент  $M_x$  стремится свести к минимуму.

Итак, если

$$m_{AK} = \omega_\zeta, \quad (2.16)$$

то главная ось гироскопа будет совпадать с направлением на Земле с точностью до угла

$$\Delta\alpha_e = - \int_0^t \frac{M_x}{H} dt. \quad (2.17)$$

Из равенства (2.16) находим необходимый момент азимутальной коррекции

$$M_{AK} = HU \sin \varphi + H \frac{V_B}{R} \operatorname{tg} \varphi. \quad (2.18)$$

При формировании момента азимутальной коррекции по такому закону и  $M_x = 0$  главная ось гироскопа направления, установленного на самолете, будет идеально сохранять земное направление, в частности, направление на север. В этом случае можно определять географический курс самолета и выдерживая его постоянным, выполнять полет по локсадромии. Следует подчеркнуть, что гироскоп направления не обладает избирательностью, т.к. система азимутальной коррекции является разомкнутой. Гироскоп направления безразличен к любым направлениям в азимуте. Главная ось будет выдерживать в азимуте то направление, которое ей придано начальной выставкой.

Реализация второго слагаемого в выражении (2.18) представляет определенную сложность в высоких широтах, так как  $\operatorname{tg} \varphi$  при  $\varphi \rightarrow 90^\circ$  принимает большое значение. Поэтому в гироскопе направления момент азимутальной коррекции чаще реализуется в форме

$$M_{AK} = HU \sin \varphi, \quad (2.19)$$

т.е. гироскоп направления вращается относительно оси наружной рамки со скоростью

$$\frac{M_{AK}}{H} = U \sin \varphi. \quad (2.20)$$

Если обратиться к траекторной системе координат (рис. 2.4), то можно заметить, что проекция её угловой скорости на вертикальную ось  $O\zeta$  при прямолинейном полете самолета равна  $U \sin \varphi$  и не зависит от скорости полета. Если траекторией полета является ортодромия (см. рис. 2.4) и гироскоп направления ориентирован главной осью в направлении полета (ось  $O\eta$ ), то это направление гироскоп будет «хранить» на движущемся самолете.

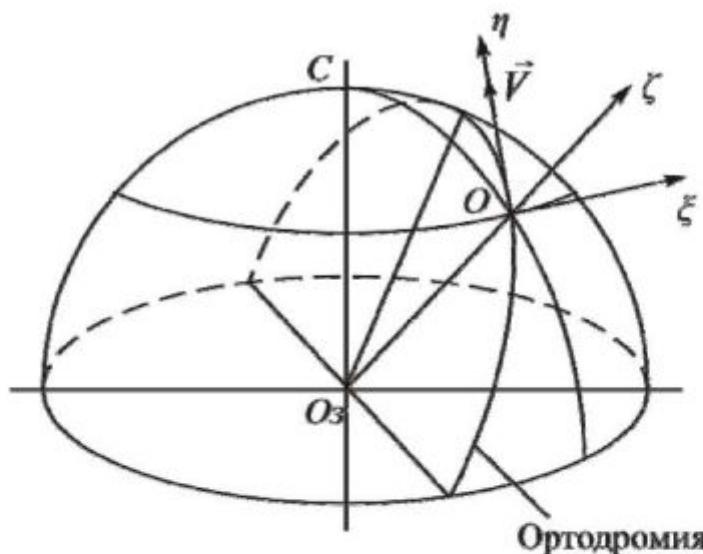


Рис. 2.4. Полет самолета по ортодромии

В этом случае гироскоп направления является указателем направления ортодромии. В этом качестве он нашел широкое применение в авиации и чаще называется *гираполукомпасом*. Достоинством гираполукомпаса как указателя направления ортодромии является возможность его применения в области высоких широт и непосредственно на полюсе, где гирокомпасы и магнитные компасы неработоспособны.

Различают азимутальную коррекцию двух видов: *моментную* и *кинематическую*.

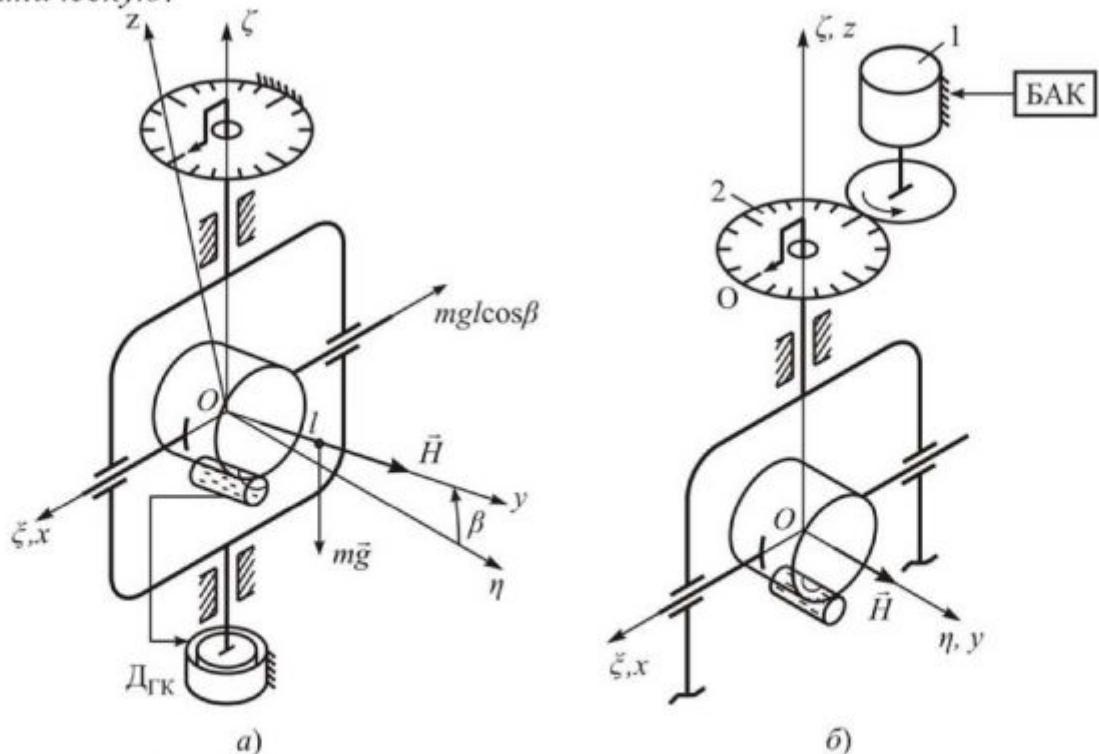


Рис. 2.5. Моментная и кинематическая азимутальная коррекция

В моментной коррекции момент по оси внутренней рамки создается моментным датчиком (см. рис. 2.2) или смещением центра масс гироскопа («грузковая» коррекция) относительно точки подвеса в направлении

кинетического момента (рис. 2.5а). Величина смещения  $l$  центра масс находится из условия

$$\dot{\alpha} = \frac{mgl}{H} = U \sin \varphi \quad (2.21)$$

и равна

$$l = \frac{HU \sin \varphi}{mg}. \quad (2.22)$$

Достоинством «грузиковой» коррекции является независимость скорости азимутальной коррекции  $\dot{\alpha}$  от угла  $\beta$ .

Недостатком этого вида моментной азимутальной коррекции является зависимость точности гироскопа направления от ускорения движения объекта и нестабильности параметров  $l$  и  $H$ , а также сложность изменения момента коррекции при изменении широты.

Недостатком азимутальной коррекции с моментным датчиком  $\Delta_{AK}$  является влияние на точность гироскопа направления нестабильности кинетического момента и зависимость скорости коррекции от угла  $\beta$  ( $\dot{\alpha} = M_{AK}/H \cos \beta$ ).

При кинематической азимутальной коррекции (рис. 2.5б) момент к гироскопу не прикладывается и, следовательно, гироскоп не привязывается к земному направлению. За направлением в азимуте вращается элемент отсчетного устройства шкала 2 (статор датчика угла).

Шкала вращается двигателем 1, установленным на корпусе прибора. Управляющий сигнал и передаточное отношение редуктора подбирается так, чтобы шкала вращалась со скоростью равной  $-U \sin \varphi$ . В кинематической коррекции, на скорость вращения шкалы не влияет нестабильность кинетического момента.

### 2.1.3. Погрешности гироскопа направления

Рассмотрим основные погрешности гироскопа направления как указателя направления ортодромии.

*Инструментальные погрешности* гироскопа направления определяются угловой скоростью ухода (дрейфа) главной оси гироскопа от заданного направления. Из выражения (2.17) видно, что  $\omega_{yx} = \frac{M_x}{H}$  зависит, при постоянном кинетическом моменте гироскопа, от возмущающего момента по оси внутренней рамки. Момент

$$M_x = M_{mp} + M_{xnb} + M_{TT} + M_{nxc} + M_{np}, \quad (2.23)$$

где  $M_{mp}$  – момент сухого трения в опорах оси внутренней рамки;  $M_{xnb}$  – момент несбалансированности;  $M_{TT}$  – момент тяжения токоподводов;  $M_{nxc}$  – момент неравной жесткости;  $M_{np}$  – прочие моменты.

Преобладающим моментом в выражении (2.23) является момент трения. Момент сухого трения определяет порог чувствительности трехступенчатого гироскопа к вращению основания. При  $|HU \sin \varphi| > |M_{mp}|$  гироскоп будет чувствовать вращение плоскости меридиана. При развороте объекта в азимуте со

скоростью  $\omega_e$  и выполнении условия  $|H\omega_e| > |M_{mp}|$  гироскоп направления определит угол поворота с погрешностью  $\Delta\alpha_{mp} = \pm \frac{M_{mp}}{H} t$ .

Для снижения моментов трения на оси внутренней рамки применяются сверхпрецзионные двухколечные шарикоподшипники, трехколечные шарикоподшипники с прокачкой среднего кольца, другие схемы «оживления» опор, а также бесконтактные подвесы.

Момент несбалансированности  $M_{xnb}$  в результате балансировки гироузла может быть сведен к величине момента трения. Однако, при движении основания с ускорением, момент сил инерции может быть больше момента трения. В общем случае моменты несбалансированности при ускоренном движении объекта определяются по формулам (рис. 2.6)

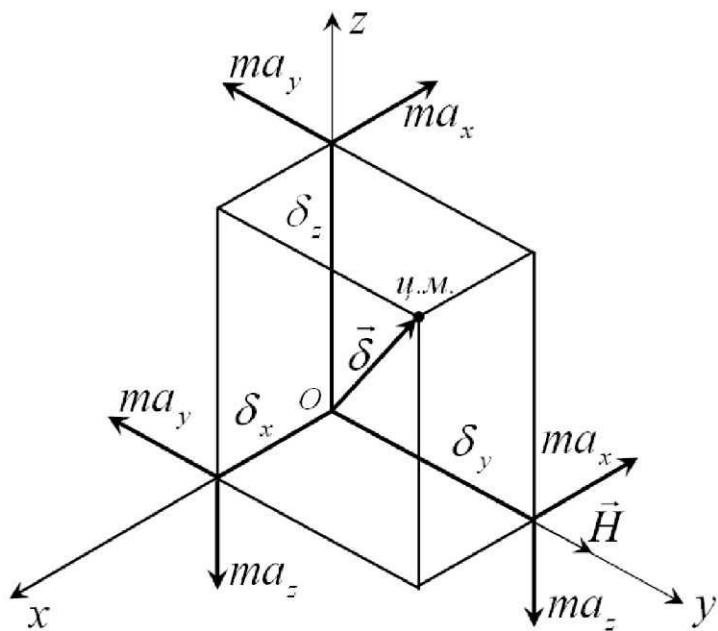


Рис. 2.6. Проекции сил инерции

$$\begin{aligned} M_{xnb} &= m(a_y \delta_z - a_z \delta_y); \\ M_{znn} &= m(a_x \delta_y - a_y \delta_x); \\ M_{ynn} &= m(a_z \delta_x - a_x \delta_z), \end{aligned} \quad (2.24)$$

где  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$  – координаты центра масс гироскопа,  $a_x, a_y, a_z$  – проекции ускорения центра масс объекта на оси системы координат  $Oxyz$  связанной с гироузлом.

Прецессию гироскопа будут вызывать моменты  $M_{xnb}$  и  $M_{znn}$ . Момент  $M_{ynn}$  действует на гироскоп по оси, совпадающей с главной осью. Он не вызывает прецессию гироскопа. Его воздействие на карданов подвес уравновешивается моментом реакций в опорах осей внутренней и наружной рамок.

При установке гироскопа направления на Земле осью наружной рамки по вертикали места (рис. 2.7) и угле  $\beta = 0$

$$M_{xnb} = -mg\delta_y.$$

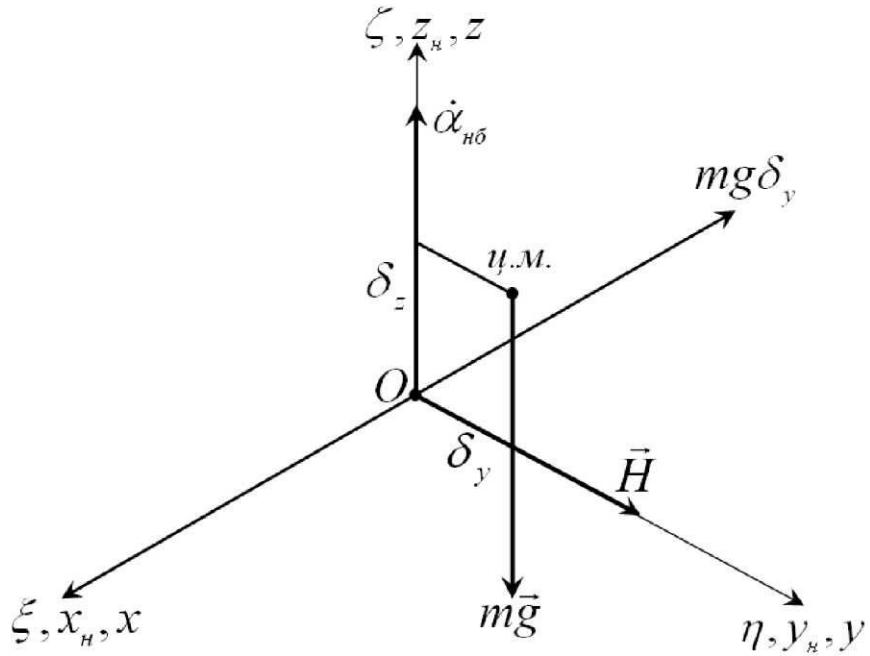


Рис. 2.7. Момент несбалансированности гироскопа направления

Под действием этого момента гироскоп прецессирует относительно оси наружной рамки со скоростью

$$\dot{\alpha}_{nб} = \frac{mg\delta_y}{H}.$$

Таким образом, в гироскопе направления смещение центра масс вдоль главной оси является особенно недопустимым. При конструировании гироскопа направления принимаются меры для стабилизации центра масс гироскопа: термобиметаллические компенсаторы, предварительный осевой натяг по главной оси гироскопа и др. Однако это не означает, что смещение центра масс в направлении осей  $Ox$  и  $Oz$  не должно уменьшаться, так как при ускоренном движении объекта  $\delta_x$  и  $\delta_z$  входят в выражения (2.24) для моментов сил инерции.

При ускоренном движении объекта появляется момент от неравной жесткости конструкции. При линейном ускорении центра масс объекта [4]

$$M_{nжс} = m^2 a_y a_z \left( \frac{1}{C_y} - \frac{1}{C_z} \right), \quad (2.25)$$

где  $C_y, C_z$  – коэффициенты линейной жесткости гироузла в направлении осей  $Oy$  и  $Oz$ .

При знакопеременной форме ускорения точки подвеса гироскопа (вибрация основания) [4]

$$M_{\text{нж}} = \frac{1}{4} (ma_m^2) \left( \frac{1}{C_y} - \frac{1}{C_z} \right) \sin 2Q, \quad (2.26)$$

где  $a_m$  – амплитуда ускорения,  $Q$  – угол между осью  $Oz$  и линией, по которой направлено ускорение.

Снижение этих моментов возможно в конструкции гироузла с равными коэффициентами жесткости ( $C_z \approx C_y$ ).

Возмущающие моменты по оси наружной рамки: момент трения, момент несбалансированности  $M_{zn\theta}$ , момент токоподводов, прочие моменты компенсируются системой горизонтальной коррекции. Она должна обеспечить скорость прецессии главной оси гироскопа относительно оси внутренней рамки больше скорости  $\omega_\xi$  и скорости прецессии, вызванной возмущающим моментом  $M_{zn}$ , удерживая при этом угол  $\beta$  близким к нулю. При пропорциональном законе формирования момента коррекционного двигателя угол  $\beta$  в установившемся режиме определяется выражением (2.11). Несмотря на то, что момент  $M_{zn}$  уравновешивается системой горизонтальной коррекции его тоже желательно уменьшать, так как он, косвенным образом, является причиной погрешности гироскопа направления, определяемой слагаемым  $\omega_{\eta\beta}$  в первом уравнении системы (2.6). С уменьшением момента  $M_{zn}$  уменьшается мощность коррекционного двигателя, а значит снижается потребление энергии гироскопом направления.

Так как система азимутальной коррекции является разомкнутой, то неточность ввода параметров  $U$ ,  $\phi$  и  $H$  при формировании момента азимутальной коррекции будет приводить к погрешности.

К методическим погрешностям относятся карданова и виражная погрешности.

*Карданова погрешность* возникает при отклонении оси наружной рамки от вертикали. Как отмечалось ранее гироскоп направления (гираполукомпас) широко применяется в авиации, для выполнения точных разворотов в азимуте и выдерживания заданного направления полета. Если гираполукомпас установлен непосредственно на корпусе самолета, то при углах крена и тангажа самолета ось наружной рамки гироскопа отклоняется от вертикали. Вместе с наружной рамкой отклоняется устройство съема информации: шкала, укрепленная на корпусе прибора (см. рис. 2.2) и стрелка, связанная с наружной рамкой. В этом случае отсчет угла  $\psi$  поворота самолета осуществляется не в горизонтальной плоскости, а в плоскости перпендикулярной оси наружной рамки, из-за чего появляется погрешность в определении угла поворота самолета. Эта погрешность называется *кардановой* и является погрешностью геометрического типа. Она не зависит от параметров гироскопа направления и появляется, также как в гировертикали, при несовпадении осей поворота самолета с осями карданова подвеса. Отклонение самолета по углу крена, особенно во время виража, достигает больших значений.

Рассмотрим карданову погрешность при крене самолета. На рис. 2.8 показаны системы координат:  $O\xi\eta\zeta$  – географическая,  $Ox_cy_cz_c$  – связанная с самолетом,  $Ox_ny_nz_n$  – связанная с наружной рамкой гироскопа.

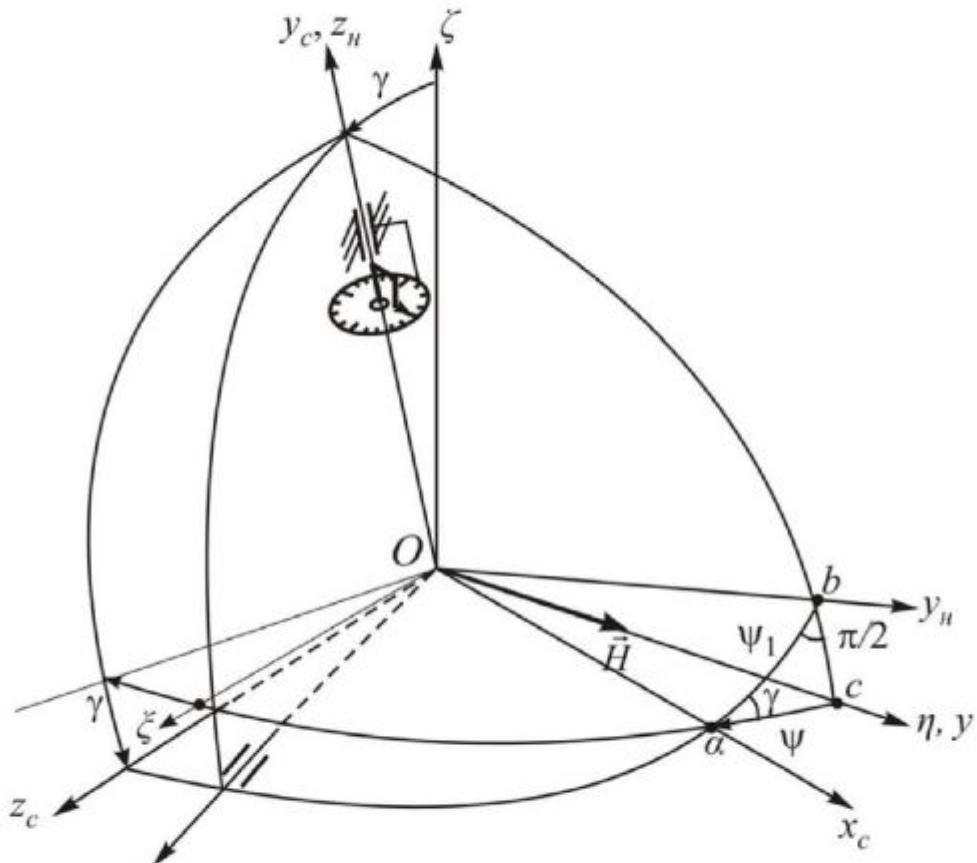


Рис. 2.8. К определению кардановой погрешности

При горизонтальном полете самолета курсом  $\psi$  ( $\psi$  угол между осью  $O\eta$  и продольной осью  $Ox_c$  самолета) нормальная ось  $Oy_c$  самолета и ось  $Oz_n$  наружной рамки гироскопа вертикальны, а устройство съема информации располагается в горизонтальной плоскости. В этом случае показания гирополукомпаса определяются углом  $\psi$ .

Допустим, что самолет накренился на угол  $\gamma$ , повернувшись вокруг продольной оси  $Ox_c$ . Вместе с нормальной осью  $Oy_c$  накренится ось  $Oz_n$  наружной рамки гироскопа. Устройство съема информации окажется в плоскости перпендикулярной оси наружной рамки. Показание прибора теперь определяется углом  $\psi_1$  отличающимся от угла  $\psi$ . Для определения угла  $\psi_1$  выделим на сфере единичного радиуса треугольник  $abc$ . В сферическом треугольнике угол при вершине  $a$  равен  $\gamma$ , при вершине  $b$  –  $\pi/2$ . Из сферической тригонометрии для прямоугольного треугольника имеем

$$\operatorname{tg} \psi_1 = \operatorname{tg} \psi \cos \gamma. \quad (2.27)$$

Карданова погрешность гирополукомпаса

$$\Delta\psi = \psi - \psi_1 = \psi - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \psi \cos \gamma). \quad (2.28)$$

Из выражения (2.28) видно, что карданова погрешность зависит от курса  $\psi$  и крена  $\gamma$ . В предположении постоянства угла  $\gamma$  найдем при каких углах  $\psi$  карданова погрешность принимает экстремальные значения. Для этого найдем производную

$$\frac{d\Delta\psi}{d\psi} = 1 - \frac{\cos\gamma}{(1 + \tan^2\psi \cos^2\gamma)\cos^2\psi}.$$

Приравнивая  $\frac{d\Delta\psi}{d\psi} = 0$ , получим уравнение для определения  $\psi_3$  в виде

$$1 - \cos\gamma = \sin^2\psi_3 \sin^2\gamma,$$

откуда

$$\sin\psi_3 = \pm \frac{\sqrt{1 - \cos\gamma}}{\sin\gamma}. \quad (2.29)$$

Экстремальное значение кардановой погрешности получается при углах  $\psi = \psi_3$ , которое находится из выражения (2.29). На рис. 2.9 показана зависимость кардановой погрешности от курса  $\psi$  для углов крена  $\gamma_1 = 30^\circ$  и  $\gamma_2 = 60^\circ$ .

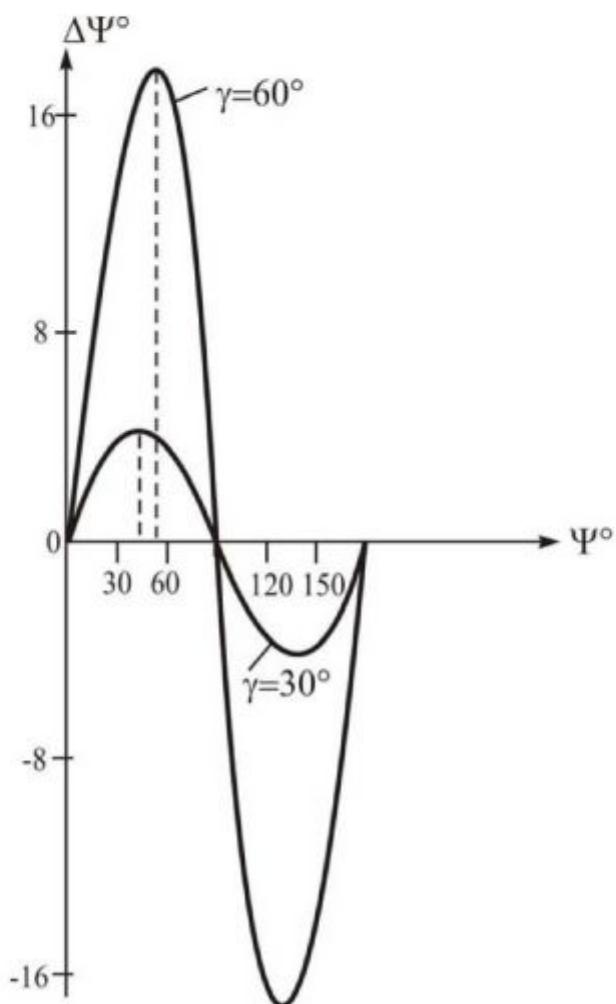


Рис. 2.9. График кардановых погрешностей

Карданова погрешность является периодической функцией угла  $\psi$  с периодом равным  $180^\circ$ . На курсах  $0, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  (на главных румбах) она равна нулю. На курсах  $0$  и  $180^\circ$  крен самолета происходит вокруг главной оси, а на курсах  $90^\circ$  и  $270^\circ$  – вокруг оси внутренней рамки. Величина кардановой погрешности существенно зависит от угла крена. При малых углах крена максимальная карданова погрешность получается на курсах близких к  $45^\circ$  и  $135^\circ$ . С увеличением крена максимум смещается в сторону углов  $\psi = 90^\circ$ . С уменьшением крена карданова ошибка уменьшается и при  $\gamma = 0$  обращается в нуль при маятниковой системе горизонтальной коррекции ( $\beta = 0$ ).

В гироскопе направления с межрамочной коррекцией при длительном крене главная ось уходит из плоскости горизонта и устанавливается по оси  $Oy_n$ . Это приводит к тому, что при последующем выравнивании прибора ошибка не исчезает. Для устранения кардановых погрешностей гирополукомпас устанавливают в дополнительный карданов подвес, который следящими системами, связанными с гировертикалью, удерживается в горизонтальной плоскости. Карданова погрешность исключается в курсовертикалях основанных на трехосных гиростабилизаторах, в которых курсовой гироскоп установлен на горизонтальной платформе.

*Виражная погрешность* возникает при вираже самолета. Вираж самолета происходит с креном. Если гирополукомпас установлен непосредственно на корпусе самолета, то при выполнении виража вместе с самолетом накреняется ось наружной рамки, что приводит к кардановой погрешности, которая исчезает при выравнивании самолета, так как она является чисто геометрической погрешностью. Кроме кардановой погрешности на вираже появляется так называемая *виражная погрешность* гирополукомпаса, которая не исчезает после окончания виража. Она представляет собой уход главной оси гироскопа в азимуте и в конце виража достигает максимального значения.

Выясним причину, порождающую виражную погрешность гирополукомпаса с межрамочной горизонтальной коррекцией. На рис. 2.10 показана географическая система координат  $O\xi\eta\zeta$ , скорость вращения которой предполагаем равной нулю.

С продольной осью самолета, совершающего правильный левый вираж ( $\omega_e = \text{const}$ ,  $V = \text{const}$ ), связана ось  $Ox_c$  системы координат  $Ox_cy_cz_c$ . С наружной рамкой гироскопа связана система координат  $Ox_ny_nz_n$ . Самолет совершает вираж с углом  $\gamma_0$ . В момент начала виража главная ось гироскопа находится в плоскости горизонта  $\xi O\eta$  и в плоскости меридиана  $\zeta O\eta$  (точка  $A$ ). При повороте самолета в азимуте на  $360^\circ$  ось  $Oz_n$  наружной рамки опишет в пространстве конус, ось которого совпадает с вертикальной осью  $O\zeta$ . На сфере единичного радиуса с центром в точке  $O$  показана плоскость меридиана  $\eta O\zeta$ . До начала виража ось  $Oz_n$  наружной рамки была вертикальна и совпадала с осью  $O\zeta$ . Угол между главной осью  $Oy$  и осью  $Oz_n$  составлял угол  $90^\circ$ . В момент начала виража ось  $Oz_n$  расположилась в плоскости  $y_nOz_n$ .

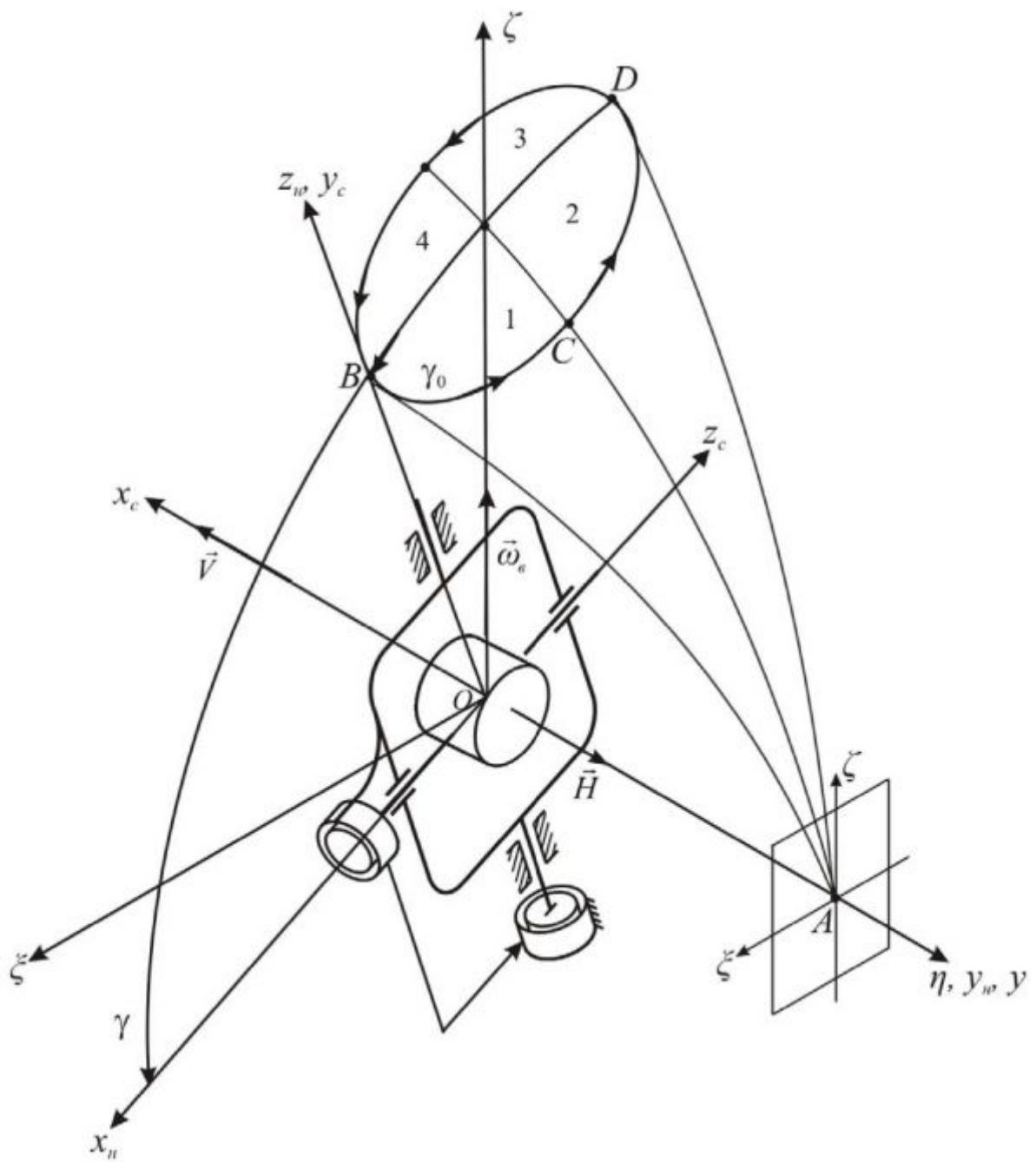


Рис. 2.10. К определению виражной погрешности гирополукомпаса

В квадранте 1 точка  $B$  перемещается по окружности так, что плоскость  $y_nOz_n$  приближается к плоскости меридиана  $\eta O\zeta$ , а ось  $Oz_n$  отклоняется от плоскости  $\xi O\zeta$ . Угол между осью  $Oz_n$  и главной осью в квадранте 1 становится меньше  $90^\circ$ . Включается межрамочная горизонтальная коррекция, которая вызывает прецессию главной оси к перпендикуляру к оси наружной рамки (ось  $Oy_n$ ). Апекс гироскопа (точка  $A$ ) перемещается со скоростью  $\dot{\theta} = OA\dot{\beta}$  в наклонной плоскости  $y_nOz_n$  (рис. 2.11). На границе квадранта 2 (точка  $C$ ) (см. рис. 2.10) плоскость  $z_nOy_n$  совместилаась с плоскостью меридиана  $\eta O\zeta$ , но ось  $Oz_n$  отклонилась от плоскости  $\xi O\zeta$  на угол  $\gamma_0$ .

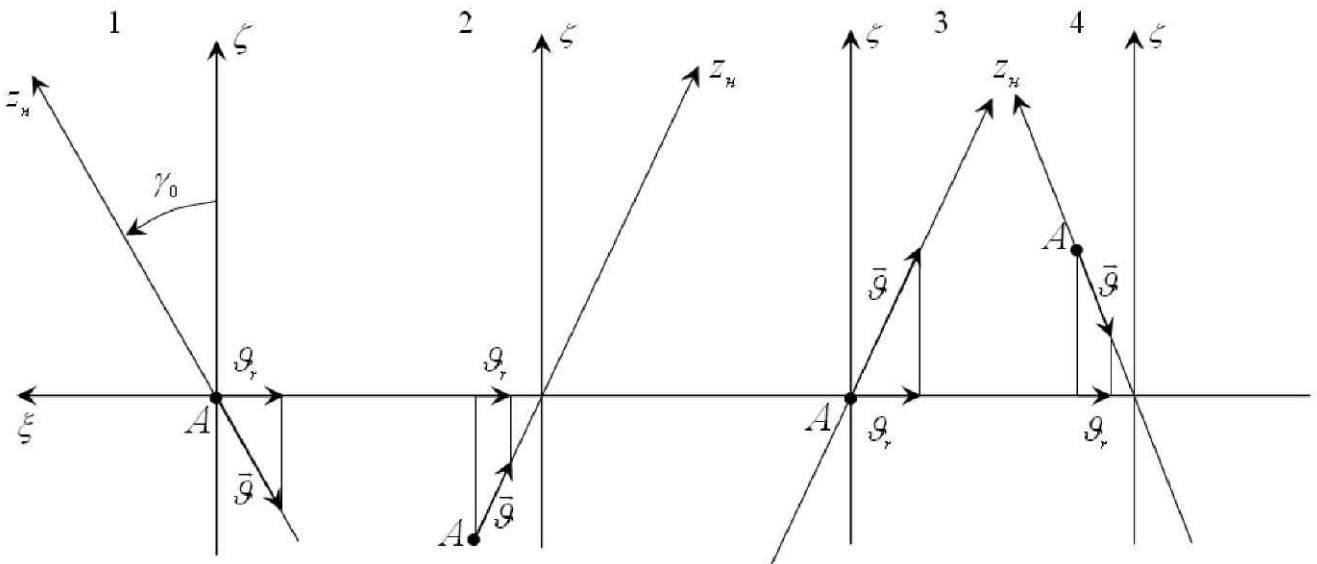


Рис. 2.11. Положение плоскости прецессии главной оси гироскопа

При «сильной» межрамочной коррекции главная ось гироскопа установится по оси  $Oy_n$ , отклонившись от плоскости горизонта на угол  $\gamma_0$ . В квадранте 2 плоскость  $y_nOz_n$  отклоняется от плоскости  $\eta O\zeta$  на угол, который на границе с квадрантом 3 становится равным  $\gamma_0$ . Ось  $Oz_n$  (точка  $D$ ) устанавливается в вертикальной плоскости  $\xi O\zeta$ , а главная ось гироскопа приводится системой горизонтальной коррекции в плоскость горизонта.

На рис. 2.11 показаны положения плоскости  $y_nOz_n$  и линейной скорости  $\vec{v}$  апекса гироскопа в квадрантах 3 и 4.

Таким образом, при вираже изменяется угол между осью  $Oz_n$  наружной рамки гироскопа и главной осью. Под действием межрамочной горизонтальной коррекции главная ось гироскопа прецессирует в наклонной плоскости к положению перпендикуляра (ось  $Oy_n$ ) к оси  $Oz_n$ . Линейная скорость  $\vec{v}$  апекса гироскопа дает проекцию  $\vec{v}_r$  на горизонтальную плоскость, направленную во всех четырех квадрантах в одну сторону. Это свидетельствует о том, что главная ось гироскопа уходит от вертикальной плоскости  $\eta O\zeta$ , в которой она находилась вначале. Это уход обусловлен работой системы горизонтальной коррекции при вираже с креном. За время виража накапливается угол, который называется *виражной погрешностью*. Виражная погрешность возрастает с увеличением угла крена, эффективности системы горизонтальной коррекции и уменьшается с увеличением скорости виража. Особенно велика виражная погрешность в гирополукомпасе основанном на одноосном силовом гиростабилизаторе с большим коэффициентом усиления цепи стабилизации. Например, при крене  $60^\circ$  за один оборот виража виражная погрешность достигает  $180^\circ$ . В навигационных гирополукомпасах виражная погрешность составляет  $1\dots 2^\circ$  за один оборот виража [6].

Гирополукомпас с маятниковой системой горизонтальной коррекции на вираже ведет себя также как и гирополукомпас с межрамочной горизонтальной коррекцией. При правильном вираже нормальная ось самолета, а значит и ось наружной рамки гироскопа, накреняется на угол

$$\gamma = \arctg \frac{V\omega_a}{g},$$

т.е. на угол равный углу отклонения кажущейся вертикали от истинной. Система горизонтальной коррекции приводит главную ось гироскопа в плоскость кажущегося горизонта.

При длительном наборе высоты или снижении самолета главная ось под действием межрамочной коррекции может отклониться от плоскости горизонта на угол  $\beta$  равный углу тангенса. При последующем горизонтальном полете наличие угла  $\beta$  приводит к ошибке в определении курса. В такой ситуации маятниковая коррекция, которая при отсутствии ускорений обеспечивает  $\beta=0$ , является предпочтительней [3].

Для устранения виражной погрешности широко применяется наиболее простой способ – отключение горизонтальной коррекции на вираже.

Исключается виражная погрешность установкой гирополукомпаса в дополнительный карданов подвес или на платформу, стабилизированную в плоскости горизонта. При этом устраняются виражная и карданова погрешности.

## 2.2. Гиромагнитные и гироиндукционные компасы [6]

### 2.2.1. Магнитное поле Земли

При движении объектов в околоземном пространстве удобно определять их азимутальную ориентацию по магнитному полю Земли. Как упоминалось выше, подвижная магнитная стрелка, удаленная от железных и магнитных масс, устанавливается в направлении на магнитный север. Земля является магнитом. Магнитные полюсы Земли располагаются вблизи ее географических полюсов на некоторой глубине от поверхности.

Северным магнитным полюсом Земли называют полюс, расположенный в северном полушарии, но притягивающий северный конец магнитной стрелки, т.е. северный магнитный полюс Земли обладает южным магнетизмом.

Магнитное поле Земли в любой точке пространства характеризуется вектором  $\vec{T}$  напряженности магнитного поля. Вектор  $\vec{T}$  наклонен к плоскости горизонта под углом  $\theta$  (рис. 2.12). Угол  $\theta$  называют углом наклонения или наклонением. Наклонение вектора напряженности магнитного поля Земли определяется по выражению:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{Z}{H}, \quad (2.30)$$

где  $H$  и  $Z$  – горизонтальная и вертикальная составляющие напряженности магнитного поля Земли.

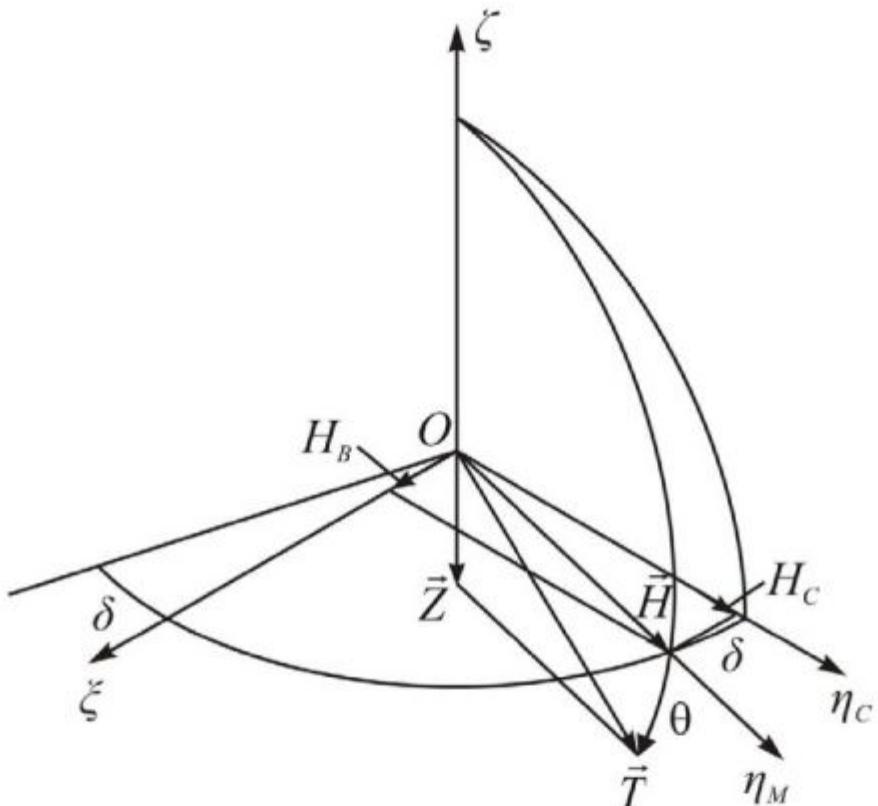


Рис. 2.12. Составляющие напряженности магнитного поля Земли

Модули векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{Z}$  связаны с вектором  $\vec{T}$  соотношениями:

$$H = T \cos \theta, \quad (2.31)$$

$$Z = T \sin \theta.$$

Горизонтальная составляющая напряженности создает силу, которая заставляет свободно подвешенную магнитную стрелку устанавливаться по линии север-юг. На магнитном полюсе горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна нулю, на магнитном экваторе –  $H = Z$ . Вертикальная составляющая  $Z$  наклоняет магнитную стрелку. В северном полушарии магнитная стрелка стремится наклониться северным концом вниз. Для устранения этого наклона южный конец магнитной стрелки делают тяжелее.

Плоскость  $\xi\eta_C$  – плоскость географического меридиана, плоскость  $\xi\eta_M$  – плоскость магнитного меридиана. Магнитное склонение  $\delta$  – угол между направлениями географического и магнитного меридианов. Склонение определяется из выражения:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{H_B}{H_c}, \quad (2.32)$$

где  $H_B$  и  $H_c$  – восточная и северная составляющие вектора  $\vec{H}$ .

Таким образом, по магнитной стрелке можно определить магнитный меридиан, а значит магнитный курс подвижного объекта. Зная магнитное склонение в месте нахождения объекта, определяют истинный курс (рис. 2.13).

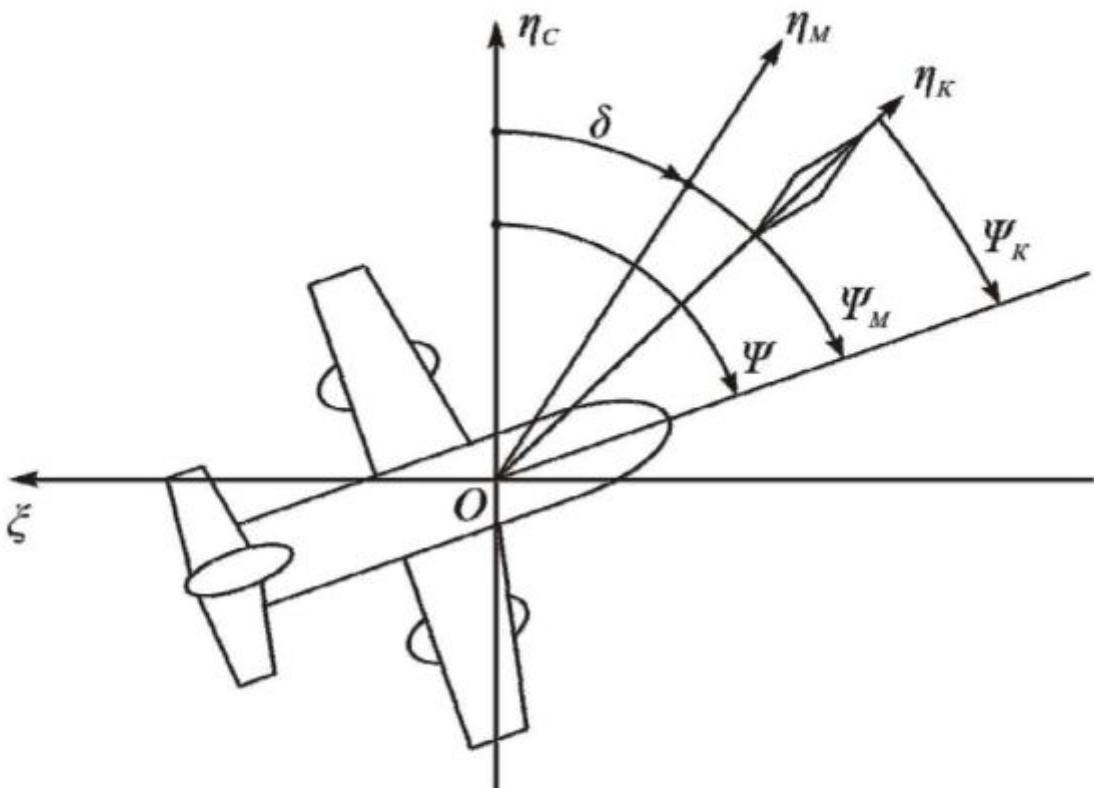


Рис. 2.13. Истинный ( $\psi$ ), магнитный ( $\psi_M$ ) и компасный курс ( $\psi_K$ ) самолета

Для учета магнитных склонений имеются магнитные карты, которые представляют собой географические карты с нанесенными на них линиями равных значений элементов магнитного поля Земли. Линии равных значений  $H$  и  $Z$  называют *изодинами*, линии равного наклонения – *изоклинами*, линии равного склонения – *изогонами*.

Магнитное склонение непостоянно из-за перемещения магнитных полюсов, из-за магнитных аномалий на Земле и магнитных бурь.

## 2.2.2. Магнитный компас

Схема магнитного компаса представлена на рис. 2.14. Чувствительным элементом магнитного компаса является подвижная система, называемая картушкой. Картушка компаса состоит из шкалы 7 (тонкий латунный или алюминиевый диск с нанесенными делениями от нуля до  $360^0$ ), укрепленной на поплавке 9. К поплавку прикреплена пара стержневых магнитов 2. Оси магнитов параллельны линии  $0 - 180^0$  на шкале. Картушка компаса опирается шпилькой 5 на подпятник 4 из твердого камня (сапфир, агат) закрепленного на колонке 1. Корпус 8 компаса герметичен, в него налита жидкость (лигроин). Для компенсации изменения объема жидкости при изменении температуры используется гофрированная мембранный коробка 10. Жидкость осуществляет демпфирование колебаний картушки, разгружает опору, уменьшая давление шпильки на подпятник, чем снижает момент трения в опоре. Картушка сбалансирована так, что на неподвижном основании шкала горизонтальна, а центр масс картушки находится ниже точки опоры.

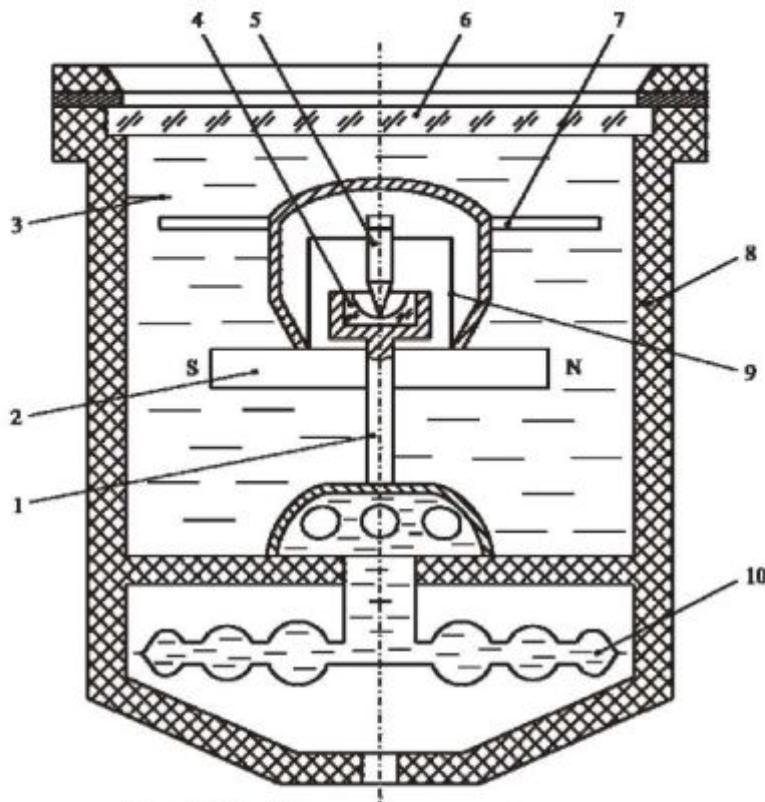


Рис. 2.14. Схема магнитного компаса:  
 1 – колонка; 2 – стержневые магниты; 3 – индекс;  
 4 – подпятник; 5 – шпилька; 6 – стекло;  
 7 – шкала; 8 – корпус;  
 9 – поплавок; 10 – мембранный коробка

Отсчет показаний компаса ведется через стекло 6 с помощью шкалы и индекса 3, укрепленного на корпусе компаса.

На неподвижном основании картушка компаса, отклоненная от плоскости магнитного меридиана, совершают затухающие колебания в азимуте, которые описываются уравнением [6]:

$$J\ddot{\varepsilon} + f\dot{\varepsilon} + HM \sin \varepsilon = -M_T \operatorname{sign} \dot{\varepsilon}, \quad (2.33)$$

где  $J$  – момент инерции картушки относительно вертикальной оси;  $\varepsilon$  – угол отклонения картушки от плоскости магнитного меридиана;  $f$  – коэффициент демпфирования;  $M$  – магнитный момент магнитов картушки;  $M_T$  – момент трения в опоре.

Магнитный момент картушки определяется соотношением [8]:

$$M = 2ml, \quad (2.34)$$

где  $m$  – магнитная масса количества магнетизма полюса магнита;  $l$  – расстояние между полюсами.

Для малых углов  $\varepsilon$  уравнение (2.33) запишем в виде

$$\ddot{\varepsilon} + 2\xi\omega_0\dot{\varepsilon} + \omega_0^2\varepsilon = \mp \frac{M_T}{J}, \quad (2.35)$$

где  $\omega_0^2 = \frac{HM}{J}$ ,  $\xi = \frac{f}{2\sqrt{JHM}}$ .

Трение в опоре приводит к погрешности

$$\varepsilon_T = \mp \frac{M_T}{HM}. \quad (2.36)$$

Кроме погрешности, вызванной трением в опоре, возникают погрешности при развороте объекта в азимуте вследствие того, что жидкость, заполняющая компас приходит во вращение из-за трения между жидкостью и корпусом. После прекращения разворота объекта, жидкость продолжает вращаться по инерции, увлекая за собой картушку. Погрешности компаса вызываются также креном объекта, его ускоренным движением.

Существенные погрешности в показания магнитного компаса вносит девиация. *Девиация компаса* – это отклонение картушки от плоскости магнитного меридиана вследствие искажения магнитного поля Земли железом, магнитами и магнитными полями, создаваемыми электрооборудованием объекта.

В рассматриваемом магнитном компасе курс подвижного объекта определяется визуально, что при использовании прибора, например на самолете, требует установки его на приборной доске летчика. В этом месте магнитный компас будет иметь большую девиацию из-за большого количества приборов и электроустройств. По этой причине желательно магнитный компас располагать в том месте объекта, где минимальны искажения магнитного поля Земли (для самолета – это хвостовая часть и конец крыла). Угол отклонения объекта от магнитной стрелки в этом случае преобразуется в электрический сигнал, который с помощью дистанционной передачи подается на указатель, установленный в месте нахождения потребителя. При такой схеме измерения курс может транслироваться всем приборам, которым он необходим.

### 2.2.3. Индукционный компас [8]

В основе индукционного компаса – феррозонд (магнитонасыщаемый зонд), который является чувствительным элементом, аналогичным магнитной стрелке в магнитном компасе. Феррозонд (рис. 2.15) представляет собой два пермаллоевых стержня 1, расположенных параллельно друг другу.

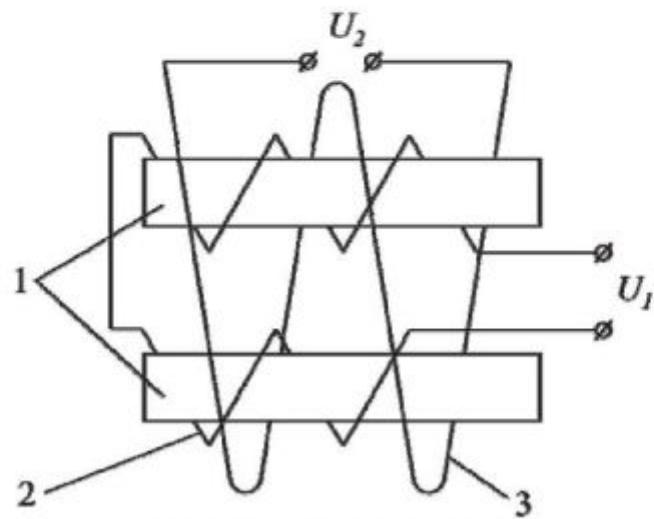


Рис. 2.15. Схема феррозонда

На стержни намотана последовательно – встречно первичная обмотка 2 (обмотка возбуждения), на которую подается напряжение  $U_1$ . При протекании тока в первичной обмотке в стержнях создаются магнитные потоки, направленные встречно. Оба стержня помещены во вторичную (сигнальную) обмотку 3. Так как магнитные потоки в стержнях равны и противоположно направлены, то результирующий магнитный поток равен нулю и во вторичной обмотке э.д.с. не наводится ( $U_2 = 0$ ).

Рассмотрим, что будет происходить в феррозонде при нахождении его в магнитном поле Земли (рис. 2.16).

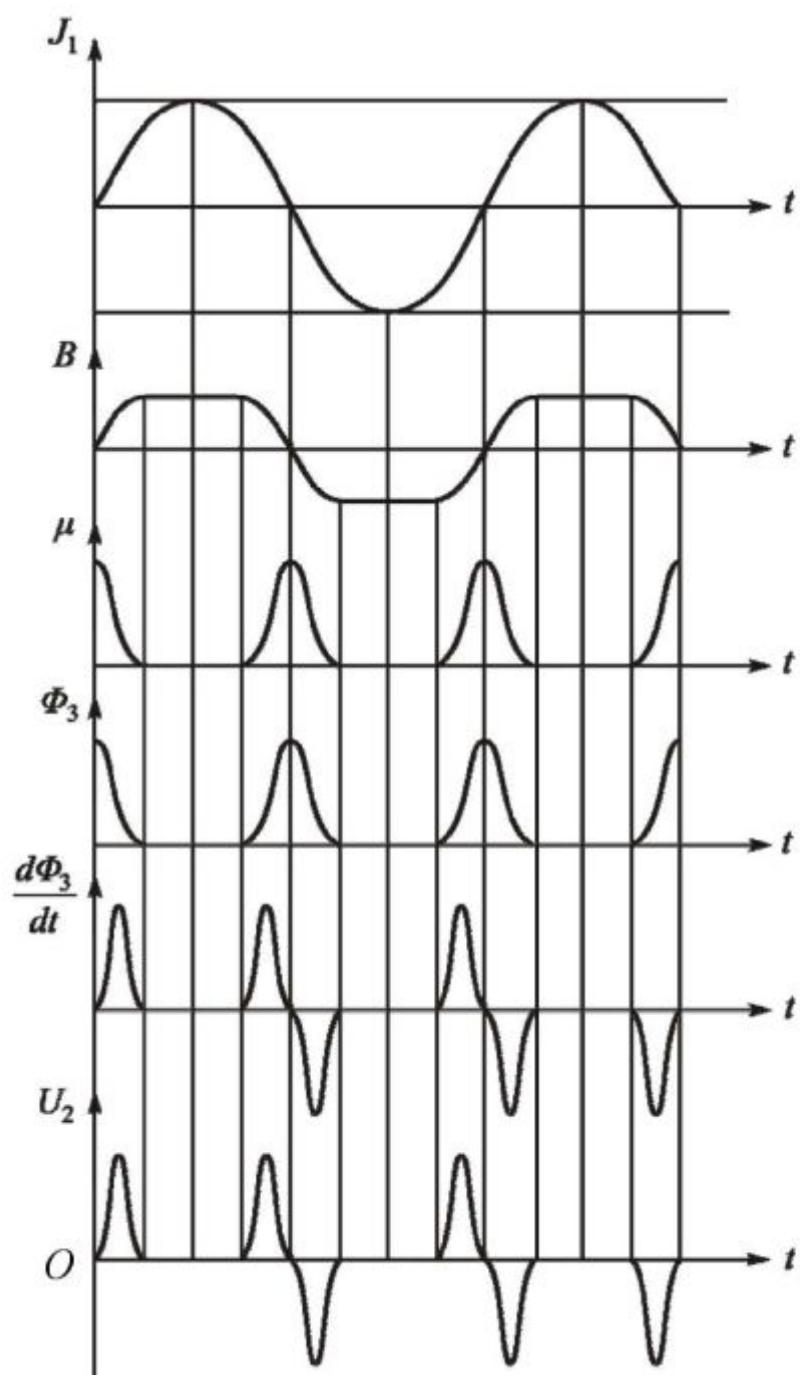


Рис. 2.16. Графики изменения параметров феррозонда

Пусть по обмотке возбуждения протекает синусоидальный ток  $J_1$  с частотой  $\omega$ . При превышении определенного значения тока  $J_1$  происходит насыщение стержней. Из-за насыщения стержней магнитная индукция  $B$  в стержнях не будет возрастать. Соответственно повышению индукции будет падать магнитная проницаемость  $\mu$ . Когда индукция достигнет экстремума, магнитная проницаемость станет равна нулю. Когда ток  $J_1$  будет равен нулю, будет равна нулю индукция  $B$ , а магнитная проницаемость достигнет максимума. Когда магнитная проницаемость максимальна, магнитное поле Земли создает максимальную индукцию в стержнях, а значит, и максимальный поток  $\Phi_3$ . Направление потока  $\Phi_3$  будет одинаково в обоих стержнях. С ростом тока в обмотке возбуждения магнитная проницаемость будет уменьшаться, магнитные силовые линии поля Земли будут «вытесняться» из стержней, и магнитный поток  $\Phi_3$ , создаваемый полем Земли, будет также уменьшаться. Графики для  $\mu$  и  $\Phi_3$  должны быть идентичны. В соответствии с графиком изменения потока во времени  $\left(\frac{d\Phi_3}{dt}\right)$  будет наводиться э.д.с.  $U_2$  во вторичной обмотке.

Из графиков (см. рис. 2.16) видно, что выходной сигнал ( $U_2$ ) на вторичной обмотке изменяется с удвоенной частотой ( $2\omega$ ).

Если феррозонд расположить горизонтально в плоскости магнитного меридиана, то выходной сигнал будет пропорционален горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли. При повороте феррозонда относительно вертикальной оси на угол  $\psi_M$  вдоль стержней будет направлена проекция  $H \cos \psi_M$ , ( $\psi_M$  – угол отклонения стержней от плоскости магнитного меридиана). С ростом  $\psi_M$  выходной сигнал феррозонда будет уменьшаться и при  $\psi_M = \pi/2$  станет равным нулю. Таким образом, по выходному сигналу феррозонда можно судить о магнитном курсе объекта, если феррозонд был установлен на нем и стабилизирован в плоскости горизонта.

Однако воспользоваться выходным сигналом феррозонда для определения магнитного курса сложно, так как этот сигнал зависит не только от направления вектора  $\vec{H}$ , но и от его величины, которая изменяется при изменении широты места. На практике применяется компенсационный метод измерения, не зависящий от величины напряженности магнитного поля Земли и отмечающий только его направление.

Индукционный компас состоит из чувствительного элемента называемого индукционным датчиком  $ИД$  и указателя  $У$  (рис. 2.17 и 2.18), связанных дистанционной передачей. Индукционный датчик вырабатывает сигнал, зависящий от магнитного курса. Он устанавливается в том месте объекта, где мала магнитная девиация. Указатель крепится на приборной доске летчика. Индукционные датчики бывают *трехзондовые* и *двухзондовые*.

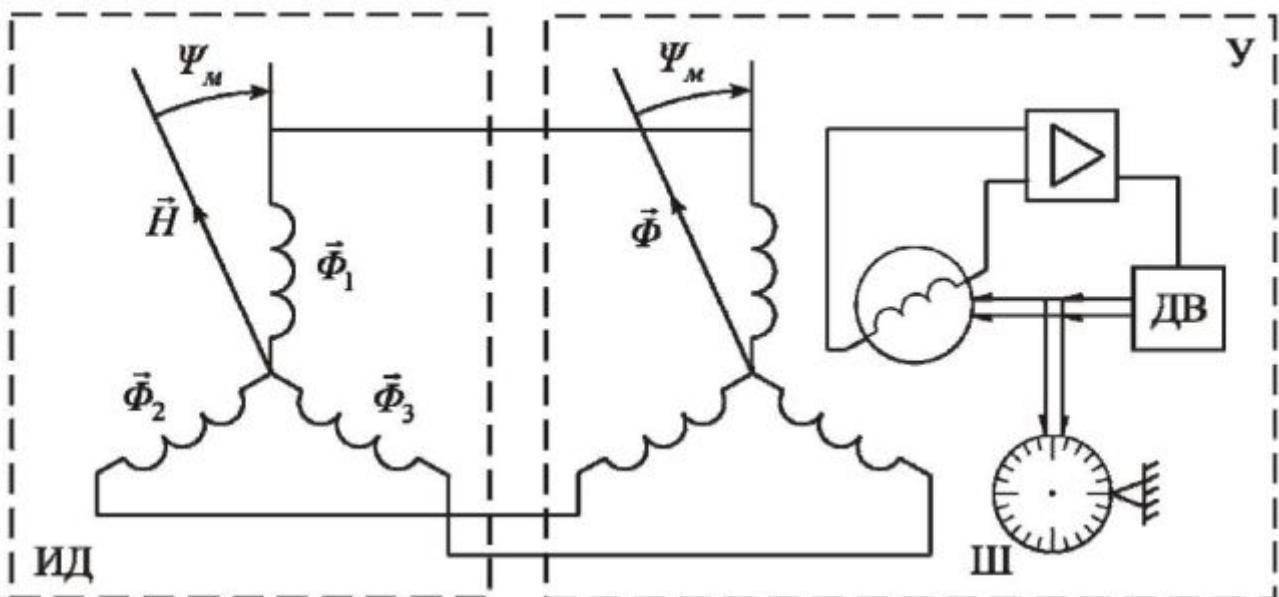


Рис. 2.17. Схема трехзондового индукционного компаса

На рис. 2.17 показаны только сигнальные обмотки феррозондов, которые соединены по схеме звезды (возможно соединение по схеме треугольника). Если магнитная ось феррозонда  $\Phi_1$  установлена параллельно продольной плоскости объекта, а  $\vec{H}$  – горизонтальная составляющая напряженности магнитного поля Земли, то угол между ними есть магнитный курс  $\psi_M$ . Сигнальные обмотки феррозондов  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  соединены с обмотками статора сельсина приемника, находящегося в указателе  $У$ . Напряжения в сигнальных обмотках феррозондов, пропорциональные проекциям вектора  $\vec{H}$  на их магнитные оси создают в трехфазной обмотке сельсина токи, в результате чего в статоре сельсина возникает магнитный поток  $\vec{\Phi}$ , направление которого совпадает с направлением вектора  $\vec{H}$ . Этот поток наводит в обмотке ротора сельсина э.д.с., которая после усиления подается на обмотку управления двигателя  $ДВ$ . Двигатель поворачивает ротор сельсина до тех пор, пока магнитная ось обмотки ротора не установится перпендикулярно потоку  $\vec{\Phi}$ . В этом положении в обмотке ротора э.д.с. не наводится, двигатель останавливается. Вместе с вращением ротора сельсина двигатель поворачивает шкалу  $Ш$ , с помощью которой отсчитывается магнитный курс.

Инструментальные погрешности индукционного компаса возникают из-за неодинаковости механических, электрических и магнитных параметров трех феррозондов, из-за погрешности во взаимной ориентации их магнитных осей под углом  $120^\circ$ , из-за погрешности сельсина-приемника.

Инструментальные погрешности существенно уменьшаются при использовании индукционного датчика с двумя феррозондами (рис. 2.18), магнитные оси которых взаимно перпендикулярны. В указателе, в этом случае, используется синусно-косинусный вращающийся трансформатор (СКВТ).

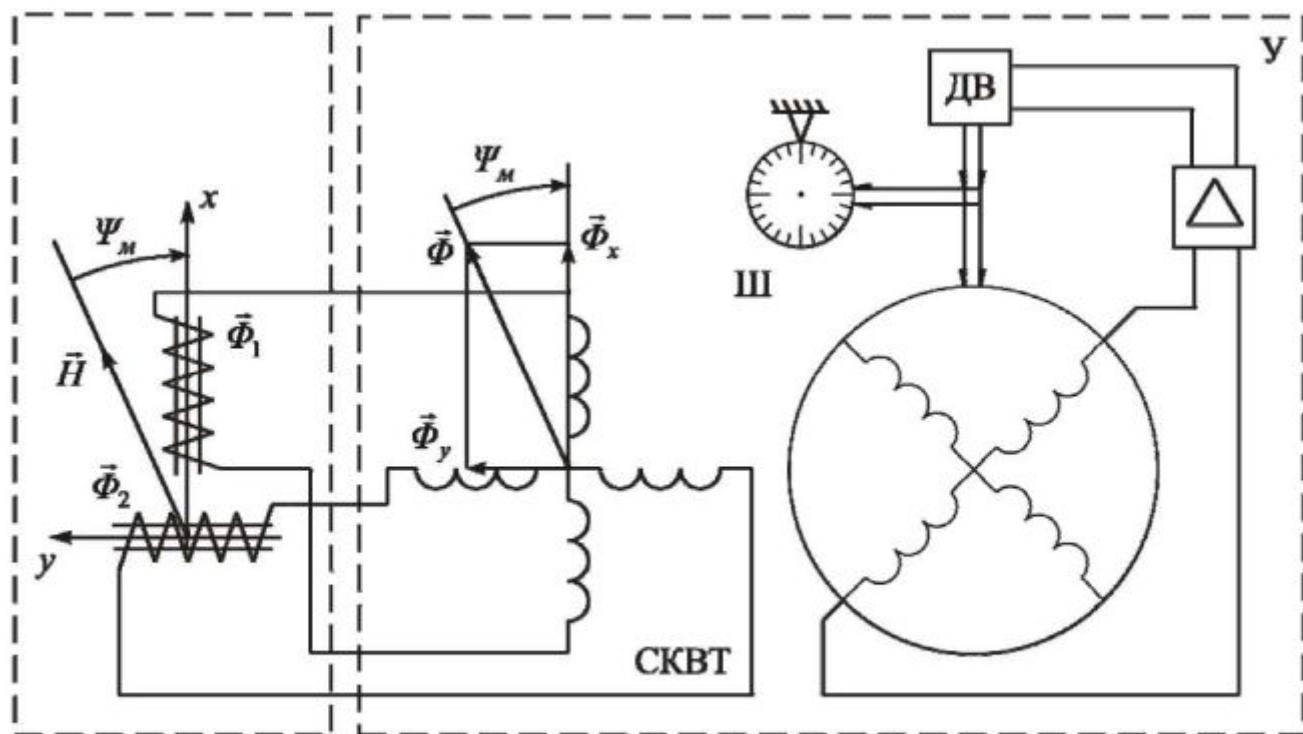


Рис. 2.18. Схема двухзондового индукционного компаса

Двухзондовый индукционный датчик устанавливается на подвижном объекте горизонтально с помощью двухосного карданова подвеса с нижней маятникостью. Магнитная ось феррозонда  $\vec{\Phi}_1$  ориентируется параллельно горизонтальному положению продольной оси  $x$  объекта, а магнитная ось второго - параллельна горизонтальному положению его поперечной оси  $y$ . В этом случае, угол между вектором  $\vec{H}$  и магнитной осью феррозонда  $\vec{\Phi}_1$  является магнитным курсом  $\psi_M$  объекта. Сигнальные обмотки феррозондов индукционного датчика соединены со статорными обмотками СКВТ. В статоре СКВТ создается поток  $\vec{\Phi}$ , направление которого параллельно горизонтальной составляющей  $\vec{H}$  напряженности магнитного поля Земли. Этот поток наводит э.д.с. в обмотке ротора СКВТ, которая через усилитель подается на обмотку управления следящего двигателя  $ДВ$ . Двигатель поворачивает ротор СКВТ в положение, при котором э.д.с. в обмотке ротора равна нулю. Одновременно двигатель поворачивает шкалу  $III$ , по которой определяется магнитный курс объекта.

В двухзондовом индукционном компасе есть возможность существенно уменьшить погрешность от неодинаковости параметров феррозондов, от неточности из взаимной ориентации. Дистанционная передача сигналов индукционного датчика с помощью СКВТ отличается более высокой точностью по сравнению с сельсинной.

## 2.2.4. Гиромагнитный и гироиндукционный компасы

Кинематическая схема гиромагнитного компаса изображена на рис. 2.19.

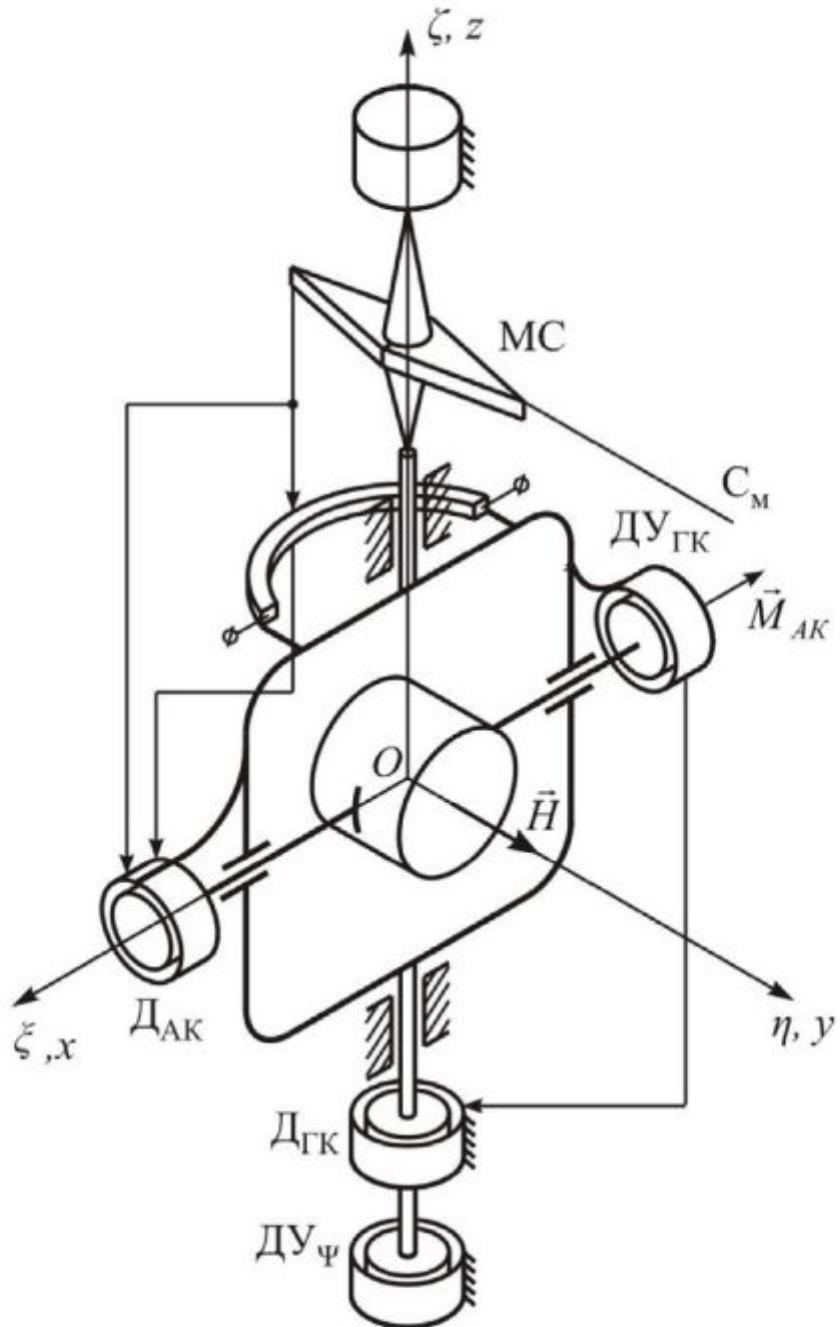


Рис. 2.19. Кинематическая схема гиромагнитного компаса

В состав гиромагнитного компаса входит гироскоп направления с маятниковой или межрамочной горизонтальной коррекцией и магнитный датчик, изображенный в виде магнитной стрелки  $MC$ . С магнитной стрелкой связана щетка потенциометрического датчика угла, а потенциометр укреплен на наружной рамке гироскопа. Выходной сигнал датчика угла – это напряжение, снимаемое со щетки и средней точки потенциометра. Этот сигнал подается на двигатель азимутальной коррекции  $D_{AK}$ .

Пусть гиromагнитный компас установлен на Земле на широте  $\varphi$  так, что главная ось гироскопа совпадает с направлением магнитной стрелки. Магнитная стрелка в установившемся режиме совпадает с направлением на магнитный север  $S_m$ . Это направление вращается в азимуте с угловой скоростью равной вертикальной составляющей скорости вращения Земли  $U \sin \varphi$ . Главная же ось гироскопа в идеальном случае сохраняет неизменным свое направление в инерциальном пространстве. Поэтому, со временем, ось  $Oy$  гироскопа рассогласуется с направлением магнитной стрелки, и на двигатель азимутальной коррекции поступит сигнал, пропорциональный рассогласованию. Двигатель азимутальной коррекции включен так, чтобы момент  $M_{AK}$  вызвал прецессию главной оси гироскопа в сторону совмещения ее с направлением магнитной стрелки. Таким образом, главная ось гироскопа будет устанавливаться в плоскость магнитного меридиана. Если такой прибор установить на самолет, то при развороте самолета в азимуте ротор датчика угла  $\Delta Y_\psi$ , связанный с осью наружной рамки, будет неподвижен, а статор повернется вместе с самолетом. Выходной сигнал с датчика угла  $\Delta Y_\psi$  будет пропорционален магнитному курсу самолета.

Таким образом, гиromагнитный компас является комплексированным курсовым прибором, содержащим гироскоп направления и магнитный компас. Аналогичный прибор, содержащий гироскоп направления и индукционный компас, называется гироиндукционным компасом. Оба эти компаса отличаются лишь чувствительным к магнитному полю Земли элементом и принципиального различия не имеют.

Гиromагнитный и гироиндукционный компасы обладают преимуществами по сравнению с магнитными и индукционными компасами. Благодаря магнитному (индукционному) датчику, гироскоп направления приобретает свойство избирательности, то есть способность устанавливаться в плоскости магнитного меридиана. В этом приборе устраняются недостатки магнитного (индукционного) компаса, связанные с увеличением картишки при развороте объекта, его колебаниях и влиянием вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Земли.

При развороте объекта в азимуте можно отключить магнитный датчик и контролировать угол поворота по гироскопу направления.

### **2.2.5. Уравнения движения гиromагнитного компаса**

Составим уравнения движения гиromагнитного компаса установленного на самолете, который перемещается с постоянной горизонтальной скоростью  $V$ . Движение магнитной стрелки описывается уравнением (2.35). Для простоты исследования пренебрежем моментом трения в опоре стрелки и демпфированием. С учетом этих допущений уравнение движения магнитной стрелки примет вид:

$$\ddot{\varepsilon} + \omega_0^2 \varepsilon = 0. \quad (2.37)$$

Решение уравнения (2.37) при начальных условиях:  $t = 0$ ;  $\varepsilon = \varepsilon_0$ ;  $\dot{\varepsilon} = 0$  можно записать в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega_0 t, \quad (2.38)$$

то есть магнитная стрелка совершают незатухающие колебания относительно плоскости магнитного меридиана с амплитудой  $\varepsilon_0$  и частотой  $\omega_0$ .

При учете демпфирования колебаний магнитной стрелки и момента трения в опоре колебания будут затухающими, а равновесное положение отклонится от плоскости магнитного меридиана на угол  $\varepsilon_T$ , определяемый выражением (2.36).

Для составления уравнений движения гироскопа направления выберем в качестве базовой – географическую систему координат  $O\xi\eta\zeta$ . С внутренней рамкой гироскопа свяжем систему координат  $Oxyz$  (рис. 2.20). Будем полагать малыми отклонения (углы  $\alpha$  и  $\beta$ ) главной оси гироскопа от географической системы координат. При анализе гиромагнитного компаса ограничимся прецессионными уравнениями.

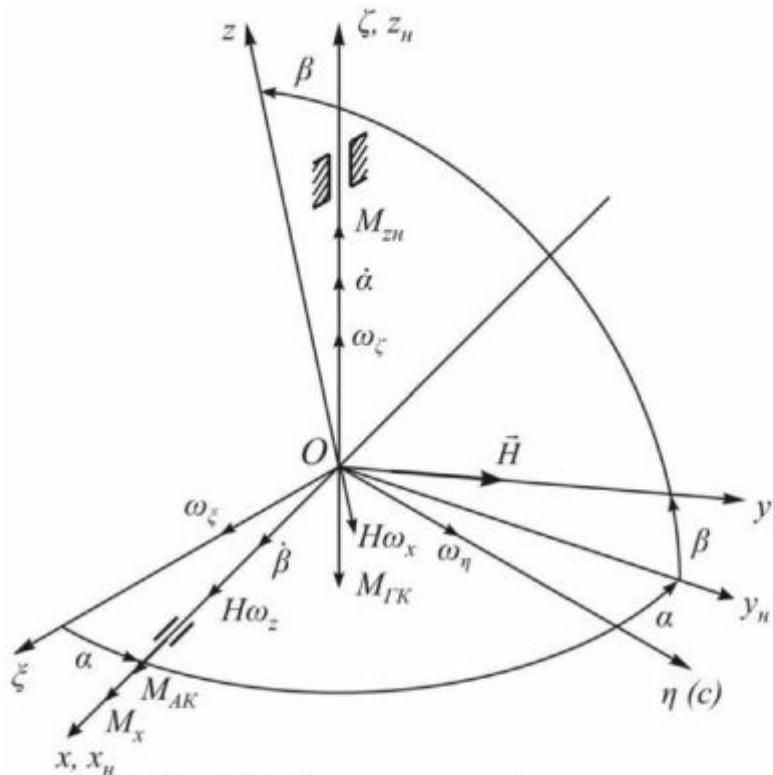


Рис. 2.20. Кинематический чертеж

Проекции абсолютной угловой скорости вращения гироскопа на оси  $Ox$  и  $Oy$  будут равны:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} + \omega_\xi + \omega_\eta \alpha; \\ \omega_z &= \dot{\alpha} + \omega_\xi - \omega_\eta \beta.\end{aligned} \quad (2.39)$$

На кинематическом чертеже указаны следующие моменты:

$H\omega_x$ ,  $H\omega_z$  – гироскопические моменты, направления которых определяются по правилу Жуковского;

$M_x$ ,  $M_{zh}$  – возмущающие моменты воздействующие на гироскоп по оси внутренней и наружной рамок;

$M_{IK} = K_z \beta$  – момент, развиваемый системой горизонтальной коррекции; направлен так, чтобы главная ось гироскопа пресцессировала к плоскости горизонта ( $\beta = 0$ );  $K_z$  – коэффициент усиления системы горизонтальной коррекции;

$M_{AK}$  – момент азимутальной коррекции; направлен так, чтобы за счет пресцессии, вызванной им, главная ось гироскопа совмещалась с направлением магнитной стрелки.

При пропорциональном управлении в цепи азимутальной коррекции, момент коррекции определяется по выражению:

$$M_{AK} = K_x (\alpha - \varepsilon - \delta). \quad (2.40)$$

Это выражение записано в соответствии с рис. 2.21, на котором изображена схема расположения главной оси гироскопа  $Oy$ , магнитной стрелки, направления географического ( $O\eta$ ) и магнитного ( $OC_M$ ) меридианов.

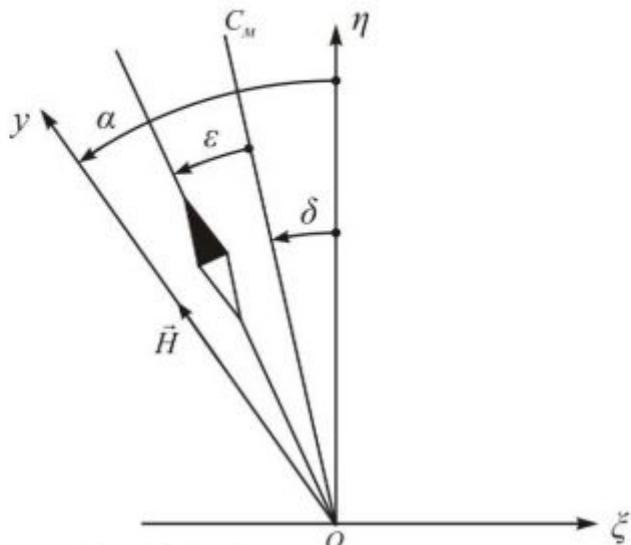


Рис. 2.21. Схема расположения гироскопа и магнитной стрелки

Уравнения движения гироскопа имеют вид:

$$\begin{aligned} H\omega_z + M_{AK} + M_x &= 0; \\ H\omega_x + M_{IK} - M_{zh} &= 0. \end{aligned} \quad (2.41)$$

После подстановки в уравнения (2.41) выражений моментов и угловых скоростей, получим

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} + k_x \alpha &= k_x \delta + k_x \varepsilon - \omega_\zeta - m_x; \\ \dot{\beta} + k_z \beta &= -\omega_\zeta + m_{zh}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

где  $k_x = \frac{K_x}{H}$ ;  $k_z = \frac{K_z}{H}$ ;  $m_x = \frac{M_x}{H}$ ;  $m_{zh} = \frac{M_{zh}}{H}$ .

В уравнениях (2.42) опущены слагаемые  $\omega_\eta\beta$  и  $\omega_\eta\alpha$  ввиду их малости. Второе уравнение системы (2.42) описывает движение главной оси гироскопа по углу  $\beta$  и полностью совпадает с уравнением (2.8), характеризующим движение гироскопа направления с межрамочной горизонтальной коррекцией относительно оси внутренней рамки. Первое уравнение системы (2.42) описывает движение главной оси гироскопа в азимуте. Предположим, что магнитная стрелка совпадает с плоскостью магнитного меридиана ( $\varepsilon = 0$ ), а слагаемые в правой части уравнения постоянны. Тогда закон изменения угла  $\alpha$  имеет вид:

$$\alpha = Ae^{-k_x t} + \alpha_r, \quad (2.43)$$

где:  $A$  – коэффициент, определяемый из начальных условий;  $\alpha_r$  – частное решение уравнения.

Таким образом, в установившемся режиме главная ось гироскопа будет отклонена от плоскости географического меридиана на угол

$$\alpha_r = \delta - \frac{HU \sin \varphi}{K_x} - \frac{H}{K_x} \frac{V_B}{R} \operatorname{tg} \varphi + \frac{M_x}{K_x}, \quad (2.44)$$

который определяет статические погрешности гиромагнитного компаса.

Из выражения (2.44) видно, что статическая погрешность гиромагнитного компаса зависит от магнитного склонения, от возмущающих моментов по оси внутренней рамки и от скорости вращения плоскости географического меридиана относительно вертикали места. Скоростная составляющая  $\frac{H}{K_x} \frac{V_B}{R} \operatorname{tg} \varphi$  зависит от широты места и в высоких широтах достигает значительных величин. По этой причине гиромагнитным компасом нельзя пользоваться на полюсе и в высоких широтах.

Посмотрим, как поведет себя гироскоп при движении магнитной стрелки по закону  $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos \omega_0 t$ . Первое уравнение системы (2.42) представим в виде

$$\dot{\alpha} + k_x \alpha = k_x \varepsilon_0 \cos \omega_0 t. \quad (2.45)$$

Вынужденное движение гироскопа описывается частным решением уравнения (2.45), которое будем отыскивать в форме

$$\alpha_r = N \cos \omega_0 t + M \sin \omega_0 t. \quad (2.46)$$

Подставив выражение (2.46) в уравнение (2.45), получим уравнения для определения коэффициентов  $M$  и  $N$

$$\begin{aligned} M \omega_0 + k_x N &= k_x \varepsilon_0; \\ -N \omega_0 + k_x M &= 0. \end{aligned} \quad (2.47)$$

из которых находим

$$M = \frac{k_x \omega_0 \varepsilon_0}{k_x^2 + \omega_0^2}; \quad N = \frac{k_x^2 \varepsilon_0}{k_x^2 + \omega_0^2}. \quad (2.48)$$

Амплитуда вынужденных колебаний гироскопа

$$\alpha_{\max} = \sqrt{M^2 + N^2} = \varepsilon_0 \frac{k_x}{\sqrt{k_x^2 + \omega_0^2}}. \quad (2.49)$$

Сомножитель  $k_x/\sqrt{k_x^2 + \omega_0^2} < 1$ , поэтому  $\alpha_{\max} \ll \varepsilon_0$ . Значит, прецессионное движение гироскопа при колебаниях магнитной стрелки совершается с амплитудой значительно меньшей амплитуды колебаний магнитной стрелки. Этим устраняется один из недостатков магнитной стрелки, а гироскоп наделяется свойством избирательности к земному направлению.

### 2.2.6. Схемы гиромагнитного и гироиндукционного компасов [6]

Гиромагнитный и гироиндукционный компасы построены по одинаковой схеме. Они отличаются лишь датчиками магнитного курса. Магнитный и индукционный датчик устанавливается в том месте подвижного объекта, где малы девиации. С помощью дистанционных систем, построенных на сельсинах или синусно-косинусных вращающих трансформаторах, датчики магнитного курса связаны с гироскопом направления. Показания магнитного датчика сравниваются с показаниями гироскопа направления. Сигнал разности показаний используют для азимутальной коррекции. Так же как в гироскопе направления азимутальная коррекция может быть моментной (рис. 2.22) и кинематической (рис. 2.23).

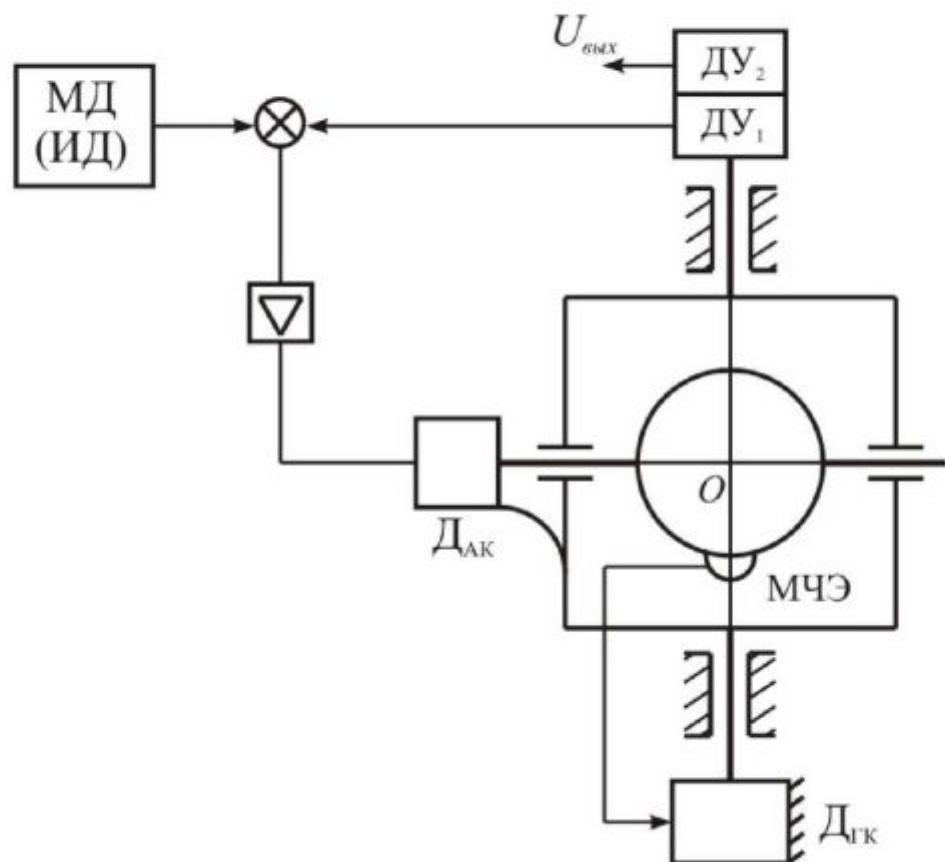


Рис. 2.22. Схема гиромагнитного (гироиндукционного) компаса с моментной коррекцией

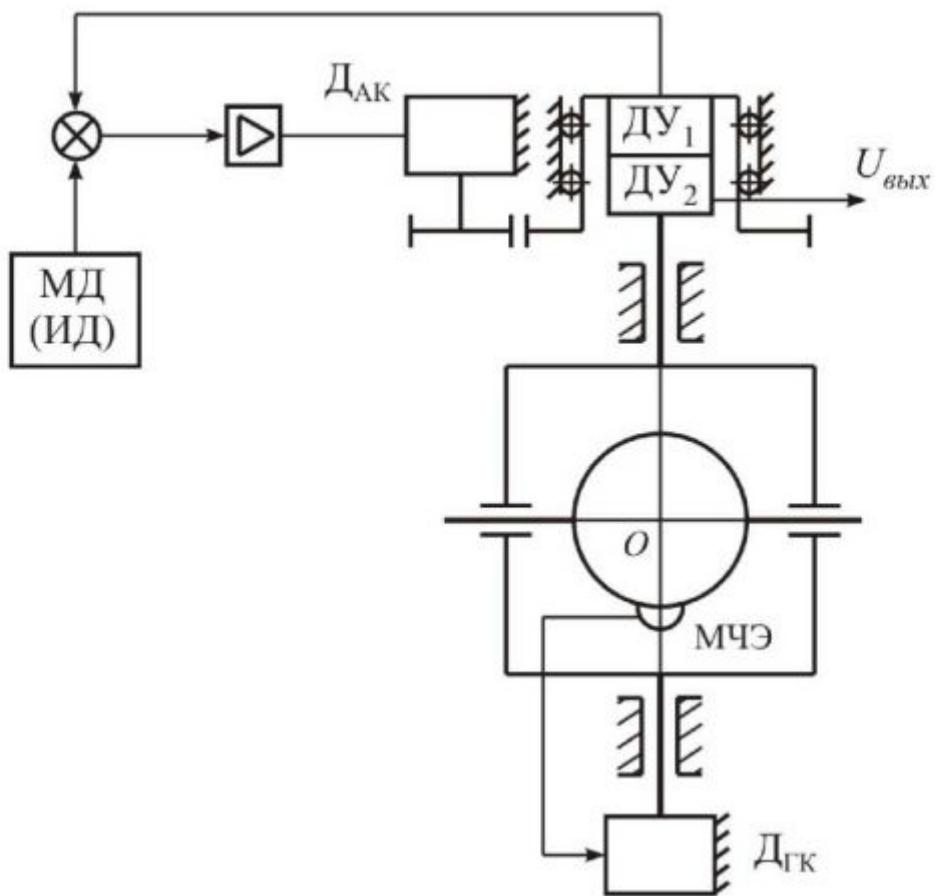


Рис. 2.23. Схема гиromагнитного (гирииндукционного) компаса с кинематической коррекцией

В схеме моментной коррекции (см. рис. 2.22) сравниваются сигналы магнитного (индукционного) датчика магнитного курса и датчика угла  $DU_1$ , установленного на выходной оси (оси наружной рамки) гироскопа. Разностный сигнал через усилитель поступает на двигатель азимутальной коррекции  $D_{AK}$ . Момент, развиваемый этим двигателем, вызывает прецессию гироскопа вокруг оси наружной рамки до совпадения сигналов датчика магнитного курса и гироскопа. Выходной сигнал снимается с датчика угла  $DU_2$ .

В схеме кинематической коррекции (см. рис. 2.23) также вырабатывается разностный сигнал. Однако он используется не для изменения положения гироскопа в азимуте, а для изменения положения статора выходного датчика угла. Двигатель азимутальной коррекции  $D_{AK}$  через редуктор поворачивает стакан, в котором закреплены статор датчиков угла  $DU_1$  и  $DU_2$ . В рассматриваемых приборах имеется система горизонтальной коррекции, работающая также, как в гироскопе направления.

### Контрольные вопросы

1. Чем объяснить широкое применение гироскопов направления в авиации, хотя они не обладают избирательностью по отношению к направлению на север?
2. Чем обусловлена необходимость горизонтальной коррекции в гироскопе направления и почему угол  $\beta$  необходимо поддерживать близким нулю?
3. В чем принципиальная разница между гироскопом направления как указателем истинного курса и указателем ортодромического курса?
4. Однаковые ли требования должны предъявляться к подшипникам внутренней и наружной рамок гироскопа направления?
5. Определить величину смещения центра масс гиromотора, обеспечивающую азимутальную коррекцию на широте  $\varphi = 60^\circ$  (смещенная масса  $m = 0,5$  кг).
6. Записать выражение момента горизонтальной коррекции, обеспечивающего работоспособность гироскопа направления.
7. Какая из типов азимутальной коррекции подвержена влиянию ускорений?
8. Как отразится на работе гироскопа направления изменение направления вращения ротора гироскопа?
9. Изобразить схему дистанционной передачи, связывающей индукционный датчик с указателем индукционного компаса.

### 3. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ КОМПАСЫ

Гироскопические компасы (ГК) – это приборы, предназначенные для определения курса подвижных объектов. В ГК гироскоп обладает свойством избирательности к плоскости географического меридиана. При включении прибора главная ось гироскопа «находит» плоскость меридиана и удерживается в ней при любых маневрах подвижного объекта. Гирокомпасами оснащены все военные корабли, подводные лодки, все морские торговые, пассажирские, рыболовные и исследовательские суда.

#### 3.1. Принцип образования гирокомпаса

В основе ГК лежит трехстепенный гироскоп, ось наружной рамки которого должна располагаться так же, как в гироскопе направления – по вертикали, следовательно, главная ось и ось внутренней рамки – в плоскости горизонта. Центр масс гироскопа смещен по отношению к точке подвеса гироскопа вниз на величину  $l$  (рис. 3.1), тем самым гироузлу придана нижняя (положительная) маятникovость.

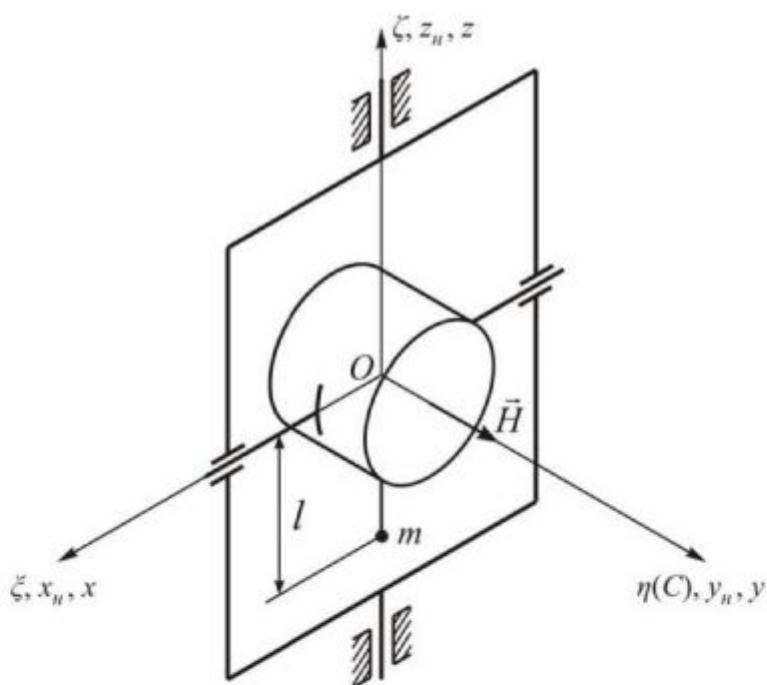


Рис. 3.1. Схема гирокомпаса:  
 $O\xi\eta\zeta$  – географическая система координат;  
 $Ox_ny_nz_n$ ,  $Oxyz$  – системы координат,  
связанные с наружной и внутренней рамками гироскопа

Если главную ось гироскопа приподнять над плоскостью горизонта (плоскость  $\xi O \eta$ ), то под действием силы тяжести появится момент, относительно оси внутренней рамки, который будет стремиться вернуть главную ось в плоскость горизонта. Кинематическая схема реального ГК включает в себя устройство, обеспечивающее вертикальное положение наружной рамки при наклонах

подвижного объекта: дополнительный карданов подвес или гироскопомаятником.

Рассмотрим поведение гироскопа со смещенным центром масс, установленного на Земле, на экваторе ( $\varphi=0$ ). Допустим, что главная ось отклонена от направления на север на угол  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  и находится в горизонтальной плоскости. Этому случаю соответствует положение *A* гироскопа на рис. 3.2a). Так как линия действия силы тяжести  $m\vec{g}$  проходит через точку *O* подвеса гироскопа, то момент от маятниковой силы равен нулю. Гироскоп будет вести себя как свободный, т.е. оставаться неподвижным в инерциальном пространстве. Относительно географической системы координат, связанной с Землей, его положение будет меняться. Из-за суточного вращения Земли со скоростью  $\vec{U}$ , на экваторе с такой же скоростью будет поворачиваться плоскость горизонта. Наблюдатель, находящийся на плоскости горизонта увидит, что восточная часть главной оси гироскопа поднимается над плоскостью горизонта со скоростью  $\dot{\beta}_e = -U$ . При повороте Земли на угол  $\beta$  гироскоп окажется в положении *B*, в котором главная ось, сохраняющая первоначальное положение в инерциальном пространстве, отклонится от плоскости горизонта на угол  $\beta$ . Сила тяжести, как видно из рисунка, теперь создает момент по оси внутренней рамки гироскопа  $M_x = -mg l \sin \beta$ . Этот момент совпадает по направлению с вектором  $\vec{U}$  (рис. 3.2б) и вызывает прецессию гироскопа со скоростью  $\dot{\alpha} = \frac{mg l \sin \beta}{H \cos \beta}$ . Видно, что прецессионное движение ведет главную ось к плоскости меридiana.

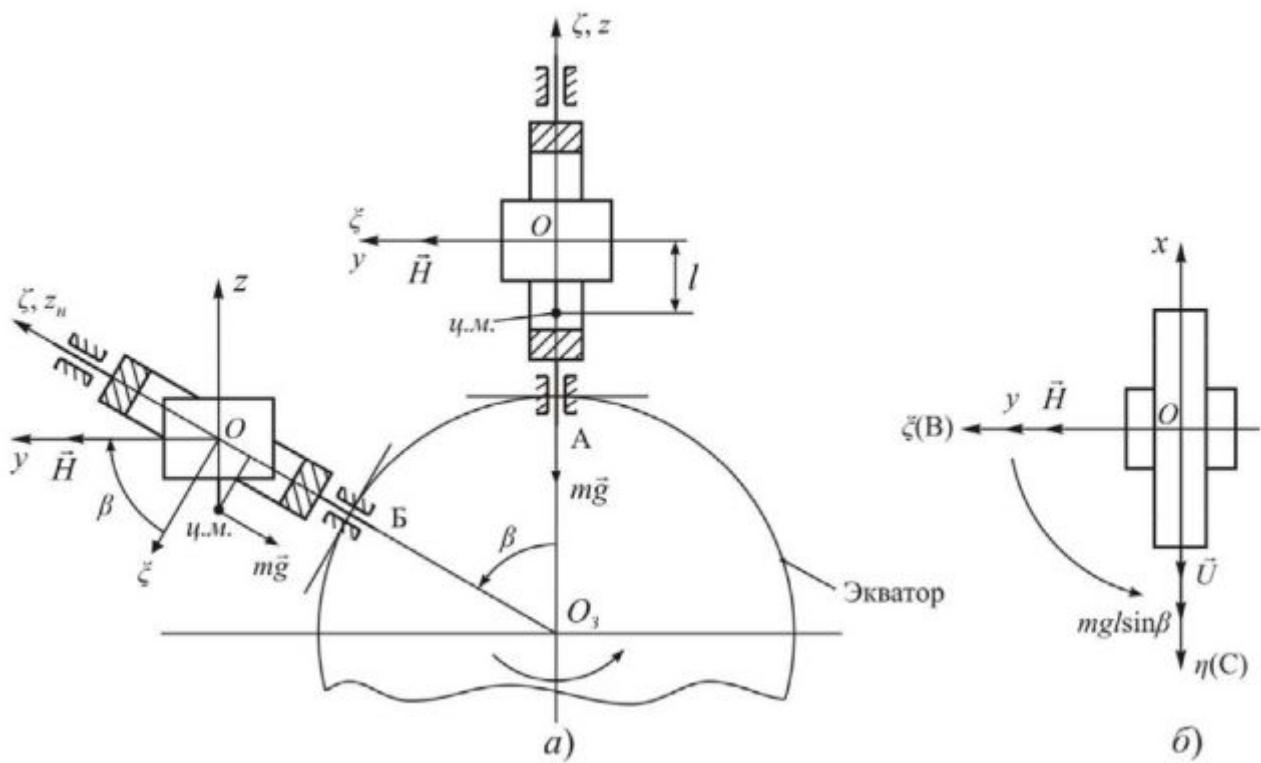


Рис. 3.2. Появление маятникового момента

Рассмотрим подробнее движение гироскопа относительно географической системы координат. Для этого установим гироскоп на Земле в северном полушарии на широте  $\varphi \neq 0$ . Будем полагать, что главная ось горизонтальна и отклонена к востоку на угол  $\alpha_0$  (рис. 3.3). Будем наблюдать с Земли за движением апекса гироскопа на картинной плоскости.

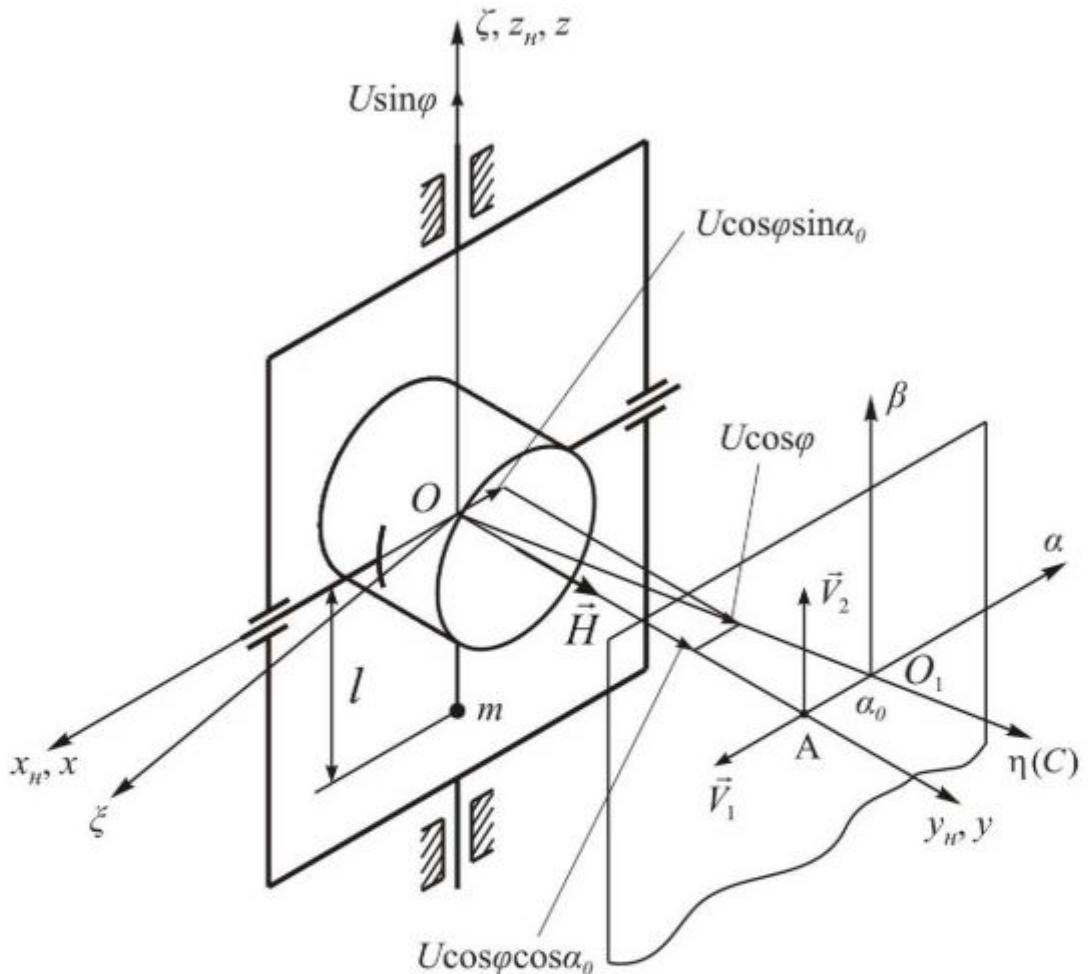


Рис. 3.3. Схема ГК, установленного на Земле на широте  $\varphi$

Так как плоскость меридiana вращается относительно вертикали со скоростью  $U \sin \varphi$ , то наблюдатель, связанный с Землей увидит, что апекс А перемещается с линейной скоростью  $\vec{V}_1$  к востоку.  $V_1 = OA U \sin \varphi$ , но поскольку  $OA$  является радиусом единичной сферы, то  $V_1 = U \sin \varphi$ . Плоскость горизонта вращается со скоростью  $U \cos \varphi$ . Её проекции на ось внутренней рамки и главную ось гироскопа определяются выражениями  $U \cos \varphi \sin \alpha_0$  и  $U \cos \varphi \cos \alpha_0$ . Со скоростью  $U \cos \varphi \sin \alpha_0$  вращается плоскость горизонта относительно оси внутренней рамки. Наблюдатель будет видеть, что апекс гироскопа поднимается над плоскостью горизонта со скоростью  $V_2 = U \cos \varphi \sin \alpha_0$ . Скорости  $V_1$  и  $V_2$  обусловлены угловыми скоростями «видимого», «кажущегося» ухода

гироскопа  $\dot{\alpha}_e = -U \sin \varphi$  и  $\dot{\beta}_e = -U \cos \varphi \sin \alpha_0$ . Прецессия гироскопа отсутствует, так как при горизонтальном положении главной оси момент от маятниковой равен нулю. На рис. 3.4 показана траектория апекса на картины плоскости и его скорости в различных положениях главной оси. Подъем главной оси над плоскостью горизонта на угол  $\beta$  создает маятниковый момент  $mgl \sin \beta$ , который вызывает прецессию гироскопа со скоростью  $\dot{\alpha} = \frac{mgl \sin \beta}{H \cos \beta}$ .



Рис. 3.4. Траектория апекса гироскопа

Линейная скорость апекса  $V_3 = \dot{\alpha}$  направлена в сторону плоскости меридиана и замедляет движение апекса к востоку. С ростом угла  $\beta$  скорость  $V_3$  растет и при угле  $\beta = \beta_u$  (точка  $A_1$ ) сравнивается по величине со скоростью  $V_1$ , которая остается постоянной. Поэтому в точке  $A_1$  главная ось будет отклонена от плоскости меридиана на максимальный угол  $\alpha$ , которому соответствует максимальная скорость  $V_2$ . После точки  $A_1$   $V_3 > V_1$ , поэтому апекс движется к плоскости меридиана и поднимается над плоскостью горизонта. В точке  $A_2$  главная ось будет отклонена на максимальный угол  $\beta$ , скорость  $V_3$  достигнет максимального значения, а  $V_2 = 0$ , так как главная ось находится в плоскости меридиана ( $\alpha = 0$ ). Так как  $V_3 > V_1$  то апекс перейдет в западную половину плоскости горизонта. Скорость  $V_2$  изменит направление на противоположное и угол  $\beta$  начнет уменьшаться. В положении  $A_3$  апекс перемещается со скоростью  $V_1 = U \sin \varphi$ ;  $V_2 = U \cos \varphi \sin \alpha$ ;  $V_3 = \frac{mgl \sin \beta}{H \cos \beta}$ .

В положении  $A_4$   $V_3 = V_1$ ,  $V_2$  – максимальна. Когда главная ось придет в плоскость горизонта (точка  $A_5$ ), то  $\beta = 0$  и поэтому  $V_3 = 0$ . Так как скорости  $V_1$  и  $V_2$  сохраняют прежнее направление, то апекс опустится под плоскость горизонта; момент от маятниковой гироузла изменит направление на противоположное и вызовет прецессию гироскопа в сторону плоскости меридиана, т.е. скорости  $V_1$  и  $V_3$  будут направлены в одну сторону (точка  $A_6$ ). При дальнейшем движении апекс придет в точку А, а дальше все явления периодически повторятся.

Позже, при анализе решений уравнений движения гирокомпаса будет показано, что траекторией апекса является эллипс. Из рис. 3.4 видно, что большая ось эллипса проходит через точки  $A_1$ ,  $A_4$ , а малая ось совпадает с плоскостью меридиана.

Таким образом, апекс гироскопа с пониженным центром масс, будучи отклоненным от плоскости меридиана, совершает около него незатухающие эллиптические колебания. Значит такой гироскоп «чувствует» плоскость меридиана и его можно назвать чувствительным элементом гирокомпаса.

Центр эллипса лежит на пересечении большой и малой осей, на которых выполняются условия:  $V_1 = V_3$  и  $V_2 = 0$ . Из этих условий легко находятся координаты центра эллипса:

$$\operatorname{tg} \beta_q = \frac{H \sin \alpha}{mgl} \approx \beta_q; \quad \alpha_q = 0.$$

В реальных гирокомпасах угол  $\beta$  мал настолько, что  $\cos \beta \approx 1$ ,  $\sin \beta \approx \beta$ . Поэтому в дальнейшем момент от маятниковой будем определять по формуле

$$M_x = mgl\beta.$$

Таким образом, главная ось гироскопа, установленного на Земле, совершает незатухающие колебания относительно оси динамического равновесия, лежащей в плоскости меридиана ( $\alpha_q = 0$ ) и приподнятой над плоскостью горизонта на угол  $\beta_q$ . Угол  $\beta_q$  автоматически устанавливается таким, чтобы скорость прецессии гироскопа в азимуте  $\dot{\alpha} = \frac{mgl\beta_q}{H} = U \sin \varphi$ .

### 3.2. Демпфирование колебаний гирокомпаса

Для того, чтобы гирокомпасом можно было пользоваться, необходимо погасить его колебания. Погашать колебания гирокомпаса за счет увеличения моментов трения в осях подвеса гироскопа нецелесообразно. Моменты трения вызывают погрешность гирокомпаса. Поэтому, для демпфирования колебаний применяются специальные устройства, которые определяют два способа демпфирования: метод горизонтального момента и метод вертикального момента.

При демпфировании колебаний ГК методом горизонтального момента создается горизонтальный момент, который вызывает дополнительную прецессию гироскопа в сторону совмещения главной оси с плоскостью меридиана. Горизонтальный момент создается жидкостным успокоителем, который представляет собой два сообщающихся сосуда укрепленных в верхней

части гироузла с северной и южной сторон. Сосуды примерно до половины наполнены вязкой жидкостью. При колебаниях гироузла в вертикальной плоскости происходит перетекание жидкости из одного сосуда в другой. Диаметр соединительной трубы и вязкость жидкости подбираются такими, чтобы колебания жидкости запаздывали по фазе на четверть периода относительно колебаний самих сосудов (гироузла) при равенстве периодов тех и других колебаний. За счет избытка жидкости в одном из сосудов создается горизонтальный момент, который вызывает дополнительную прецессию всегда направленную к плоскости меридиана. Апекс гирокомпаса по эллиптической спирали приходит в положение равновесия, которое совпадает с плоскостью меридиана ( $\alpha_u = 0$ ) и приподнято над плоскостью горизонта на угол  $\beta_u$ . Погашение колебаний этим методом применяется в двухроторных гирокомпасах.

Сущность метода вертикального момента заключается в таком подвесе маятника к гироузлу, при котором маятник прикладывает к гирокомпасу момент не только вокруг горизонтальной, но и вокруг вертикальной осей подвеса [6]. Это достигается тем, что серповидный маятник 1 (рис. 3.5) укрепляют на горизонтальной оси независимо от гироузла 4 и соединяют с гироузлом с помощью штифта 3. Штифт жестко связан с гироузлом и с малым зазором входит в отверстие 2 серповидного маятника. Ось штифта в плоскости  $xOz$  отклонена от вертикали к востоку на малый угол  $\varepsilon = 1 \dots 2^\circ$ .

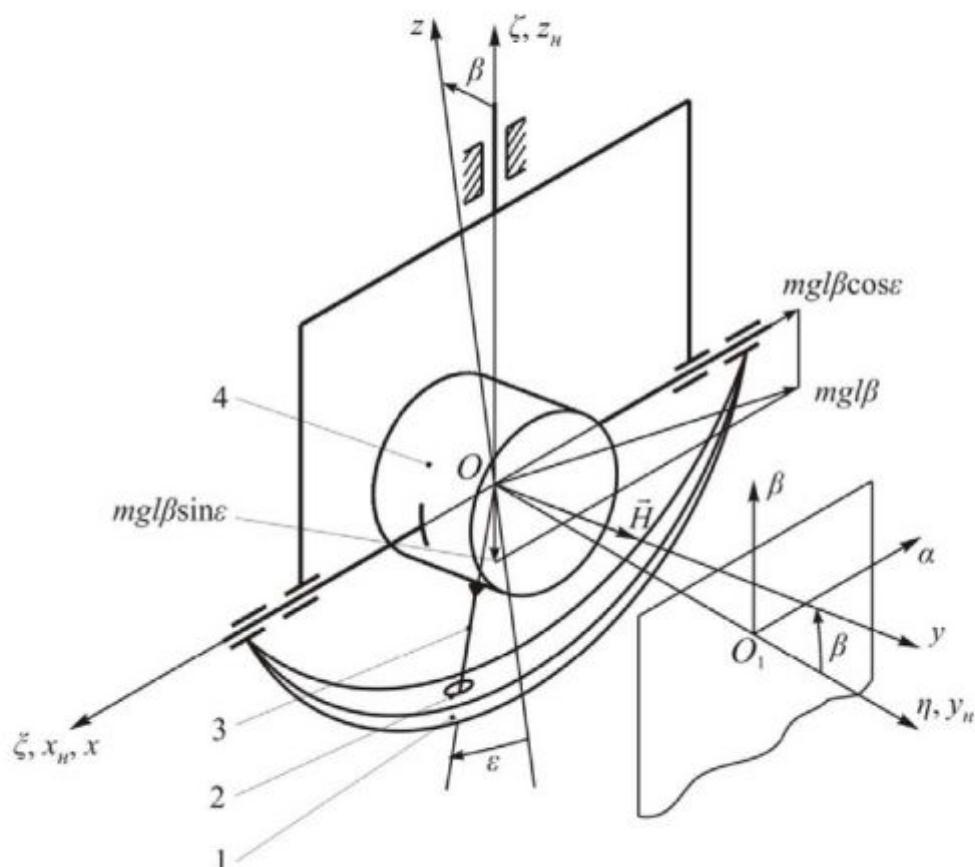


Рис. 3.5. Схема ГК с эксцентричным подвесом маятника:  
1 – серповидный маятник; 2 – отверстие; 3 – штифт; 4 – гироузел

При отклонении главной оси гироскопа на угол  $\beta$  со стороны маятника к гироскопу прикладывается момент  $mgl\beta$ , направленный по оси, перпендикулярной оси штифта. Этот момент можно разложить на составляющие: горизонтальную  $M_x = -mgl\beta \cos \varepsilon \approx -mgl\beta$  и вертикальную  $M_g = -mgl\beta \sin \varepsilon \approx -mgl\varepsilon\beta = -D\beta$ , где  $D = mgl\varepsilon$ . Вертикальная составляющая маятникового момента обеспечивает погашение колебаний ГК.

Рассмотрим движение апекса гироскопа на картинной плоскости. Пусть главная ось гироскопа располагается в плоскости горизонта и отклонена к востоку на угол  $\alpha_0$  (рис. 3.6, точка A).

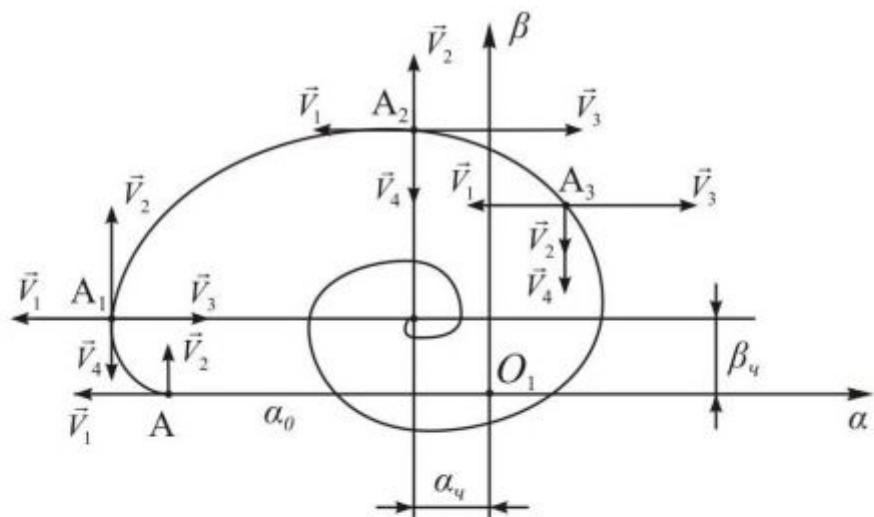


Рис. 3.6. Траектория апекса гироскопа при эксцентричном креплении маятника

Из-за вращения плоскости меридиана и плоскости горизонта апекс отклоняется к востоку со скоростью  $V_1 = U \sin \varphi$  и приподнимается над плоскостью горизонта со скоростью  $V_2 = U \cos \varphi \sin \alpha_0$ . Так как угол  $\beta > 0$ , то появляются горизонтальный и вертикальный маятниковые моменты, которые вызывают прецессию гироскопа, а следовательно, и движение апекса к плоскости меридиана и к плоскости горизонта со скоростями  $V_3 = \frac{mgl}{H} \beta$  и  $V_4 = \frac{D}{H} \beta$ . В точке A<sub>1</sub> скорость  $V_3 = V_1$ ; апекс удален от плоскости меридиана на максимальный угол  $\alpha$ ; скорость  $V_2 = U \cos \varphi \sin \alpha_{\max}$  – максимальна. В точке A<sub>2</sub> апекс отклонен от плоскости горизонта на максимальный угол  $\beta$ , так как в этот момент  $V_2 = V_4$ . Скорость  $V_3 = \frac{mgl}{H} \beta_{\max}$  – максимальна. В точке A<sub>3</sub> скорость  $V_2$  направлена в противоположную сторону, так как угол  $\alpha$  стал положительным. После окончания переходного процесса апекс окажется в положении равновесия, в котором выполняются условия

$$V_1 = V_3 \text{ и } V_2 = V_4 \text{ или}$$

$$U \sin \varphi = \frac{mgl}{H} \beta_q \text{ и } U \cos \varphi \sin \alpha_q = \frac{D}{H} \beta_q.$$

Из этих формул находим координаты равновесного положения главной оси ГК

$$\beta_q = \frac{H \sin \varphi}{mgl} \approx \beta_q; \alpha_q = \operatorname{atg} \varphi.$$

Таким образом, демпфирование колебаний методом вертикального момента приводит к возникновению методической погрешности, которую часто называют широтной. В высоких широтах эта погрешность принимает недопустимо большие значения.

### 3.3. Уравнения движения гирокомпаса

Составим методом кинетостатики прецессионные уравнения движения ГК, колебания которого демпфируются методом вертикального момента. Будем полагать, что ГК установлен на корабле, который перемещается с переменной скоростью  $V$  и постоянным курсом  $\psi$ . Учтем в осях подвеса гироскопа возмущающие моменты.

На рис. 3.7 показаны следующие системы координат:

$O\xi\eta\zeta$  – географическая система координат (базовая);

$Ox_hy_hz_h$  – система координат связанная с наружной рамкой;

$Oxyz$  – система координат связанная с гироузлом.

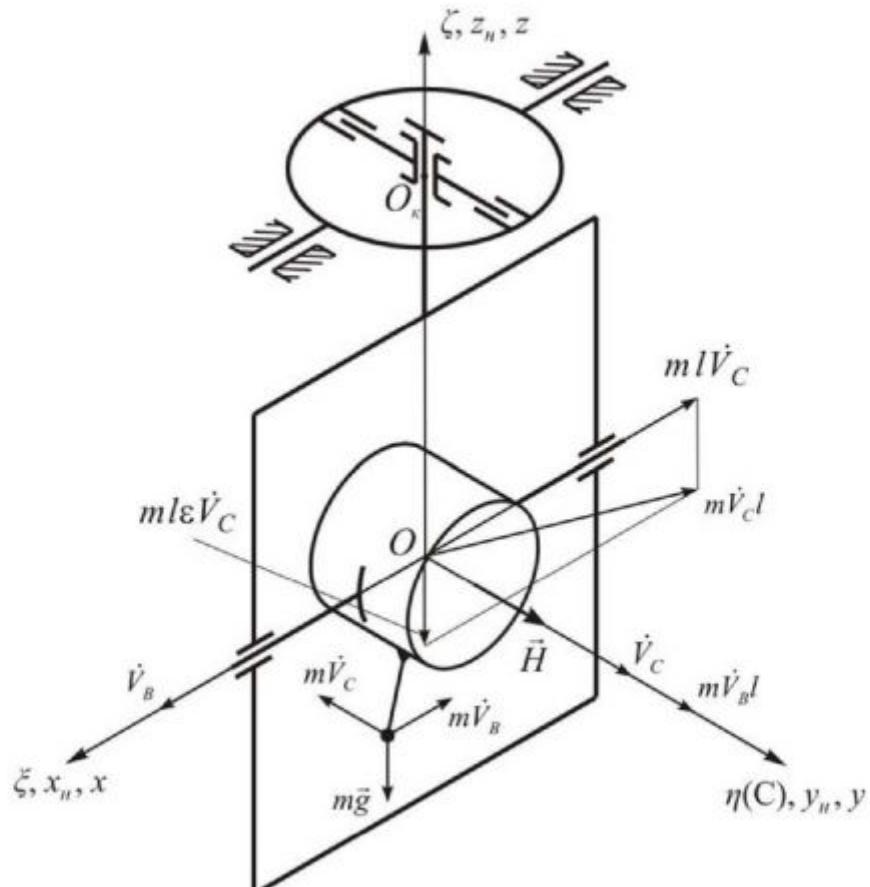


Рис. 3.7. Схема ГК с дополнительным кардановым подвесом

На рис. 3.8 выбранные системы координат показаны в рассогласованном положении введением параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , определяющих положение главной оси гироскопа. Угол  $\alpha$  – поворот наружной рамки,  $\beta$  – поворот гироузла.

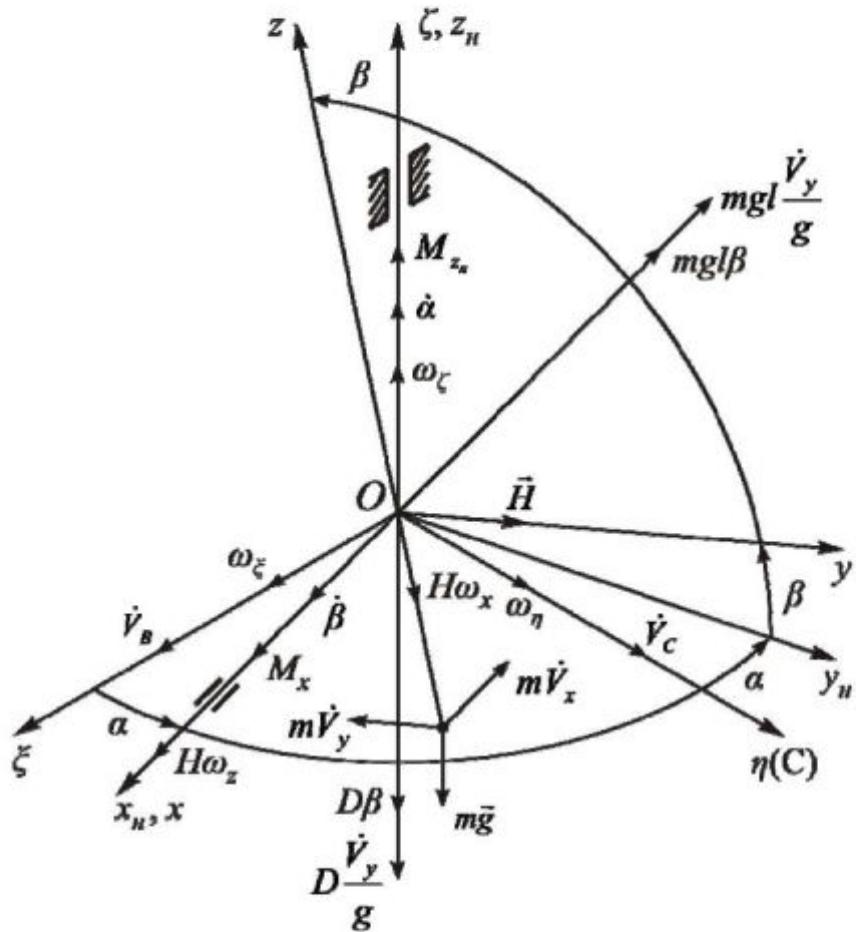


Рис. 3.8. Кинематический чертёж

Скорость вращения базовой системы координат задана её проекциями:

$$\omega_\xi = -\frac{V_c}{R}; \quad \omega_\eta = U \cos \varphi + \frac{V_b}{R}; \quad \omega_\zeta = U \sin \varphi + \frac{V_b}{R} \operatorname{tg} \varphi. \quad (3.1)$$

Проекции абсолютной угловой скорости на оси  $Ox$  и  $Oz$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\beta} + \omega_\xi \cos \alpha + \omega_\eta \sin \alpha; \\ \omega_z &= (\dot{\alpha} + \omega_\zeta) \cos \beta - \omega_\eta \cos \alpha \sin \beta + \omega_\xi \sin \alpha \sin \beta. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В рамках теории малых колебаний принимаем  $\sin \alpha \approx \alpha$ ;  $\cos \alpha \approx 1$ ;  $\sin \beta \approx \beta$ ;  $\cos \beta \approx 1$  и, опуская слагаемые второго порядка малости, запишем выражения (3.2) в виде:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\beta} + \omega_\xi + \omega_\eta \alpha; \\ \omega_z &= \dot{\alpha} + \omega_\zeta - \omega_\eta \beta. \end{aligned} \quad (3.3)$$

На рис. 3.7 и 3.8 показаны гироскопические моменты  $H\omega_x$  и  $H\omega_z$ ; моменты от силы тяжести  $mg l \beta$  и  $D\beta$  ( $\varepsilon \neq 0$ ); моменты сил инерции от ускоренного

движения центра масс корабля  $ml\dot{V}_y = mgl \frac{\dot{V}_y}{g}$  и  $ml\varepsilon\dot{V}_y = D \frac{\dot{V}_y}{g}$ ; возмущающие моменты по осям подвеса гироскопа  $M_x$  и  $M_{z_u}$ .

Проекции ускорения точки подвеса ГК на оси  $Oy$  и  $Ox$  определяются выражениями

$$\begin{aligned}\dot{V}_y &= \dot{V}_C \cos \alpha \cos \beta - \dot{V}_B \sin \alpha \cos \beta \approx \dot{V}_C; \\ \dot{V}_x &= \dot{V}_B \cos \alpha + \dot{V}_C \sin \alpha \approx \dot{V}_B,\end{aligned}\quad (3.4)$$

где  $\dot{V}_C$  и  $\dot{V}_B$  – проекции ускорения точки подвеса ГК на северное и восточное направления.

С учётом выражений (3.4) моменты сил инерции, приложенные к осям ГК, будут иметь вид

$$\begin{aligned}M_x^u &\approx -mgl \frac{\dot{V}_C}{g}; \\ M_y^u &\approx mgl \frac{\dot{V}_B}{g}.\end{aligned}\quad (3.5)$$

Под действием момента  $M_y^u$  ось наружной рамки ГК устанавливается по кажущейся вертикал, которая будет отклонена от истинной на угол  $\theta_k = \arctg\left(\frac{\dot{V}_B}{g}\right)$ . Сила инерции  $m\dot{V}_B$  совместно с силой инерции  $m\dot{V}_C$  оказывают существенное влияние на движение ГК в условиях качки корабля, что приводит, в конечном счете, к погрешности гирокомпаса. Вопрос погрешности ГК при качке корабля требует отдельного рассмотрения.

Приравняем к нулю сумму проекций указанных моментов по оси наружной и внутренней рамок. В результате получим

$$\begin{aligned}-H\omega_x - D\beta - D \frac{\dot{V}_C}{g} + M_{z_H} &= 0; \\ H\omega_z - mgl\beta - mgl \frac{\dot{V}_C}{g} + M_x &= 0.\end{aligned}\quad (3.6)$$

Разделив уравнения на  $H$  приведем их к виду:

$$\begin{aligned}\dot{\beta} + \omega_\xi + \omega_\eta \alpha + 2h\beta + 2h \frac{\dot{V}_C}{g} - m_{z_H} &= 0; \\ \dot{\alpha} + \omega_\xi - (\lambda + \omega_\eta)\beta - \lambda \frac{\dot{V}_C}{g} + m_x &= 0,\end{aligned}\quad (3.7)$$

где  $2h = \frac{D}{H}$ ;  $\lambda = \frac{mgl}{H}$ ;  $m_x = \frac{M_x}{H}$ ;  $m_{z_H} = \frac{M_{z_H}}{H}$ .

Полученная математическая модель описывает движение главной оси чувствительного элемента гирокомпаса относительно плоскости истинного

меридиана и истинного горизонта при ускоренном движении центра масс корабля.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Гирокомпас установлен на Земле, на широте  $\varphi$ ; эксцентриситет  $\varepsilon = 0$ ;  $M_x = M_{\zeta\eta} = 0$ . В этом случае  $\omega_\xi = 0$ ;  $\omega_\eta = U_\eta = U \cos \varphi$ ;  $\omega_\zeta = U_\zeta = U \sin \varphi$ ;  $2h = 0$ .

Движение главной оси ГК описывается уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{\beta} + U_\eta \alpha &= 0; \\ \dot{\alpha} - (\lambda + U_\eta) \beta &= -U_\zeta.\end{aligned}\tag{3.8}$$

Приведем систему уравнений (3.8) к одному уравнению с переменной  $\alpha$ . Для этого из второго уравнения находим

$$\beta = \frac{\dot{\alpha}}{\lambda + U_\eta} + \frac{U_\zeta}{\lambda + U_\eta} \text{ и } \dot{\beta} = \frac{\ddot{\alpha}}{\lambda + U_\eta}.$$

Подставив  $\dot{\beta}$  в первое уравнение системы (3.8) получим:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0,\tag{3.9}$$

где

$$\omega_0 = \sqrt{U_\eta(\lambda + U_\eta)}.\tag{3.10}$$

Общее решение однородного уравнения (3.9) может быть представлено в виде

$$\alpha = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t.\tag{3.11}$$

Постоянные интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  будем находить при следующих начальных условиях:  $t = 0$ ;  $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\dot{\alpha}(0) = 0$ .

Подставив в выражение (3.11) значения  $t = 0$  и  $\alpha = \alpha_0$ , найдем, что  $C_1 = \alpha_0$ . Подставив в выражение  $\dot{\alpha} = -C_1 \omega_0 \sin \omega_0 t + C_2 \omega_0 \cos \omega_0 t$  значения  $t = 0$  и  $\dot{\alpha} = 0$ , получим  $C_2 = 0$ .

Таким образом, закон движения главной оси ГК по отношению к плоскости меридиана описывается выражением

$$\alpha = \alpha_0 \cos \omega_0 t.\tag{3.12}$$

Подставив значение  $\dot{\alpha} = -\alpha_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$  во второе уравнение системы (3.8), найдем закон движения главной оси ГК относительно плоскости горизонта:

$$\beta = -\beta_a \sin \omega_0 t + \beta_u,\tag{3.13}$$

$$\text{где } \beta_a = \frac{\alpha_0 \omega_0}{\lambda + U_\eta}; \quad \beta_u = \frac{U_\zeta}{\lambda + U_\eta}.$$

Таким образом, по углу  $\alpha$  и по углу  $\beta$  главная ось ГК совершает незатухающие колебания с частотой  $\omega_0$ . Колебания сдвинуты по фазе на угол  $\frac{\pi}{2}$ .

Для нахождения траектории апекса гирокомпаса исключим параметр  $t$  из выражений (3.12) и (3.13). Представим эти выражения в виде

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \cos \omega_0 t; \quad \frac{\beta - \beta_u}{\beta_a} = -\sin \omega_0 t,$$

а затем, возведя в квадрат левую и правую части и почленно суммируя, найдем

$$\left( \frac{\alpha}{\alpha_0} \right)^2 + \left( \frac{\beta - \beta_u}{\beta_a} \right)^2 = 1. \quad (3.14)$$

Полученное уравнение показывает, что траекторией апекса является эллипс с полуосами: большой  $\alpha_0$  и малой  $\beta_a$ . Центр эллипса определяется координатами:  $\alpha = 0$ ;  $\beta = \beta_u$ . Сжатие эллипса определяется отношением:

$$\chi = \frac{\beta_a}{\alpha_0} = \frac{\omega_0}{\lambda + U_\eta}. \quad (3.15)$$

Период собственных незатухающих колебаний ГК определяется по формуле

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{U_\eta(\lambda + U_\eta)}}. \quad (3.16)$$

В реальных ГК параметр  $\lambda \gg U_\eta$ . Если пренебречь  $U_\eta$  по сравнению с  $\lambda$ , то выражения, определяющие параметры движения главной оси ГК, примут более простой вид:

$$\omega_0 = \sqrt{U_\eta(\lambda + U_\eta)} \approx \sqrt{\frac{mglU \cos \varphi}{H}}; \quad (3.17)$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \approx 2\pi \sqrt{\frac{H}{mglU \cos \varphi}}; \quad (3.18)$$

$$\beta_u = \frac{U_\eta}{\lambda + U_\eta} \approx \frac{HU \sin \varphi}{mgl}; \quad (3.19)$$

$$\beta_a = \frac{\alpha_0 \omega_0}{\lambda + U_\eta} \approx \alpha_0 \sqrt{\frac{HU \cos \varphi}{mgl}}; \quad (3.20)$$

$$\chi = \frac{\beta_a}{\alpha_0} = \sqrt{\frac{HU \cos \varphi}{mgl}}. \quad (3.21)$$

Из выражения (3.18) следует, что период колебаний ГК зависит от широты места.

При  $\varphi \rightarrow 90^\circ$   $T_0 \rightarrow \infty$ , что свидетельствует о неработоспособности ГК в окрестности полюса.

Пример. Для гирокомпаса «Курс-4» с параметрами  $H = 15,55 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ ;  $mgl = 0,657 \text{ Н} \cdot \text{м}$  определить  $T_0$ ,  $\beta_u$  и  $\chi$  на широте  $\varphi = 60^\circ$ .

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{15,55}{0,657 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5}} = 84,4 \text{ мин};$$

$$\beta_u = \frac{15,55 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,866 \cdot 57,3 \cdot 60}{0,657} = 6,2';$$

$$\chi = \sqrt{\frac{15,55 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5}{0,657}} \approx 0,03.$$

Из примеров видно, что эллипс сильно сжат по координате  $\beta$ . Ось динамического равновесия главной оси (центр эллипса) приподнят над плоскостью горизонта на небольшой угол.

2. Гироскоп установлен на Земле на широте  $\varphi$ , демпфирующее устройство включено ( $\varepsilon \neq 0$ ), в осях подвеса гироскопа присутствуют постоянные возмущающие моменты.

Математическая модель, описывающая поведение ГК в этих условиях, получается из системы уравнений (3.7), если в них положить  $\omega_\xi = 0$ ;

$\omega_\eta = U_\eta = U \cos \varphi$ ;  $\omega_\zeta = U_\zeta = U \sin \varphi$ ;  $V = 0$ ;  $\dot{V}_C = \dot{V}_B = 0$  и имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{\beta} + U_\eta \alpha + 2h\beta - m_{zh} &= 0; \\ \dot{\alpha} + U_\zeta - (\lambda + U_\eta)\beta + m_x &= 0.\end{aligned}\tag{3.22}$$

Из второго уравнения находим:

$$\beta = \frac{1}{\lambda + U_\eta} (\dot{\alpha} + U_\zeta + m_x). \tag{3.23}$$

После дифференцирования равенства (3.23) подставим его в первое уравнение системы (3.22), получим

$$\ddot{\alpha} + 2h\dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = -2hU_\zeta - 2hm_x + (\lambda + U_\eta)m_{zh}, \tag{3.24}$$

$$\text{где } \omega_0 = \sqrt{\omega_\eta(\lambda + \omega_\eta)}, T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\left(U \cos \varphi + \frac{V_B}{R}\right) \left(\lambda + U \cos \varphi + \frac{V_B}{R}\right)}}.$$

Решение уравнения (3.24) определяется выражением:

$$\alpha = e^{-ht} (C_1 \cos \omega_d t + C_2 \sin \omega_d t) + \alpha_u, \tag{3.25}$$

где  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$  – частота демпфированных колебаний ГК;  $\alpha_u$  – частное решение уравнения (3.24)

$$\alpha_u = -\frac{2hU_\zeta}{\omega_0^2} - \frac{2hm_x}{\omega_0^2} + \frac{(\lambda + U_\eta)m_{zh}}{\omega_0^2}. \tag{3.26}$$

Постоянные интегрирования найдем, используя начальные условия:  $t = 0$ ;  $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\dot{\alpha}(0) = 0$ . После подстановки начальных условий в выражение (3.25) и производную  $\dot{\alpha}$ , получим

$$\alpha_0 = C_1 + \alpha_u; \quad 0 = -hC_1 + C_2 \omega_d.$$

Отсюда

$$C_1 = \alpha_0 - \alpha_u; \quad C_2 = \frac{h}{\omega_d} (\alpha_0 - \alpha_u).$$

После подстановки  $C_1$  и  $C_2$  в выражение (3.25) оно принимает вид

$$\alpha = \frac{(\alpha_0 - \alpha_u)}{\omega_d} e^{-ht} (\omega_d \cos \omega_d t + h \sin \omega_d t) + \alpha_u.$$

Если ввести угол  $\chi$  с помощью равенств

$$\begin{aligned} h &= \omega_0 \sin \chi; \\ \omega_d &= \omega_0 \cos \chi; \\ \chi &= \operatorname{arctg} \frac{h}{\omega_d}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

то закон изменения угла  $\alpha$  примет вид

$$\alpha = \frac{(\alpha_0 - \alpha_u) \omega_0}{\omega_d} e^{-ht} \cos(\omega_d t - \chi) + \alpha_u. \quad (3.28)$$

Найдем закон изменения угла  $\beta$ . Для этого вначале найдем производную  $\dot{\alpha}$  и с учетом равенств (3.27) приведем её к виду

$$\dot{\alpha} = -\frac{(\alpha_0 - \alpha_u) \omega_0^2}{\omega_d} e^{-ht} \sin \omega_d t. \quad (3.29)$$

Подставив  $\dot{\alpha}$  в выражение (3.23), получим

$$\beta = -\frac{(\alpha_0 - \alpha_u) \omega_0^2}{(\lambda + U_\eta) \omega_d} e^{-ht} \sin \omega_d t + \frac{U_\zeta}{\lambda + U_\eta} + \frac{m_x}{\lambda + U_\eta}. \quad (3.30)$$

Выражения (3.28) и (3.30) характеризуют движение главной оси гирокомпаса относительно плоскости меридиана и плоскости горизонта. По углам  $\alpha$  и  $\beta$  колебания являются затухающими. Затухание колебаний происходит по экспоненциальному закону (рис. 3.9). Сдвиг по фазе между колебаниями по углам  $\alpha$  и  $\beta$  не равен  $\frac{\pi}{2}$ , как это было при незатухающих колебаниях.

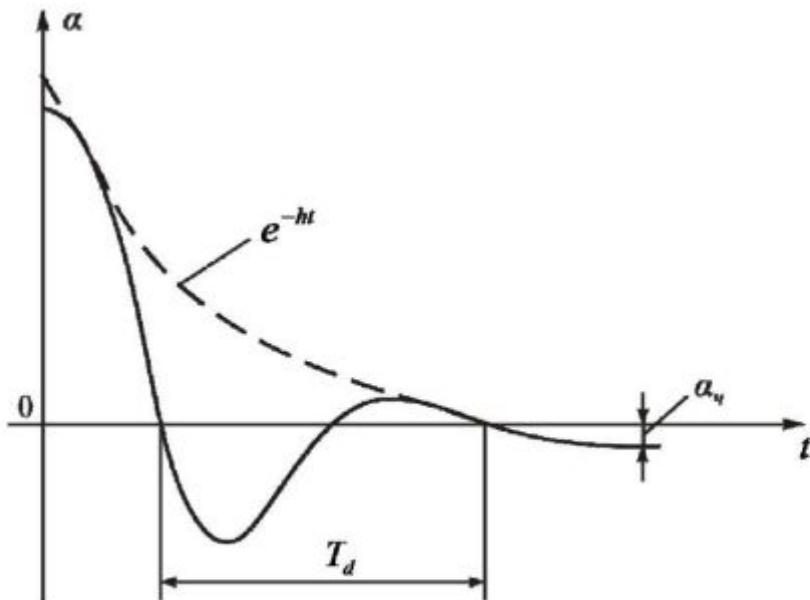


Рис. 3.9. Кривая затухающих колебаний ГК в азимуте

Кривая (см. рис. 3.9) является единственным средством диагностики состояния ГК как навигационного прибора [8].

Из выражения (3.28) видно, что в положении равновесия главная ось гироскопа будет отклонена от плоскости меридiana на угол  $\alpha_u$ . Этот угол определяет погрешности гирокомпаса.

Выражение (3.26) приводится к виду

$$\alpha_u = -\varepsilon \operatorname{tg} \varphi - \varepsilon \frac{M_x}{H U_\eta} + \frac{M_{zh}}{H U_\eta}. \quad (3.31)$$

Первое слагаемое в этом выражении является *методической погрешностью*, связанной с демпфирующим устройством. Эта погрешность сильно возрастает в районе высоких широт и часто называется широтной погрешностью.

$$\alpha_u = -\varepsilon \operatorname{tg} \varphi. \quad (3.32)$$

Второе слагаемое представляет погрешность, обусловленную возмущающими моментами в осях подвеса гироскопа.

$$\alpha_M \approx -\varepsilon \frac{M_x}{H U_\eta} + \frac{M_{zh}}{H U_\eta}. \quad (3.33)$$

Эта погрешность является *инструментальной*. Видно, что моменты по оси наружной рамки вызывают большую погрешность, чем моменты по оси внутренней рамки, так как эксцентриситет  $\varepsilon$  является малой величиной. Поэтому в конструкциях гирокомпасов предусмотрены подвесы гироскопа с малыми возмущающими моментами, особенно по вертикальной оси (оси наружной рамки).

3. Гирокомпас установлен на корабле. Пусть корабль перемещается с постоянной скоростью  $V$  и постоянным курсом  $\psi$ . Уравнения движения ГК для этого случая записываются в виде

$$\begin{aligned} \dot{\beta} + \omega_\xi + \omega_\eta \alpha + 2h\beta - m_{zh} &= 0; \\ \dot{\alpha} + \omega_\xi - (\lambda + \omega_\eta)\beta + m_x &= 0, \end{aligned} \quad (3.34)$$

где  $\omega_\xi$ ,  $\omega_\eta$ ,  $m_x$  определяются выражениями (3.1).

Будем полагать также моменты  $M_{zh}$ ,  $M_x$  и широту  $\varphi$  квазипостоянными. Из второго уравнения системы (3.34) находим

$$\beta = \frac{1}{\lambda + \omega_\eta} (\dot{\alpha} + \omega_\xi + m_x).$$

Продифференцировав это выражение и подставив в первое уравнение системы (3.34), получим

$$\ddot{\alpha} + 2h\dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = -2h\omega_\xi - 2hm_x - (\lambda + \omega_\eta)\omega_\xi + (\lambda + \omega_\eta)m_{zh}, \quad (3.35)$$

$$\text{где } \omega_0 = \sqrt{\omega_\eta(\lambda + \omega_\eta)}. \quad (3.36)$$

Решение уравнения (3.35) имеет вид

$$\alpha = e^{-ht} (C_1 \cos \omega_d t + C_2 \sin \omega_d t) + \alpha_u, \quad (3.37)$$

$$\text{где } \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}; \alpha_u = -\frac{2h\omega_\xi}{\omega_0^2} - \frac{(\lambda + \omega_\eta)\omega_\xi}{\omega_0^2} - \frac{2hm_x}{\omega_0^2} + \frac{(\lambda + \omega_\eta)m_{zn}}{\omega_0^2}. \quad (3.38)$$

Выражение (3.37) показывает, что главная ось ГК совершает затухающие колебания относительно равновесного положения, определяемого частным решением  $\alpha_u$ . После окончания переходного процесса главная ось будет отклонена от плоскости меридиана на угол  $\alpha = \alpha_u$ . Так как в гирокомпасах параметр  $\lambda \gg \omega_\eta$ , то пологая  $\omega_0 \approx \sqrt{\omega_\eta \lambda}$  запишем выражение для погрешности гирокомпаса в виде

$$\alpha_u = -\varepsilon \operatorname{tg} \varphi - \frac{V_C}{R\omega_\eta} - \varepsilon \frac{M_x}{HU_\eta} + \frac{M_{zn}}{HU_\eta}. \quad (3.39)$$

Из сравнения движения ГК, установленного на Земле, с поведением ГК, установленного на корабле видно, что частота собственных колебаний гирокомпаса

$$\omega_0 = \sqrt{\left( U \cos \varphi + \frac{V_B}{R} \right) \left( \frac{mgl}{H} + U \cos \varphi + \frac{V_B}{R} \right)}$$

теперь зависит не только от широты  $\varphi$ , но и от скорости  $V$  и курса  $\psi$  корабля.

Следовательно, период колебаний ГК

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

также зависит от этих величин. При движении корабля погрешность от возмущающих моментов по осям подвеса определяется выражением

$$\alpha_M \approx -\varepsilon \frac{M_x}{H \left( U \cos \varphi + \frac{V_B}{R} \right)} + \frac{M_{zn}}{H \left( U \cos \varphi + \frac{V_B}{R} \right)}.$$

Появляется методическая погрешность, зависящая от широты, скорости и курса корабля, которая называется скоростной. Скоростная погрешность характеризуется зависимостью

$$\alpha_V = \frac{V_C}{R\omega_\eta} = \frac{V \cos \psi}{RU \cos \varphi + V \sin \psi}. \quad (3.40)$$

В формуле (3.40) величина  $RU$  – линейная скорость точки земной поверхности, лежащей на экваторе и вращающейся вместе с Землёй. Численно эта скорость составляет примерно 900 узлов (один узел равен одной морской мили в час; 1 миля = 1825 м).

Для традиционных морских судов в умеренных широтах выполняется неравенство  $RU > V \sin \psi$ , что дает возможность вычислить скоростную погрешность по формуле

$$\alpha_V \approx \frac{V \cos \psi}{RU \cos \varphi}. \quad (3.41)$$

Рассмотрим физическую сущность скоростной погрешности. Как было показано ранее, главная ось ГК, установленного на Земле при  $\varepsilon = 0$  совершает

незатухающие колебания относительно полуденной линии (ось  $O\eta$ ). Направление на север, с которым совпадает горизонтальная составляющая угловой скорости Земли, является осью динамического равновесия главной оси ГК (рис. 3.10 $a$ )). В это положение главная ось устанавливается после затухания колебаний. Гироскоп с пониженным центром масс приобретает свойство избирательности, свойство устанавливать главную ось по вектору горизонтальной составляющей угловой скорости географического трехгранника  $O\xi\eta\zeta$ .

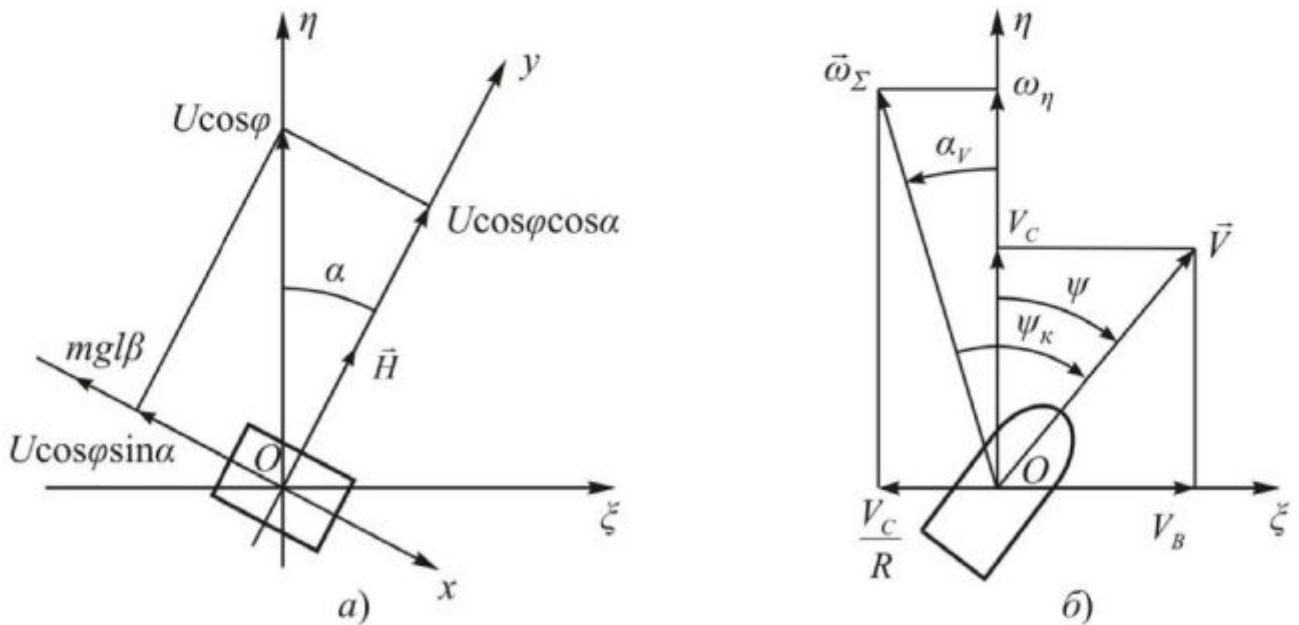


Рис. 3.10. Положение оси динамического равновесия ГК:  
а) на Земле; б) на корабле

При движении корабля с постоянной скоростью  $V$  и постоянным курсом  $\psi$  главная ось гироскопа в положении динамического равновесия будет также указывать направление вектора горизонтальной составляющей скорости поворота трехгранника  $O\xi\eta\zeta$ . Однако, если на Земле горизонтальная составляющая угловой скорости Земли  $U \cos \varphi$  направлена вдоль оси  $O\eta$ , совпадающей с северным направлением полуденной линии, то при движении корабля горизонтальная составляющая угловой скорости системы координат  $O\xi\eta\zeta$  определяется вектором  $\vec{\omega}_\Sigma$  (рис. 3.10 $b$ ). Вектор  $\vec{\omega}_\Sigma$  является положением динамического равновесия главной оси гироскопа при установке ГК на корабле. Из рис. 3.10 $b$ ) видно, что положение оси динамического равновесия ГК отклонено от направления на север на угол  $\alpha_V$

$$\operatorname{tg} \alpha_V = \frac{V_C}{R \omega_\eta} = \frac{V \cos \psi}{R U \cos \varphi + V \sin \psi}. \quad (3.42)$$

Если учесть, что рассматриваются малые колебания ГК, то можно считать, что  $\operatorname{tg} \alpha_V \approx \alpha_V$ . В области низких и средних широт скоростная погрешность невелика,

однако в высоких широтах и при большой скорости объекта она может достигать больших значений. Возможен случай, когда

$$RU \cos \varphi + V \sin \psi = 0. \quad (3.43)$$

При  $\psi = 270^\circ$   $\sin \psi = -1$  (объект движется на запад) условие (3.43) выполняется при наименьших значениях скорости  $V$  и широты  $\varphi$ , называемых *критическими*. Численные значения критических широт и скоростей [6]:

$\varphi, \text{град}$	60	70	75	80	85	87	89	90
$V, \text{узлы}$	451	308	234	156	79	47	31	0

При критических величинах  $\varphi$  и  $V$  ГК неработоспособен. В этом случае горизонтальная составляющая угловой скорости системы координат  $O\xi\eta\zeta$  равна нулю. ГК теряет свойство избирательности.

В районе полюса ГК неработоспособен на неподвижном относительно Земли основании. При  $\varphi \rightarrow 90^\circ$  широтная погрешность  $\alpha_w \rightarrow \infty$ , период собственных колебаний  $T_0 \rightarrow \infty$ . С ростом скорости корабля зона неработоспособности расширяется на большую область высоких широт. По этой причине ГК не используют на высокоскоростных объектах.

Выразим скоростную погрешность через компасный курс (см. рис. 3.10б). Компасный курс  $\psi_k = \psi + \alpha_V$ . Представим выражение (3.42) в виде

$$\frac{\sin \alpha_V}{\cos \alpha_V} = \frac{V \cos \psi}{RU \cos \varphi + V \sin \psi}. \quad (3.44)$$

Отсюда

$$\sin \alpha_V \approx \alpha_V = \frac{V(\cos \psi \cos \alpha_V - \sin \psi \sin \alpha_V)}{RU \cos \varphi}$$

или

$$\alpha_V = \frac{V \cos \psi_k}{RU \cos \varphi}. \quad (3.45)$$

По этой формуле, используя показания гирокомпаса, вычисляется скоростная погрешность и определяется истинный курс корабля. Это осуществляется с помощью специального устройства называемого корректором скоростной ошибки.

### 3.4. Инерционные погрешности гирокомпаса

Ранее было показано (см. рис. 3.7), что северная составляющая ускорения корабля приводит к появлению горизонтального  $mgl \frac{\dot{V}_C}{g}$  и вертикального  $D \frac{\dot{V}_C}{g}$  моментов сил инерции, которые вызывают инерционную прецессию гироскопа со скоростями

$$\dot{\alpha}_w = \frac{mgl}{H} \frac{\dot{V}_C}{g}; \quad (3.46)$$

$$\dot{\beta}_{\text{ин}} = \frac{D \dot{V}_C}{H g}, \quad (3.47)$$

Горизонтальный момент силы инерции приводит к возникновению погрешности ГК, которую называют инерционной (баллистической) погрешностью первого рода. Вертикальный момент силы инерции приводит к появлению погрешности ГК, которую называют инерционной (баллистической) погрешностью ГК второго рода. Она характеризует влияние ускорения корабля на ГК через демпфирующее устройство.

Рассмотрим физическую сущность инерционной погрешности первого рода. Пусть корабль движется с постоянной скоростью  $V_0$  и постоянным курсом  $\psi$  (рис. 3.11). Главная ось гирокомпаса находится в равновесном положении, определяемом координатами  $\alpha = \alpha_{V_0}$  и  $\beta = \beta_u$  (рис. 3.12). Скоростная погрешность ГК определяется выражением

$$\alpha_{V_0} = \frac{V_{0y}}{RU \cos \varphi}, \quad (3.48)$$

где  $V_{0y} = V_0 \cos \psi$  – проекция скорости  $V_0$  на гирокомпасный меридиан  $OM_0$ .

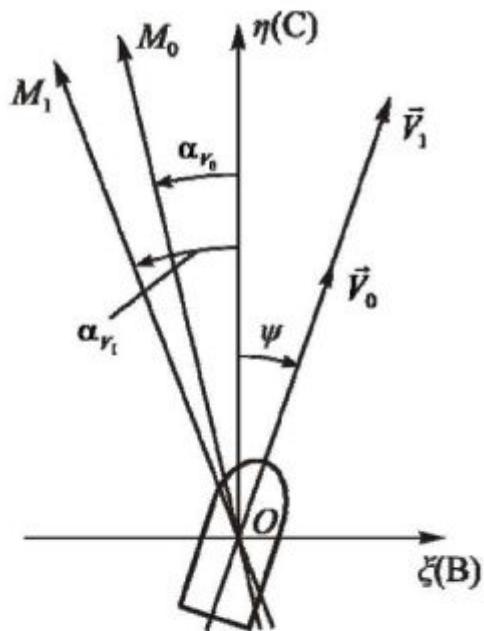


Рис. 3.11. Равновесные положения ГК

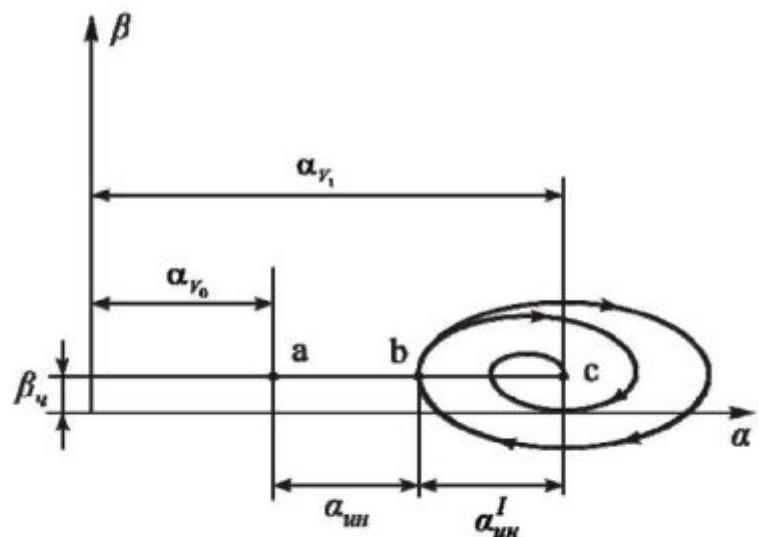


Рис. 3.12. Инерционная погрешность первого рода

Пусть с момента времени  $t_0$  при выключенном демпфере корабль увеличивает скорость, перемещаясь с постоянным ускорением, до величины  $V_1$  в момент времени  $t_1$ , после которого движется с постоянной скоростью  $V_1$ . Равновесное положение ГК в этом случае определяется скоростной погрешностью

$$\alpha_{V_1} = \frac{V_{1y}}{RU \cos \varphi}, \quad (3.49)$$

где  $V_{1y} = V_1 \cos \psi_k$  – проекция скорости  $V_1$  на гирокомпасный меридиан  $OM_1$ . Из рис. 3.11 видно, что равновесное положение ГК при увеличении скорости корабля отклоняется к западу ( $\alpha_{V_1} > \alpha_{V_0}$ ). В течение времени  $t_1 - t_0$  набора скорости корабля по горизонтальной оси ГК был

приложен момент сил инерции  $mgl \frac{\dot{V}_y}{g}$ , который вызвал инерционную прецессию со скоростью

$$\dot{\alpha}_{in} = \frac{mgl}{H} \frac{\dot{V}_y}{g}. \quad (3.50)$$

Направление скорости прецессии показывает, что главная ось движется к западу, то есть в сторону равновесного положения, определяемого углом  $\alpha_{V_1}$  (см. рис. 3.12). На рис. 3.12 точка "а" обозначает равновесное положение ГК в момент времени  $t_0$ . В этом положении находилась главная ось гироскопа перед разгоном корабля. Точка "с" обозначает новое равновесное положение ГК, соответствующее скорости  $V_1$  корабля. Точка "б" обозначает положение апекса гироскопа в момент времени  $t_1$ . В эту точку пришла главная ось в результате инерционной прецессии со скоростью  $\dot{\alpha}_{in}$ . К окончанию манёвра в зависимости от величины инерционной прецессии главная ось может не дойти до нового компасного меридиана (точка "с") или окажется дальше компасного меридиана и если демпфирующее устройство выключено, то апекс будет совершать незатухающее колебания около нового равновесного положения. Если в момент окончания манёвра корабля ( $t = t_1$ ) включить демпфирующее устройство, то главная ось гироскопа будет приходить в новое равновесное положение, совершая затухающие колебания около него. Инерционная погрешность первого рода ( $\dot{\alpha}_{in}^I$ ) имеет максимальную величину сразу же после окончания манёвра, а затем в процессе затухающих колебаний уменьшается до нуля. Инерционная погрешность равнялась бы нулю, если бы главная ось гироскопа в результате инерционной прецессии к концу манёвра корабля оказалась бы в точке "с", т.е. в равновесном положении, соответствующем скорости  $V_1$ . Условием отсутствия инерционной погрешности является равенство углов

$$\alpha_{in} = \alpha_{V_1} - \alpha_{V_0}. \quad (3.51)$$

Угол

$$\alpha_{in} = \frac{mgl}{Hg} \int_{t_0}^{t_1} \dot{V}_y dt = \frac{mgl}{Hg} \Delta V, \quad (3.52)$$

где  $\Delta V = V_{1y} - V_{0y}$ .

Угол

$$\alpha_{V_1} - \alpha_{V_0} = \frac{V_{1y}}{RU \cos \varphi} - \frac{V_{0y}}{RU \cos \varphi} = \frac{\Delta V}{RU \cos \varphi}. \quad (3.53)$$

Подставив выражения (3.52) и (3.53) в условие (3.51), получим

$$\frac{mgl}{Hg} = \frac{1}{RU \cos \varphi} \text{ или } \frac{mgl U \cos \varphi}{H} = \frac{g}{R}. \quad (3.54)$$

В последнем равенстве  $\frac{g}{R} = \omega_M^2$  – квадрат частоты незатухающих колебаний математического маятника с длиной нити равной радиусу Земли, а  $\frac{mgl}{H} = \omega_0^2$  – квадрат собственной частоты колебаний гирокомпаса. Равенство частот колебаний означает равенство периодов колебаний гирокомпаса и маятника

$$2\pi \sqrt{\frac{H}{mglU \cos \varphi}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}. \quad (3.55)$$

Условие (3.53) отсутствия инерционной погрешности называется *условием невозмущаемости гирокомпаса* или *условием Шулера* по имени немецкого ученого Макса Шулера, который впервые его получил. Условие Шулера записывается в виде

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} = 5060 \text{ с} = 84,4 \text{ мин.}$$

Так как период собственных колебаний ГК зависит от широты места, то необходимо изменять один из параметров ГК  $H$ ,  $m$  или  $l$  чтобы период  $T_0$  оставался постоянным в рабочем диапазоне широт.

Такие гирокомпасы получили название *апериодических*. В широко применяемых двухроторных ГК настройка на период Шулера осуществляется за счет изменения кинетического момента и чаще только на так называемой расчётной широте. В таких ГК инерционная погрешность первого рода растет по мере удаления от расчетной широты.

Ускорение корабля оказывает влияние на движение ГК через демпфирующее устройство. Отклонение главной оси гироскопа в азимуте, вызываемое этим влиянием, называется *инерционной погрешностью второго рода*.

Пусть корабль увеличивает скорость на прямом курсе с  $V_0$  в момент времени  $t_0$  до  $V_1$  к моменту окончания манёвра  $t_1$ . В начальный момент времени главная ось гироскопа находилась в равновесном положении с координатами  $\alpha = \alpha_{t_0}$  и  $\beta = \beta_{t_0}$  (рис. 3.13). Корабль совершает манёвр на расчетной широте, на которой ГК настроен на период  $T_0 = 84,4$  мин. В этом случае движение главной оси гироскопа по углам  $\alpha$  и  $\beta$  происходит со скоростями

$$\dot{\alpha}_{\text{ин}} = \frac{mgl}{H} \frac{\dot{V}_y}{g} \text{ и } \dot{\beta}_{\text{ин}} = \frac{D}{H} \frac{\dot{V}_y}{g}. \quad (3.56)$$

К концу манёвра ( $t = t_1$ ) по углу  $\alpha$  главная ось гироскопа придёт в новое равновесное положение  $\alpha = \alpha_{t_1}$ , а по углу  $\beta$  главная ось уйдет из положения равновесия ( $\beta = \beta_{t_0}$ ) в точку "б". Это приведет к появлению собственных колебаний, а значит к отклонению главной оси по углу  $\alpha$  от точки "с". Это отклонение главной оси является инерционной погрешностью второго рода.

Максимального значения эта погрешность достигает через четверть периода колебаний ГК.

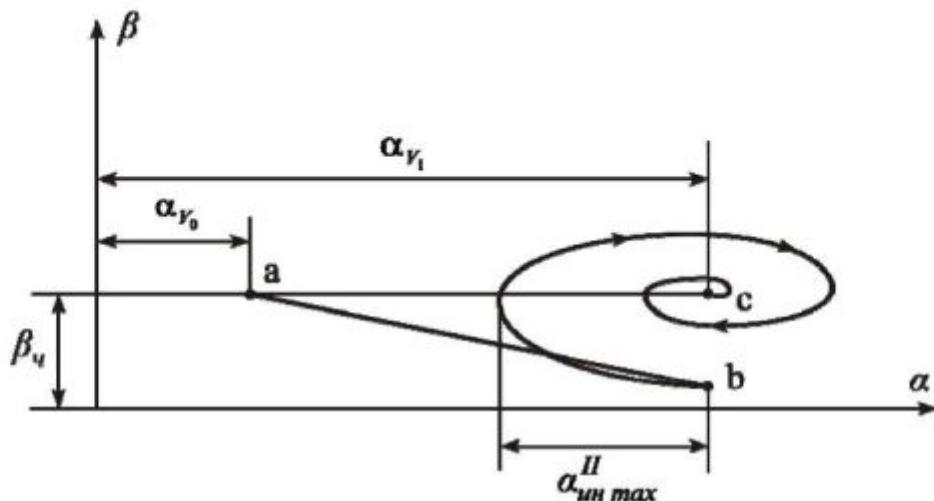


Рис. 3.13. Инерционная погрешность второго рода

Для устранения инерционной погрешности второго рода выключается демпфирующее устройство на время манёвра корабля.

Для определения величины и закона изменения инерционной погрешности ГК необходимо для конкретного манёвра корабля решить систему уравнений (3.7).

### 3.5. Влияние качки корабля на гирокомпас

На первый взгляд кажется, что чувствительный элемент гирокомпаса, обладающий большим периодом собственных колебаний по углам  $\alpha$  и  $\beta$ , не должен сильно реагировать на периодические возмущения при качке, период которых не превышает 20 секунд. В действительности оказалось, что качка существенно влияет на показания гирокомпаса из-за эффекта детектирования [8].

Рассмотрим влияние качки на примере однороторного гирокомпаса, схема которого изображена на рис. 3.7. Чувствительный элемент гирокомпаса – трехступенчатый гироскоп с пониженным центром масс. Ось наружной рамки гироскопа укреплена во внешнем кардановом подвесе, обеспечивающем ей вертикальное положение. Будем полагать, что корабль (рис. 3.14), идущий курсом  $\psi$ , испытывает регулярную бортовую качку по закону

$$\gamma = \gamma_m \sin \omega_k t,$$

где  $\gamma_m$ ,  $\omega_k$  – амплитуда и круговая частота качки.

Гирокомпас установлен в диаметральной плоскости корабля на расстоянии  $S$  от центра качения судна (точка  $G$ ) до точки пересечения осей внешнего карданова подвеса (точка  $O_k$ ). Порождаемое качкой линейное ускорение точки  $O_k$  определяется выражением

$$a = S\ddot{\gamma} = -a_m \sin \omega_k t,$$

где  $a_m = S\gamma_m \omega_k^2$  – амплитуда ускорения.

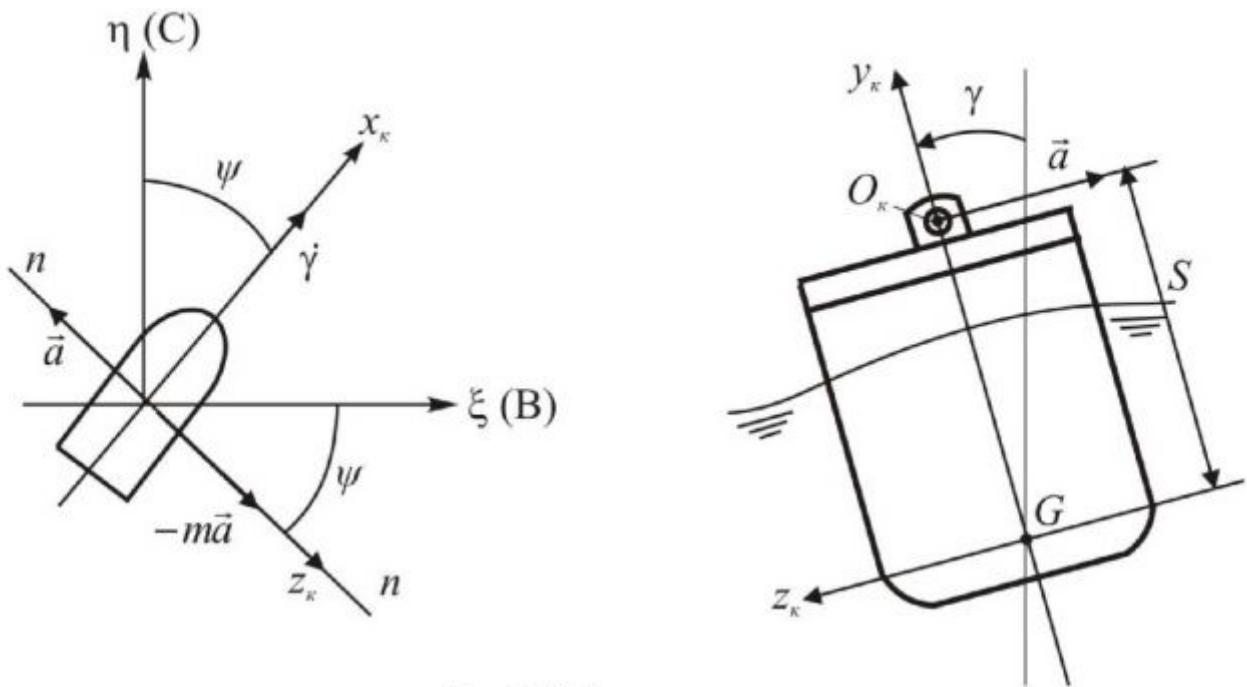


Рис. 3.14. Бортовая качка:

$n - n$  – плоскость качки,

$O_k$  – точка подвеса чувствительного элемента во внешнем кардановом подвесе

Обусловленная этим ускорением сила инерции  $F = -ma = ma_m \sin \omega_k t$  приложенная в центре масс (ц.м.) гирокомпаса, раскачивает его во внешнем кардановом подвесе в плоскости качки  $n - n$  (см. рис. 3.14). Пусть главная ось гироскопа находится в плоскости меридиана. Проекции силы  $\vec{F}$  на линию север – юг (ось  $O\eta$ ) и на линию восток – запад (ось  $O\xi$ ) равны:

$$F_C = F_\eta = -ma_m \sin \psi \sin \omega_k t;$$

$$F_B = F_\xi = ma_m \cos \psi \sin \omega_k t.$$

Эти силы создают моменты, которые вызывают колебания чувствительного элемента гирокомпаса во внешнем кардановом подвесе. Сила инерции  $F_B$ , направленная по параллели и изменяющая своё направление каждую половину периода качки, создает момент по оси, параллельной главной оси гироскопа, вызывая его колебания по углу  $\theta$  во внешнем кардановом подвесе в плоскости восток – запад. В этом движении чувствительный элемент ведет себя как обычный короткопериодный физический маятник. Ось  $Oz$  гироскопа непрерывно следит за положением кажущейся вертикали, определяемым, при малых углах, выражением

$$\theta_r = \frac{F_B}{mg} = \frac{a_m}{g} \cos \psi \sin \omega_k t.$$

Раскачивание чувствительного элемента во внешнем кардановом подвесе происходит и в направлении север – юг. При колебаниях в этой плоскости гироскоп будет совершать возвратно-поступательное движение, сохраняя неизменной ориентацию главной оси.

Определим моменты сил инерции при качке корабля вокруг осей подвеса гироскопа. Синхронно с восточной составляющей силы инерции  $F_B$  на гироскоп действует сила инерции  $F_C$ , которая на плече  $l$  создает момент  $M_k = F_C l$ . Разложим этот момент на горизонтальную  $M_{k\xi}$  и вертикальную  $M_{k\zeta}$  составляющие. На рис. 3.15 показаны два предельные положения гироскопа при его раскачивании во внешнем кардановом подвесе, момент  $M_k$  и его составляющие.

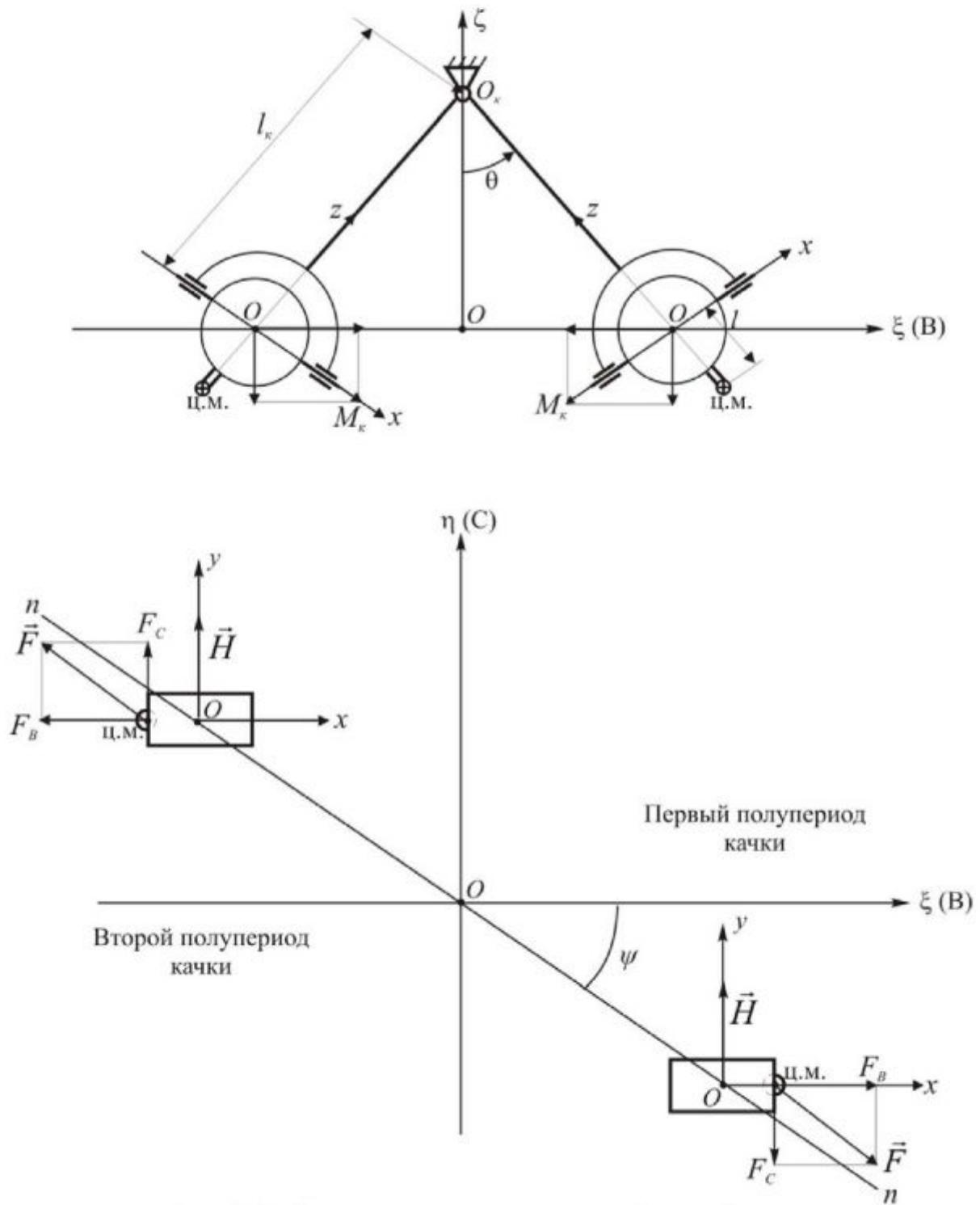


Рис. 3.15. Силы инерции и моменты при бортовой качке

Последние составляющие (при  $\varepsilon = 0$ ) определяются выражениями

$$M_{\kappa\xi} = F_C l \cos \theta; \quad M_{\kappa\zeta} = F_C l \sin \theta.$$

Полагая угол  $\theta$  малым ( $\cos \theta \approx 1$ ,  $\sin \theta \approx \theta$ ), получим

$$M_{\kappa\xi} = -mla_m \sin \psi \sin \omega_k t;$$

$$M_{\kappa\zeta} = -\frac{mla_m^2}{2g} \sin 2\psi \sin^2 \omega_k t.$$

Момент  $M_{\kappa\xi}$  вызывает прецессию гироскопа в азимуте за один полупериод в одну сторону, за другой полупериод в противоположную сторону. Следовательно, за полный период качки, отклонение главной оси гироскопа от плоскости меридиана равно нулю. Действительно, так как среднее значение функции  $\sin \omega_k t$  за период качки равно нулю, то среднее значение момента  $M_{\kappa\xi}$  также равно нулю. Так как период качки мал ( $t_k = 10 \dots 20$  с) по сравнению с периодом собственных колебаний чувствительного элемента ( $T = 60 \dots 100$  мин) по углам  $\alpha$  и  $\beta$ , то этот момент не будет оказывать существенного влияния на показания гирокомпаса.

Момент  $M_{\kappa\zeta}$ , направленный по вертикальной оси, действует все время в одну и туже сторону, изменяясь только по величине, в зависимости от угла  $\theta$ . Этот момент является основной причиной появления погрешности от качки. Так как среднее значение функции  $\sin^2 \omega_k t$  за период качки  $t_k = \frac{2\pi}{\omega_k}$  равно  $\frac{1}{2}$ , то среднее

значение момента  $M_{\kappa\zeta}$  будет определяться выражением

$$\langle M_{\kappa\zeta} \rangle = -\frac{mla_m^2}{4g} \sin 2\psi.$$

Под действием этого момента главная ось гироскопа прецессирует в вертикальной плоскости, которая изменяет угол  $\beta_r$ , соответствующий равновесному положению чувствительного элемента. Это приводит к отклонению главной оси гироскопа в азимуте на угол  $\alpha_k$ , который будет возрастать до тех пор, пока скорость прецессии  $\dot{\beta}$  не сравняется со скоростью вращения плоскости горизонта относительно оси внутренней рамки гироскопа, т.е. пока не наступит равенство

$$\dot{\beta} = \frac{\langle M_{\kappa\zeta} \rangle}{H} = U \cos \varphi \sin \alpha_k.$$

Отсюда находим

$$\sin \alpha_k = -\frac{mla_m^2 \sin 2\psi}{4gHU \cos \varphi}.$$

Угол  $\alpha_k$  определяет погрешность гирокомпаса на качке.

Из последней формулы видно, что погрешность на качке отсутствует на главных (кардиальных) курсах:  $0^\circ$ ;  $90^\circ$ ;  $180^\circ$ ;  $270^\circ$  и имеет максимальное значение на промежуточных (интеркардиальных) курсах:  $45^\circ$ ;  $135^\circ$ ;  $225^\circ$ ;  $315^\circ$ . Поэтому погрешность на качке называют *интеркардиальной девиацией* (реже четвертной). Погрешность на качке зависит от параметров гирокомпаса,

параметров качки, места установки прибора на корабле, широты. Погрешность на качке однороторных гирокомпасов велика и может достигать  $30^\circ$  и более. При разработке гирокомпасов принимаются меры, исключающие или ослабляющие причину интеркардиальной погрешности – постоянную составляющую вертикального момента сил инерции. Эта проблема успешно решена в двухроторных гирокомпасах.

В современных двухроторных гирокомпасах [9] чувствительный элемент (рис. 3.16) представляет собой герметичную сферу 1 полностью погруженную в жидкость.

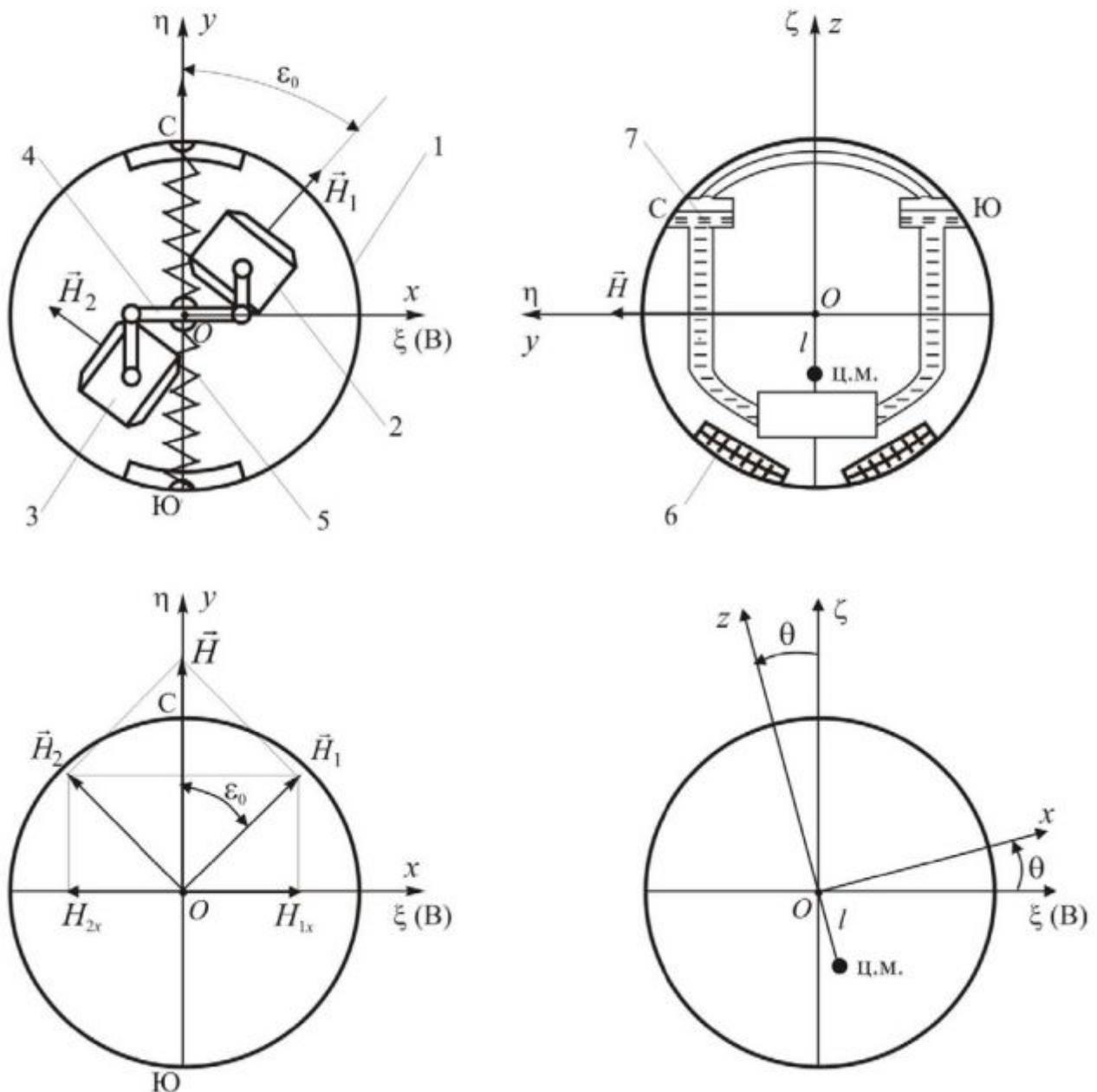


Рис. 3.16. Чувствительный элемент двухроторного гирокомпаса:  
 1 – гиросфера; 2, 3 – двухступенчатый гироскоп; 4 – антипараллелограмм;  
 5 – пружины; 6 – центрирующая катушка; 7 – демпфер

Гиросфера охвачена следящей сферой, со стороны которой через токопроводящую поддерживающую жидкость и электроды на гиросфере подводится электропитание к гироскопам 2, 3. Следящая сфера следит за положением гиросферы в азимуте и обеспечивает съем информации о курсе корабля. Вес гиросферы уравновешивается выталкивающей силой поддерживающей жидкости. Гиросфера центрируется в следящей сфере катушкой электромагнитного «дутья» 6, которая уравновешивает остаточный вес гиросферы, исключая её контакт со следящей сферой. Внутри гиросферы установлены два двухстепенных гироскопа 2, 3, оси рамок которых расположены вертикально. Кинетические моменты  $H_1 = H_2 = H_0$  и в начальном положении взаимноперпендикулярны. Оси рамок гироскопов связаны между собой антипараллелограмом 4, который позволяет главным осям поворачиваться относительно гиросферы на равные углы, но в противоположные стороны. Пружины 5 удерживают главные оси гироскопов во взаимноперпендикулярном положении. Суммарный кинетический момент  $\vec{H}$  определяет положение главной оси гиросферы (ось  $Oy$ , ось север – юг). Модуль кинетического момента определяется выражением

$$H = 2H_0 \cos \varepsilon_0.$$

Суммарный кинетический момент гиросферы в экваториальной плоскости равен нулю. Кинетические моменты  $H_{1x}$  и  $H_{2x}$  стабилизируют гиросферу в плоскости горизонта. Центр масс гиросферы понижен на величину  $l$  относительно геометрического центра, являющегося точкой приложения выталкивающей силы жидкости. Таким образом, гиросфера является трехстепенным гироскопом с положительной маятникостью. При отклонении главной оси гиросферы от плоскости меридиана она ведет себя так же, как однороторный гирокомпас. Колебания гиросферы демпфируются методом горизонтального момента с помощью демпфирующего устройства 7.

При качке корабля сила инерции  $F_B$  создает момент  $F_B l$ , направленный по оси север – юг (ос  $Oy$ ) гиросферы. Этот момент вызовет прецессию гироскопов относительно гиросферы; появится гироскопический момент, который уравновесит момент  $F_B l$ . Таким образом, при качке, вынужденные колебания будут совершать гироскопы внутри гиросферы, гиросфера не будет раскачиваться по углу  $\theta$  вокруг оси север – юг, значит от силы инерции  $F_C$  не будет вертикального момента, приводящего к отклонению главной оси чувствительно элемента в азимуте.

Рассмотренный гирокомпас называется *гирокомпасом с непосредственным управлением* [8]. В нем автономно под действием силы тяжести формируется горизонтальный и вертикальный моменты, пропорциональные углу отклонения гироскопа от плоскости горизонта, которые обеспечивают приведение главной оси в плоскость меридiana.

### 3.6. Гирокомпас с косвенным управлением

В основе ГК с косвенным управлением – трёхстепенный уравновешенный гироскоп (рис. 3.17), на гироузле 2 которого укреплён индикатор горизонта (ИГ) 3. ИГ представляет собой физический маятник, который выдает электрический сигнал при отклонении главной оси гироскопа от плоскости горизонта. Этот сигнал через усилители подается на датчики моментов 5 и 4, установленные на осях внутренней и наружной рамок гироскопа. Датчики моментов включены так, что при подъеме главной оси гироскопа над плоскостью горизонта на угол  $\beta$  создаются моменты  $K_x\beta$  и  $K_y\beta$ , направленные так же, как в ГК с нижней маятникостью и эксцентричным креплением маятника к гироузлу. Такая схема гироскопа моделирует чувствительный элемент гирокомпаса с нижней маятникостью, колебания которого демпфируются методом вертикального момента.

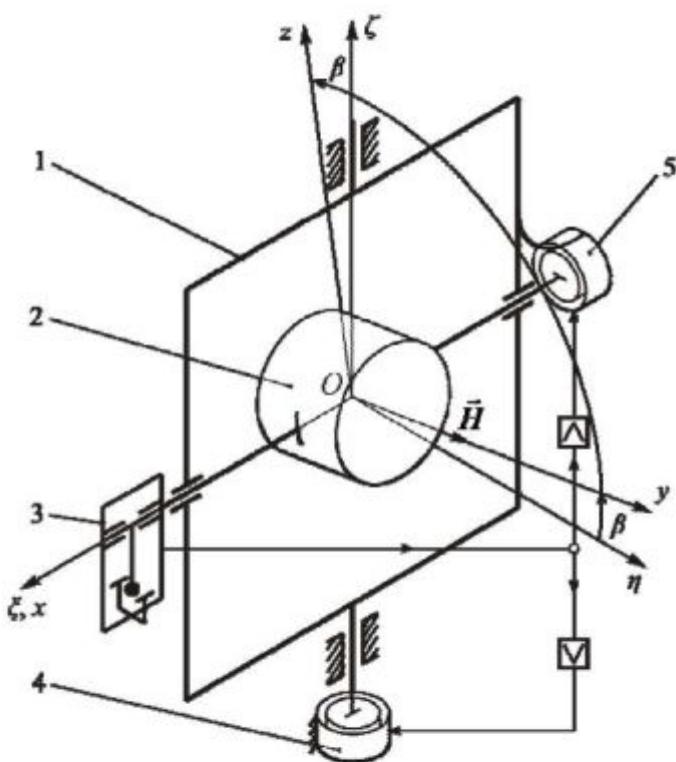


Рис. 3.17. Схема чувствительного элемента ГК с косвенным управлением:

- 1 – наружная рамка;
- 2 – гироузел;
- 3 – индикатор горизонта;
- 4, 5 – датчики моментов

В ГК с косвенным управлением также просто реализуется способ демпфирования колебаний с помощью горизонтального момента. Для этого кроме сигнала, пропорционального углу  $\beta$ , необходимо подать на датчик момента, установленный на оси гироузла, тот же сигнал, пропустив его через инерционное звено с передаточной функцией  $\frac{1}{Tp+1}$  с большой постоянной времени  $T$  (рис. 3.18).

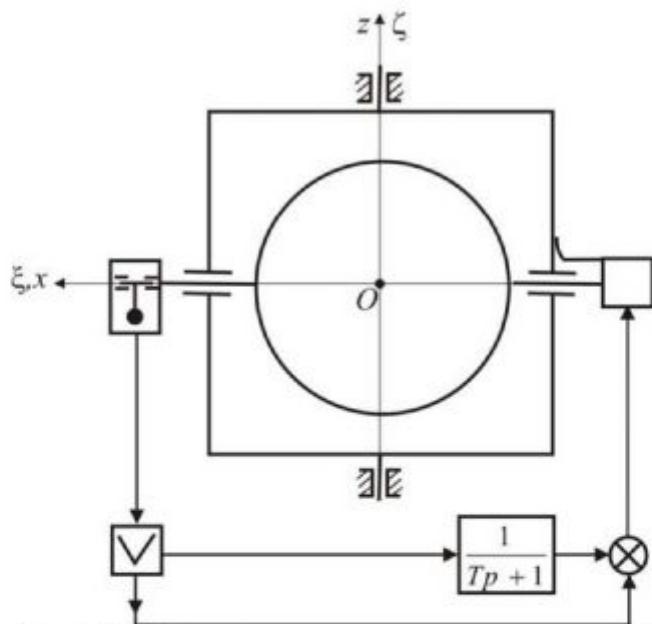


Рис. 3.18. Схема чувствительного элемента ГК  
с косвенным управлением  
с демпфированием колебаний  
способом горизонтального момента

Формирование моментов, пропорциональных углу  $\beta$ , с помощью электрических цепей позволяет изменением коэффициента усиления усилителя уменьшать или увеличивать период собственных колебаний гирокомпаса. Датчики моментов используются также для компенсации скоростной и широтной погрешностей, для компенсации постоянных составляющих возмущающих моментов по осям подвеса гироскопа. Такие гирокомпасы называют *корректируемыми* [8, 9, 10].

Кинематическая схема корректируемого гирокомпаса, чувствительным элементом которого является трёхступенчатый уравновешенный гироскоп, представлена на рис. 3.19. Наружная рамка 2 гироскопа установлена в следящей рамке 3, которая укреплена в кардановом подвесе 5. Карданов подвес позволяет располагаться оси следящей рамки, а, следовательно, и оси наружной рамки по вертикали места (ось  $O\zeta$ ). На гироузле 1 укреплён индикатор горизонта 8.

Корректируемый гирокомпас может работать в режиме гироазимута (гирополукомпаса) и в режиме гирокомпаса. В режиме гироазимута сигнал с индикатора горизонта 8 через замкнутый ключ  $K_2$  (ключ  $K_1$  разомкнут) подается на двигатель 9 горизонтальной коррекции, который создает момент, удерживающий главную ось гироскопа в плоскости горизонта. Индикатор горизонта 8, усилитель и двигатель 9 образуют систему маятниковой горизонтальной коррекции.

Система азимутальной коррекции состоит из вычислительного устройства и двигателя 10. Сигнал азимутальной коррекции подается на двигатель 10, который создает момент по оси гироузла, вызывающий прецессию гироскопа относительно вертикальной оси со скоростью, равной скорости вращения плоскости меридиана

относительно вертикали места. Главная ось гироскопа будет сохранять заданное начальной установкой направление на Земле.

Следящая рамка 3 непрерывно приводится в положение, согласованное с наружной рамкой 2 гироскопа, следящей системой, состоящей из датчика угла 7, усилителя, двигателя 6 с редуктором. Со следящей рамкой через зубчатую передачу связан сельсин-датчик 4, служащий для синхронной передачи курса корабля. Следящая рамка исключает влияние момента трения в редукторе и сельсина на трёхстепенный гироскоп.

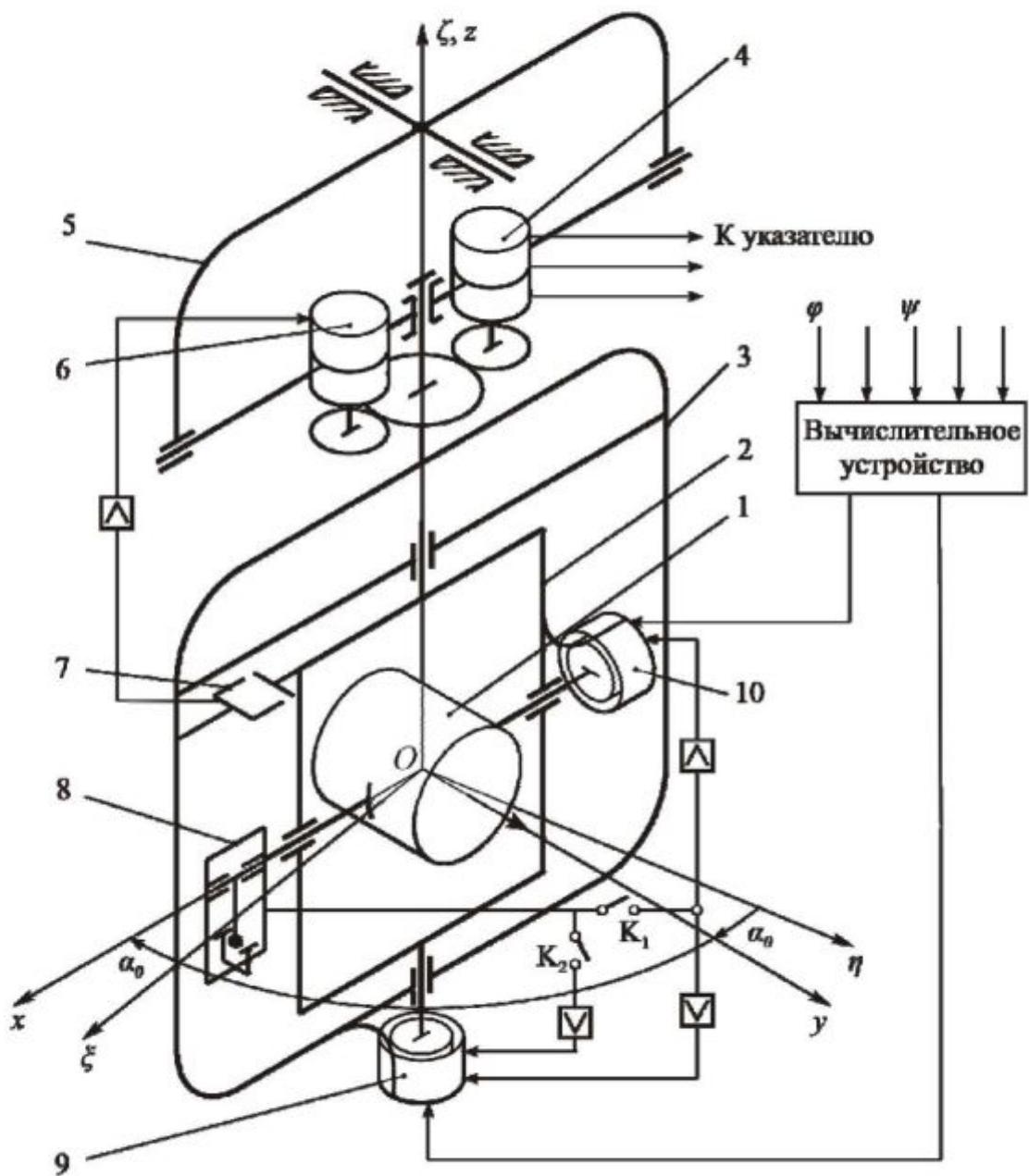


Рис. 3.19. Кинематическая схема корректируемого ГК:  
 1 – гироузел; 2 – наружная рамка; 3 – следящая рамка;  
 4 – сельсин датчик; 5 – карданов подвес; 6 – двигатель;  
 7 – датчик угла следящей системы; 8 – индикатор горизонта;  
 9 – двигатель горизонтальной коррекции;  
 10 – двигатель азимутальной коррекции

В режиме гирокомпаса сигнал с индикатора горизонта 8 (ключ  $K_1$  замкнут, ключ  $K_2$  разомкнут) через усилители подаётся на двигатели 9 и 10, которые создают моменты относительно горизонтальной и вертикальной осей подвеса гироскопа. Под действием этих моментов главная ось гироскопа приходит к плоскости горизонта и к плоскости меридiana. На двигатели 9 и 10 подаются сигналы с вычислительного устройства, по которым формируются дополнительные коррекционные моменты, вызывающие прецессию гироскопа с угловыми скоростями, равными скоростям вращения плоскостей меридiana и горизонта. Тем самым, как будет показано далее, устраняются широтная и скоростная погрешности.

Если отключить индикатор горизонта (ключи  $K_1, K_2$  разомкнуты) и сигналы с вычислительного устройства, то гироскоп с точностью до возмущающих моментов в осях подвеса станет свободным. В этом режиме определяются уходы гироскопа и компенсируются их систематические составляющие.

### 3.6.1. Уравнения движения корректируемого гирокомпаса и их анализ

Рассмотрим корректируемый гирокомпас, установленный на корабле, движущемся курсом  $\psi$  с горизонтальной скоростью  $\vec{V}$ . С гироузлом связем систему координат  $Oxyz$  и будем определять положение гирокомпаса относительно географической системы координат  $O\xi\eta\zeta$  с помощью углов  $\alpha$  и  $\beta$  (рис. 3.20). Будем полагать, что корабль движется с ускорением, проекции которого на горизонтальные оси географической системы координат обозначим через  $\dot{V}_B$  и  $\dot{V}_C$ .

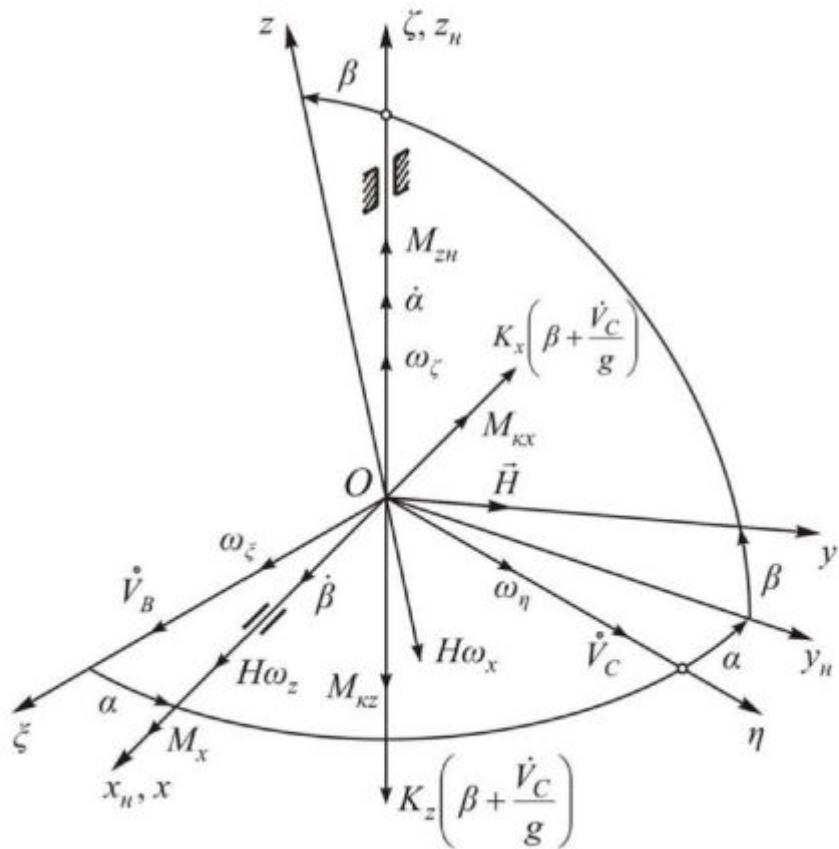


Рис. 3.20. К выводу уравнений движения гирокомпаса

Проекции абсолютной угловой скорости системы осей  $Oxyz$  на её же оси с учётом малости углов  $\alpha$  и  $\beta$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\beta} + \omega_\xi + \omega_\eta \alpha; \\ \omega_z &= \dot{\alpha} + \omega_\xi - \omega_\eta \beta.\end{aligned}\quad (3.57)$$

Здесь

$$\begin{aligned}\omega_\xi &= -\frac{V_C}{R}; \\ \omega_\eta &= U \cos \varphi + \frac{V_B}{R}; \\ \omega_\zeta &= U \sin \varphi + \frac{V_B}{R} \operatorname{tg} \varphi;\end{aligned}\quad (3.58)$$

$U$  – угловая скорость суточного вращения Земли;  $\varphi$  – географическая широта местоположения объекта;  $R$  – радиус Земли;

$$V_C = V \cos \psi; \quad V_B = V \sin \psi;$$

$V$  – скорость движения судна;  $\psi$  – истинный курс судна.

Так как точка подвеса гирокомпаса перемещается с ускорением  $\dot{V}_C$ , то индикатор горизонта, укрепленный на гироузле, выдаёт сигнал пропорциональный углу между осью  $Oz$  и кажущейся вертикалью, а именно:

$$\beta + \frac{\dot{V}_C}{g}.$$

Коррекционные моменты, появляющиеся при этом будут направлены так, как показано на рис. 3.20. Следуя методу кинетостатики, приравняем нулю сумму моментов: гирокомпенсационных, коррекционных, возмущающих моментов и моментов  $M_{xx}$  и  $M_{zz}$  для компенсации широтной и скоростной погрешностей, получим:

$$\begin{aligned}-H\omega_x - K_z \left( \beta + \frac{\dot{V}_C}{g} \right) - M_{xz} + M_{zn} &= 0; \\ H\omega_z - K_x \left( \beta + \frac{\dot{V}_C}{g} \right) - M_{zx} + M_x &= 0,\end{aligned}\quad (3.59)$$

где  $M_{xz}$ ,  $M_{zx}$  – моменты для компенсации погрешностей гирокомпаса;  $M_x$ ,  $M_{zn}$  – возмущающие моменты;  $K_x$ ,  $K_z$  – коэффициенты пропорциональности.

После преобразований уравнения (3.59) примут вид:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} - (k_x + \omega_\eta) \beta &= -m_x + m_{xz} + k_x \frac{\dot{V}_C}{g} - \omega_\xi; \\ \dot{\beta} + \omega_\eta \alpha + k_z \beta &= m_{zn} - m_{zx} - k_z \frac{\dot{V}_C}{g} - \omega_\xi.\end{aligned}\quad (3.60)$$

Здесь  $m_{xx} = \frac{M_{xx}}{H}$ ;  $m_{xz} = \frac{M_{xz}}{H}$ ;  $m_{zz} = \frac{M_{zz}}{H}$ ;  $m_x = \frac{M_x}{H}$ ;  $k_x = \frac{K_x}{H}$ ;  $k_z = \frac{K_z}{H}$ .

Рассмотрим вначале влияние движения судна с  $V = const$  и  $\psi = const$  на положение равновесия и свободные колебания главной оси гирокомпаса при  $M_{xx} = M_{xz} = 0$ . Уравнения (3.60) в этом случае запишутся так:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} - (k_x + \omega_\eta) \beta &= -m_x - \omega_\xi; \\ \dot{\beta} + \omega_\eta \alpha + k_z \beta &= m_{zz} - \omega_\xi.\end{aligned}\quad (3.61)$$

Перейдём к уравнению с одной переменной, полагая возмущающие моменты  $M_x$  и  $M_{zz}$  и угловую скорость  $\omega_\xi$  – постоянными. Для чего из первого уравнения системы (3.61) найдем

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{1}{k_x + \omega_\eta} (\dot{\alpha} + \omega_\xi + m_x); \\ \dot{\beta} &= \frac{\ddot{\alpha}}{k_x + \omega_\eta}.\end{aligned}\quad (3.62)$$

После подстановки выражений (3.62) во второе уравнение системы (3.61) и преобразований получим уравнение, описывающее движение гирокомпаса по углу  $\alpha$

$$\ddot{\alpha} + 2h\dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = (k_x + \omega_\eta) m_{zz} - k_z m_x - k_z \omega_\xi - (k_x + \omega_\eta) \omega_\xi, \quad (3.63)$$

где  $2h = k_z$ ;  $\omega_0 = \sqrt{\omega_\eta(k_x + \omega_\eta)}$  – частота собственных колебаний гирокомпаса.

Уравнение, описывающее движение гирокомпаса по углу  $\beta$ , получается аналогичным путём и имеет вид

$$\ddot{\beta} + 2h\dot{\beta} + \omega_0^2 \beta = m_x \omega_\eta + \omega_\eta \omega_\xi. \quad (3.64)$$

Решение уравнения (3.63) складывается из общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения

$$\alpha = e^{-ht} (C_1 \cos \omega_d t + C_2 \sin \omega_d t) + \alpha_u. \quad (3.65)$$

Частное решение определяется выражением

$$\alpha_u = -\frac{k_z}{\omega_0^2} m_x + \frac{(k_x + \omega_\eta)}{\omega_0^2} m_{zz} - \frac{k_z}{\omega_0^2} \omega_\xi - \frac{(k_x + \omega_\eta)}{\omega_0^2} \omega_\xi. \quad (3.66)$$

Для нахождения постоянных  $C_1$  и  $C_2$  положим, что при  $t = 0$   $\alpha(0) = \alpha_0$ ;  $\dot{\alpha}(0) = 0$ .

Подставив эти условия в выражение (3.65), получим

$$C_1 = (\alpha_0 - \alpha_u); \quad C_2 = \frac{h}{\omega_d} (\alpha_0 - \alpha_u).$$

Следовательно

$$\alpha = (\alpha_0 - \alpha_u) e^{-ht} \left( \cos \omega_d t + \frac{h}{\omega_d} \sin \omega_d t \right) + \alpha_u. \quad (3.67)$$

Для упрощения выражения (3.67) примем  
 $h = \omega_0 \sin \chi$ ,  $\omega_d = \omega_0 \cos \chi$ ,  $\operatorname{tg} \chi = \frac{h}{\omega_d}$ , что соответствует соотношению  
 $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$ .

Тогда

$$\alpha = \frac{\alpha_0 - \alpha_u}{\cos \chi} e^{-ht} (\cos \omega_d t - \chi) + \alpha_u. \quad (3.68)$$

Подставив выражение (3.68) в равенство (3.62), получим закон изменения угла  $\beta$

$$\beta = \frac{\omega_0(\alpha_0 - \alpha_u)}{(k_x + \omega_\eta) \cos \chi} e^{-ht} \sin \omega_d t + \beta_u, \quad (3.69)$$

где

$$\beta_u = \frac{m_x}{k_x + \omega_\eta} + \frac{\omega_z}{k_x + \omega_\eta}. \quad (3.70)$$

Выражения (3.68) и (3.69) показывают, что главная ось гироскопа совершает затухающие колебания около положения равновесия, определяемого углами  $\alpha_u$  и  $\beta_u$  и по окончании переходного процесса устанавливается в этом положении.

Следовательно, главная ось гироскопа будет отклонена от истинного меридиана на угол  $\alpha_u$ , который характеризует погрешности гирокомпаса, и приподнята над плоскостью горизонта на угол  $\beta_u$ .

Проанализируем погрешности гирокомпаса. Первые два слагаемых выражения (3.66) определяют инструментальную погрешность, порождаемую возмущающими моментами  $M_x$  и  $M_{zh}$

$$\alpha_M = -\frac{K_z}{K_x} \frac{M_x}{H\omega_\eta} + \frac{M_{zh}}{H\omega_\eta}. \quad (3.71)$$

Третье слагаемое определяет погрешность, обусловленную вертикальным моментом  $K_z \beta$

$$\alpha_u = -\frac{K_z}{K_x} \operatorname{tg} \phi. \quad (3.72)$$

Последнее слагаемое выражения (3.66) представляет собой скоростную погрешность

$$\alpha_v = \frac{V_c}{R\omega_\eta}.$$

Таким образом, корректируемый гирокомпас ведёт себя также как и гирокомпас с пониженным центром масс, колебания которого демпфируются методом вертикального момента. Затухающие колебания корректируемого гирокомпаса происходят по углам  $\alpha$  и  $\beta$  с периодом

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_\eta(k_x + \omega_\eta) - \left(\frac{k_z}{2}\right)^2}}. \quad (3.73)$$

Период затухающих колебаний зависит от параметров гирокомпаса, широты места, и скорости судна.

Введение моментов  $M_{\kappa x}$  и  $M_{\kappa z}$  позволяет устраниТЬ погрешности  $\alpha_u$ ,  $\alpha_v$ . Действительно, приняв, как и ранее,  $V = const$ ,  $\psi = const$ , а  $M_{\kappa x} \neq 0$  и  $M_{\kappa z} \neq 0$  из уравнений (3.60), найдём:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} - (k_x + \omega_\eta) \beta &= -m_x + m_{\kappa x} - \omega_z; \\ \dot{\beta} + \omega_\eta \alpha + k_z \beta &= m_{z_h} - m_{\kappa z} - \omega_z.\end{aligned}\quad (3.74)$$

Если формировать моменты компенсации погрешностей по закону:

$$\begin{aligned}M_{\kappa x} &= H \omega_z = H \left( U \sin \varphi + \frac{V_B}{R} \operatorname{tg} \varphi \right); \\ M_{\kappa z} &= -H \omega_z = H \frac{V_C}{R},\end{aligned}\quad (3.75)$$

то уравнения (3.74) запишутся в виде

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} - (k_x + \omega_\eta) \beta &= -m_x; \\ \dot{\beta} + \omega_\eta \alpha + k_z \beta &= m_{z_h}.\end{aligned}\quad (3.76)$$

Движение гирокомпаса по углу  $\alpha$  в этом случае будет описываться уравнением

$$\ddot{\alpha} + 2h\dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = (k_x + \omega_\eta) m_{z_h} - k_z m_x. \quad (3.77)$$

Таким образом, корректируемый гирокомпас не будет иметь скоростной и широтной погрешностей. Разумеется, этот вывод справедлив лишь тогда, когда моменты  $M_{\kappa x}$  и  $M_{\kappa z}$  реализуются в точном соответствии с выражениями (3.75). В реальных конструкциях гирокомпаса погрешности будут иметь место, так как не удается обеспечить постоянство кинетического момента, точно ввести величину скорости судна, широты места и курса. Инструментальную погрешность можно уменьшить путём компенсации систематических составляющих моментов  $M_x$  и  $M_{z_h}$ , подачей соответствующих сигналов на двигатели 9 и 10.

Наряду с рассмотренными погрешностями, гирокомпас будет иметь инерционные погрешности, возникающие при движении судна с ускорением и погрешности на качке. Для анализа инерционных погрешностей необходимо решить уравнения (3.60) без допущения о постоянстве скорости движения судна.

Корректируемый гирокомпас является более гибкой системой по сравнению с гирокомпасом с непосредственным управлением. При его разработке возможно широкое применение достижений современной микроэлектроники, вычислительной техники. Благодаря компенсации скоростной погрешности корректируемый ГК может использоваться в области более высоких широт и на более скоростных объектах. При ускоренном движении корабля и маневрировании гирокомпас переключается в режим гироазимута, который меньше подвержен влиянию ускорений и его работоспособность не зависит от широты места. Кроме того, для уменьшения влияния ускорений, увеличивают период собственных колебаний до значений намного превышающих период

Шулера, или ограничивают уровень сигнала с индикатора горизонта. В современных корректируемых ГК есть возможность осуществлять коррекцию влияния ускорений и существенно уменьшать инерционные погрешности в условиях качки.

Применение в корректируемом ГК гироскопов с малым уходом, точных акселерометров в качестве индикатора горизонта позволило разработать высокоточные ГК, обеспечивающие необходимую точность курсоуказания в широтах до  $85^\circ$ .

### 3.6.2. Корректируемый гирокомпас, построенный на индикаторном гиростабилизаторе

Чувствительным элементом такого гирокомпаса является трёхстепенный астатический гироскоп 4 (рис. 3.21), установленный на платформе 3 (с платформой связана система координат  $Oxyz$ ) [8].

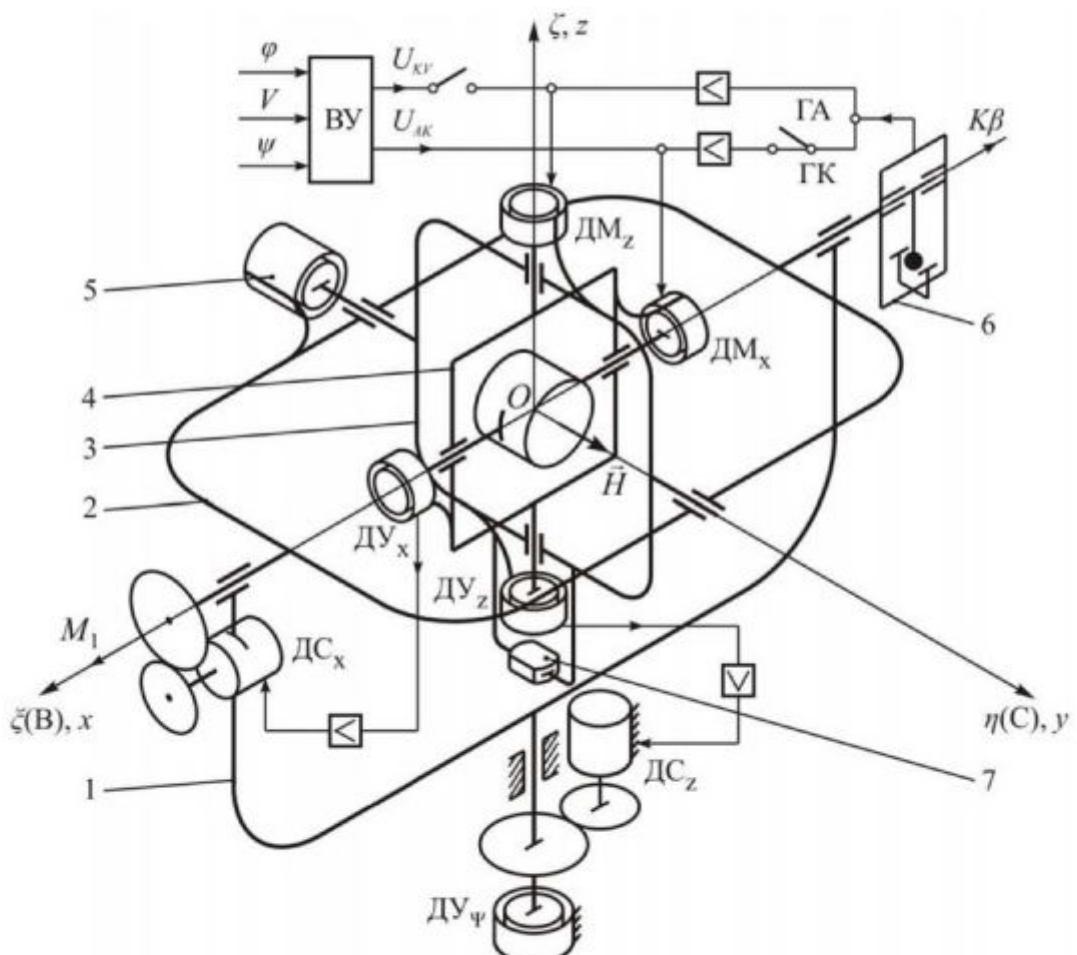


Рис. 3.21. Кинематическая схема корректируемого гирокомпаса:  
1 – вертикальная рамка; 2 – гирозонтальная рамка; 3 – платформа;  
4 – гироскоп; 5 – демпфер; 6 – индикатор горизонта; 7 - груз

Платформе придана маятниковость относительно оси  $Oy$  с помощью груза 7. При наклонах корпуса прибора груз обеспечивает вертикальное расположение оси  $Oz$  платформы и оси наружной рамки гироскопа. Для погашения колебаний платформы на оси  $Oy$  имеется демпфер 5. Ось  $Oy$  платформы укреплена в

кардановом подвесе, состоящем из горизонтальной рамки 2 и вертикальной рамки 1. Таким образом, платформа 3 имеет три степени свободы.

Карданов подвес, состоящий из рамок 1 и 2, представляет собой двухосный индикаторный гиростабилизатор, чувствительным элементом которого является трёхстепенный гироскоп 4. Цепи стабилизации по осям горизонтальной и вертикальной рамок образованы датчиками углов  $\Delta U_x$ ,  $\Delta U_z$ , усилителями и двигателями стабилизации  $\Delta C_x$  и  $\Delta C_z$  с редукторами.

Работа систем стабилизации. Под действием постоянного внешнего момента  $M_1$  по оси горизонтальной рамки произойдёт поворот рамки 2 вместе с платформой 3 и наружной рамкой гироскопа 4, на угол  $\beta$ . Главная ось гироскопа сохранит направление неизменным. Датчик угла  $\Delta U_x$  выдаёт напряжение, пропорциональное углу  $\beta$ , которое после усиления поступает на двигатель стабилизации  $\Delta C_x$ . Двигатель стабилизации приложит к оси рамки 2 момент  $M_c = K\beta$ , направленный противоположно моменту  $M_1$ . С ростом угла  $\beta$  момент  $M_c$  растёт и при  $\beta = \beta_{cm}$   $M_c = K\beta_{cm} = M_1$ . Рамка 2 остановится отклонившись на угол

$$\beta_{cm} = \frac{M_1}{K},$$

где  $K$  – коэффициент усиления цепи стабилизации.

Аналогично осуществляется стабилизация вертикальной рамки 1.

Режим свободного гироскопа. Этот режим используется для проверки скорости ухода гироскопа под действием возмущающих моментов. В режиме свободного гироскопа выключены цепи стабилизации, отключен индикатор горизонта и вычислительное устройство. Сигналы с датчиков углов  $\Delta U_x$  и  $\Delta U_z$  используются для определения скорости ухода гироскопа и компенсации её систематической составляющей.

Режим гироазимута. При отклонении главной оси гироскопа от плоскости горизонта двигатель стабилизации  $\Delta C_x$  повернёт вслед за ней горизонтальное кольцо 2. Сигнал с индикатора горизонта 6 после усиления поступит на датчик момента  $\Delta M_z$ , который приложит к оси наружной рамки момент, препятствующий отклонению главной оси от плоскости горизонта. Цепь, состоящая из индикатора горизонта, усилителя и датчика момента  $\Delta M_z$ , представляет собой систему горизонтальной коррекции гироазимута. С вычислительного устройства напряжение  $U_{AK}$  подаётся на датчик момента  $\Delta M_x$ , который создаёт момент по оси внутренней рамки такой величины и направления, чтобы гироскоп прецессировал вокруг оси наружной рамки со скоростью  $\omega_\zeta$  вращения плоскости меридиана относительно вертикали места. Вычислительное устройство и датчик момента  $\Delta M_x$  образуют систему азимутальной коррекции гироазимута.

Режим гирокомпаса. В режиме гирокомпаса на датчики моментов  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$  подаются сигналы с индикатора горизонта 6. С вычислительного устройства поступают сигналы  $U_{KV}$  и  $U_{AK}$  для компенсации скоростной и широтной погрешностей гирокомпаса. По выявленным систематическим уходам гироскопа в

вычислительном устройстве вырабатываются сигналы для их компенсации, которые также подаются на датчики моментов  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$ . Датчик угла  $\Delta Y_\psi$  выдает сигнал, пропорциональный компасному курсу.

В качестве чувствительного элемента корректируемого гирокомпаса широко применяется динамически настраиваемый гироскоп.

### 3.6.3. Корректируемый гирокомпас «Гюйс»

Гирокомпас «Гюйс» [5, 9] предназначен для оснащения судов морского и речного флота. Благодаря высокой точности, малым габаритам, малой потребляемой мощности, он широко применяется на малотоннажных высокоскоростных судах.

Кинематическая схема ГК представлена на рис. 3.22. Система координат  $O\xi\eta\zeta$  – географическая. Система координат  $Oxyz$  связана с платформой 5. Чувствительным элементом ГК «Гюйс» является жестко установленный на платформе 5 динамически настраиваемый гироскоп (ДНГ) 3. Главная ось ДНГ в невозмущенном положении горизонтальна и параллельна продольной оси ( $Oy$ ) платформы 5. На осях повеса ДНГ установлены датчики угла  $\Delta Y_x$  и  $\Delta Y_z$  и датчики момента  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$ .

Кроме гироскопа на платформе 5 размещен акселерометр  $A_C$  (северный), ось чувствительности которого ориентирована параллельно продольной оси ( $Oy$ ) платформы. Акселерометр  $A_C$  является индикатором горизонта. Он вырабатывает сигнал, пропорциональный углу  $\beta$  отклонения продольной оси  $Oy$  платформы и, следовательно, корпуса гироскопа от плоскости горизонта. В режиме ГК этот сигнал, пройдя электронный фильтр (ЭФ) с большой постоянной времени, по одной цепи через усилитель подается на датчик момента  $\Delta M_z$ ; по другой цепи через усилитель и электронный блок (ЭБ) подается на датчик момента  $\Delta M_x$ . Датчики момента прикладывают к ДНГ пропорциональные углу  $\beta$  моменты по горизонтальной и вертикальной осям, которые приводят главную ось, а значит и ось  $Oy$  платформы к плоскости меридиана и плоскости горизонта. Сигнал с акселерометра  $A_C$  в электронном блоке (ЭБ) сравнивается с пороговым (эталонным) напряжением. Если по какой-либо причине величина сигнала акселерометра превышает пороговое напряжение, то на время превышения гирокомпас автоматически переключается в режим гироазимута. Предусмотрено ручное переключение режимов с помощью ключей  $GA$  и  $GK$ , которые используются в технологических целях.

I	ЛАГ ( $V$ ) Ручн. устан. ( $\varphi$ )
II	Ручн. устан. ( $V, \varphi$ )
III	GPS ( $V, \varphi$ )

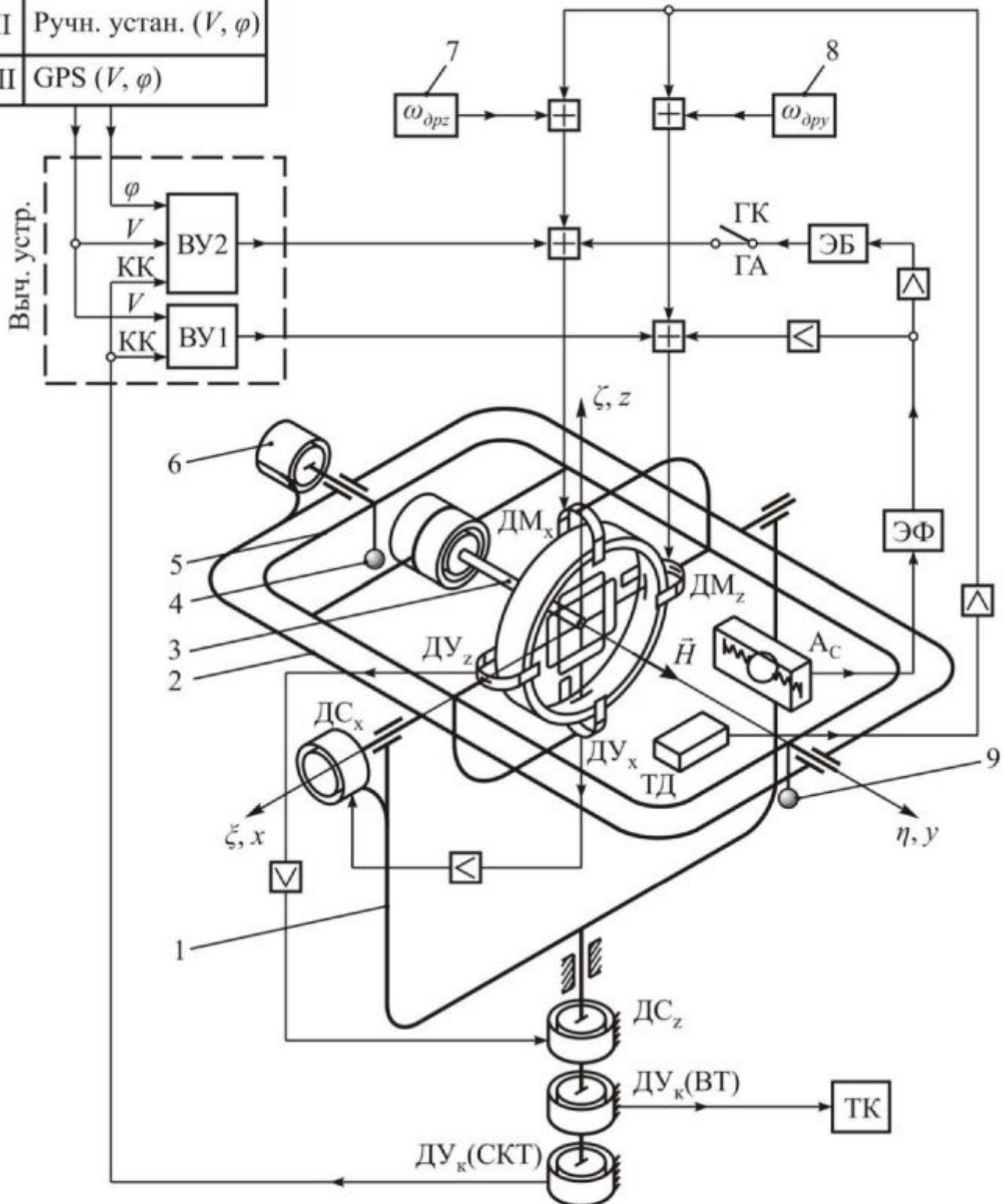


Рис. 3.22. Кинематическая схема гирокомпаса «Гюйс»:

- 1 – вертикальная рамка;
- 2 – горизонтальная рамка;
- 4, 9 – маятниковая масса;
- 5 – платформа;
- 3 – ДНГ;
- 6 – демпфер;
- 7, 8 – потенциометры

На датчики моментов  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$  поступает ряд других сигналов:

а) с вычислительного устройства ВУ1 и ВУ2 поступают сигналы корректирующих моментов. Эти сигналы формируются на основе информации о скорости объекта и широте его местонахождения. Реализованы три варианта введения информации, на выбор: скорость и широту вводят вручную; скорость вводят от лага, а широту вводят вручную; скорость и широта поступают автоматически от GPS;

б) от потенциометров 7 и 8, регулируемых вручную, поступают сигналы моментов, компенсирующих наблюдаемый дрейф гироскопа, вызванный воздействием на него вредных моментов;

в) от системы термокомпенсации, включающей в себя термодатчик ТД, установленный на платформе рядом с ДНГ, и усилитель термокомпенсации, поступает сигнал, устраняющий дрейф гироскопа, который зависит от температуры окружающей ДНГ среды.

Платформа 5 имеет трехстепенный подвес, реализованный следующим образом. По оси  $Oy$ , совпадающей с продольной осью корпуса гироскопа, платформа 5 установлена в горизонтальной рамке 2. Рамка подвешена по оси  $Ox$ , совпадающей с поперечной осью гироскопа, в вертикальной рамке 1. Карданова рамка 1, в свою очередь, по вертикальной оси  $Oz$  установлена в корпусе прибора. Платформа, вместе со всеми размещенными на ней элементами, обладает положительной маятникостью за счет понижения центра масс по отношению к точке подвеса с помощью дополнительных масс 4 и 9. Таким образом, относительно оси  $Oy$  платформа устанавливается в горизонтальной плоскости за счет маятникости, т.е. имеет маятниковую силовую стабилизацию. На продольной горизонтальной оси платформы  $Oy$  установлен демпфер 6, который обеспечивает быстрое погашение ее колебаний, являющихся результатом существования маятникового эффекта, относительно продольной оси платформы.

С поперечной горизонтальной осью рамки 2 связан двигатель горизонтальной стабилизации  $\Delta C_x$ , а с вертикальной осью рамки 1 – двигатель азимутальной стабилизации  $\Delta C_z$ . Оба двигателя безредукторные. На оси вертикальной рамки установлены два вращающихся трансформатора  $\Delta U_k(BT)$  и  $\Delta U_k(SKT)$ , которые представляют собой первичные датчики компасного курса. Один из них (СКТ) служит для передачи курса в вычислительные устройства ВУ1 и ВУ2, а второй (ВТ) в транслятор курса (ТК).

Работа индикаторной системы стабилизации происходит следующим образом. Датчики углов  $\Delta U_x$  и  $\Delta U_z$  выдают сигналы пропорциональные углам рассогласования между главной осью гироскопа и осью  $Oy$  платформы при ее вращении вокруг поперечной оси  $Ox$  и вертикальной оси  $Oz$ . Сигнал датчика угла  $\Delta U_x$  через усилитель поступает на двигатель стабилизации  $\Delta C_x$ , а сигнал датчика угла  $\Delta U_z$  через усилитель поступает на двигатель стабилизации  $\Delta C_z$ . Отрабатывая эти сигналы, двигатели обеспечивают постоянное удержание платформы относительно поперечной и вертикальной осей гироскопа (режим индикаторного стабилизатора). Система индикаторной стабилизации за счет введения

интегрального управления обладает астатизмом по отношению к постоянным возмущающим моментам.

Гирокомпас «Гюйс» используется при плавании в широтах до  $75^\circ$  при скорости до 90 узлов. Прибор рассчитан на эксплуатацию в следующих условиях:

- температура окружающей среды от  $-10$  до  $+55^\circ\text{C}$  (для пеленгаторных ренитеров, пелорусов и оптических пеленгаторов – от  $-40$  до  $+65^\circ\text{C}$ );
- синусоидальная вибрация в диапазоне частот  $5 - 8\text{ Гц}$  с амплитудой  $\pm 1,6\text{ мм}$ ;
- для частот от  $5$  до  $13,2\text{ Гц}$  и ускорением до  $10\text{ м/с}^2$  для частот от  $13,2$  до  $80\text{ Гц}$ ;
- бортовая качка с амплитудой  $20^\circ$  и периодом от  $6$  до  $15\text{ с}$ ;
- килевая качка с амплитудой  $10^\circ$  и периодом от  $6$  до  $15\text{ с}$ ;
- рыскание с амплитудой  $5^\circ$  и периодом от  $6$  до  $15\text{ с}$ ;
- наклон с максимальным углом  $45^\circ$ .

Погрешности «Гюйс»:

- погрешность на прямом курсе при постоянной скорости до 20 узлов  $\pm 0,6\text{ град}$ ;
- погрешность, вызванная качкой с горизонтальным ускорением до  $1\text{ м/с}^2 \pm 0,2\text{ град}$ ;
- погрешность, вызванная быстрым изменением скорости до 20 узлов  $\pm 0,2\text{ град}$ ;
- погрешность, вызванная быстрым изменением курса на  $180^\circ$  при скорости до 20 узлов  $\pm 0,2\text{ град}$ .

В режиме гироазимута угловая скорость дрейфа гироскопа составляет  $0,1\text{ град/ч}$ .

Время готовности прибора к работе составляет от 25 до 120 мин. (конкретное значение зависит от начального отклонения главной оси гироскопа от меридиана и начальных условий запуска: температуры, угла наклона, широты места, интенсивности качки и т.п.).

Гирокомпас «Гюйс» по сравнению с корректируемым гирокомпасом «Вега» отличается следующим:

- запуск и остановка ГК осуществляется автоматически по сигналам таймера;
- применён автоматический переход из режима «Гирокомпас» в режим «Гироазимут» при маневрировании судна;
- реализованы автоматическое введение информации о скорости судна и широте места от системы GPS, а также автоматическая сигнализация о неисправности при исчезновении этой информации;
- применён в качестве чувствительного элемента ДНГ, а в качестве индикатора горизонта – кварцевый акселерометр компенсационного типа;
- осуществлена автоматическая компенсация температурного дрейфа ДНГ;
- системы дистанционной передачи могут быть реализованы:
  - на базе сельсинов,
  - на базе вращающихся трансформаторов,
  - на шаговых двигателях,
  - в цифровом коде;
- расширена система сигнализации о неисправностях;
- предусмотрено автоматическое переключение гирокомпаса на аварийный источник питания.

Корректируемый гирокомпас «Гюйс» разработан Пермской научно-производственной компанией (НПК). На основе гирокомпаса «Гюйс» Пермская

НПК совместно с английской компанией «SG Brown» разработали ГК «Меридиан» с установившейся погрешностью от 0,1 град до 0,01 град.

### 3.6.4. Корректируемый гирокомпас «Яхта»

Гирокомпас «Яхта» [5, 9] предназначен для курсоуказания на морских и речных судах, катерах и яхтах со скоростью хода до 60 узлов в широтах до 85 градусов.

По принципу действия ГК «Яхта» относится к классу одногироскопных корректируемых гирокомпасов. Кинематическая схема ГК представлена на рис. 3.23. Система координат  $O\xi\eta\zeta$  – географическая. Система координат  $Oxuz$  связана с платформой 2. Чувствительным элементом ГК является динамически настраиваемый вибрационный гироскоп (ДНГ) 3. Гироскоп закреплен на платформе 2, обладающей двумя степенями свободы по отношению к кораблю. Главная ось гироскопа в невозмущенном положении параллельна продольной оси  $Ou$  платформы. В гироскопе имеются два датчика угла и датчика момента. Датчики угла  $\Delta U_x$  и  $\Delta U_z$  вырабатывают сигналы, пропорциональные углам отклонения главной оси ротора гироскопа от продольной оси платформы  $Ou$  при вращении ее вокруг поперечной  $Ox$  и вертикальной  $Oz$  осей. Датчики момента  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$  обеспечивают приложение к ротору гироскопа моментов, которые управляют его прецессионным движением относительно вертикальной и горизонтальной осей гироскопа. Кроме ДНГ на платформе 2 установлены два акселерометра: северный  $A_C$  и восточный  $A_B$ , измерительные оси (оси чувствительности, входные оси) которых ориентированы параллельно продольной и поперечной осям платформы соответственно. Северный акселерометр выдает сигнал, пропорциональный углу отклонения продольной оси  $Ou$  платформы от плоскости горизонта, а восточный – углу отклонения поперечной оси  $Ox$  платформы от плоскости горизонта (поворот вокруг продольной оси вместе с корпусом прибора).

Платформа 2 по оси  $Ox$ , совпадающей с поперечной осью корпуса гироскопа, подвешена на шарикоподшипниках в вертикальной рамке 1, которая по вертикальной оси укреплена на подшипниках в корпусе прибора.

С горизонтальной осью  $Ox$  платформы 2 связан двигатель горизонтальной стабилизации  $\Delta C_x$ . С вертикальной осью рамки 1 связан двигатель азимутальной стабилизации  $\Delta C_z$  и двухотсчетный синусно-косинусный врачающийся трансформатор (СКВТ), являющийся первичным датчиком  $\Delta U_k$  угла курса судна.

I	ЛАГ ( $V$ ) Ручн. устан. ( $\varphi$ )
II	Ручн. устан. ( $V, \varphi$ )

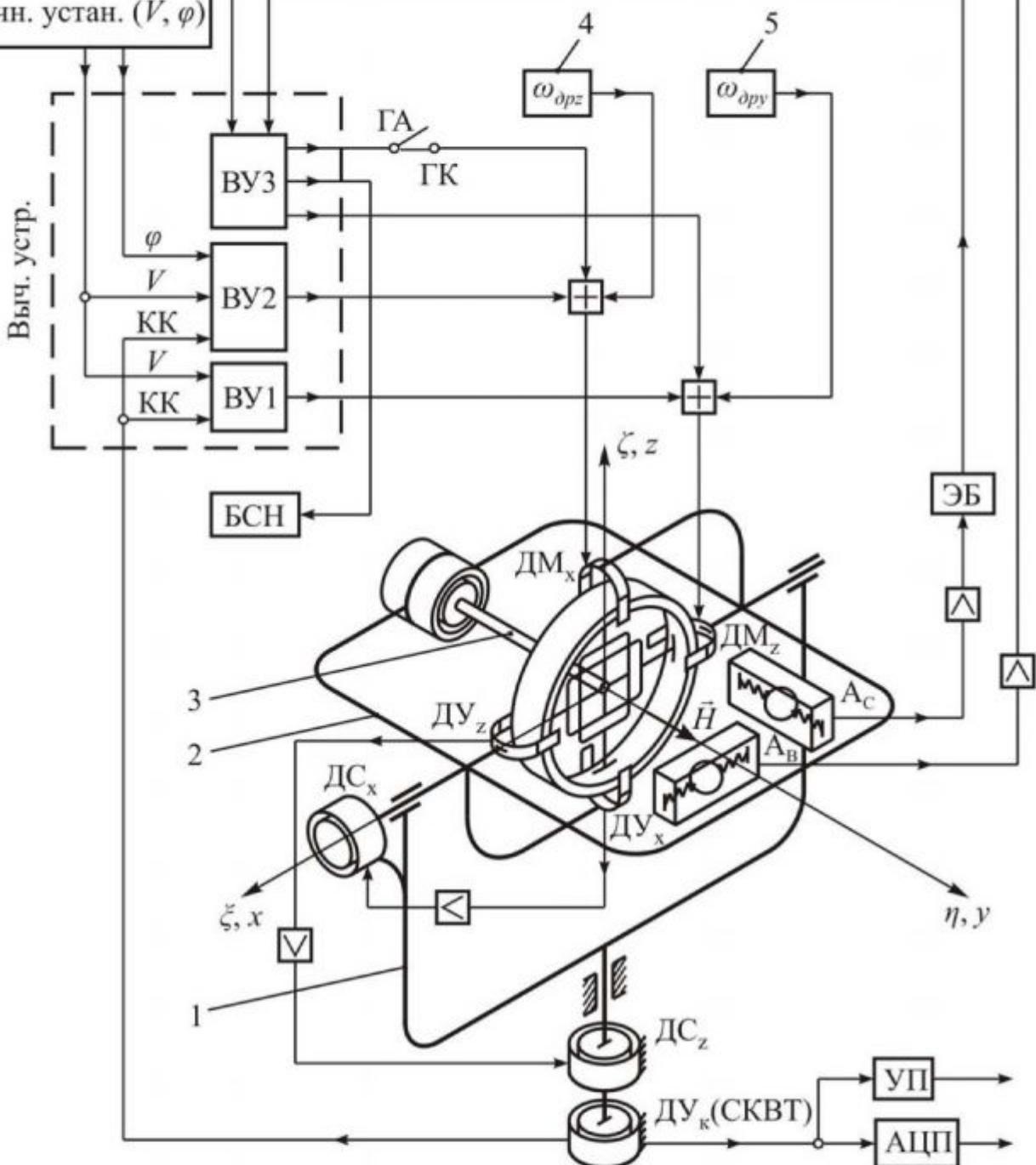


Рис. 3.23. Кинематическая схема ГК «Яхта»:  
1 – вертикальная рамка; 2 – платформа; 3 – ДНГ; 4, 5 – потенциометры

Сигнал датчика угла  $DU_x$  через усилитель поступает на двигатель стабилизации  $DC_x$ , а сигнал датчика угла  $DU_z$  через усилитель поступает на двигатель стабилизации  $DC_z$ . Отрабатывая эти сигналы, двигатели обеспечивают постоянное удержание платформы в положении, в котором ее продольная ось  $Oy$  совмещена с главной осью гироскопа.

Статор  $\Delta U_k(СКВТ)$  вместе с корпусом прибора выставляют относительно продольной оси (диаметральной плоскости) судна так, чтобы при приходе главной оси гирокомпаса в меридиан сигналы, снимаемые с СКВТ, были пропорциональны синусу и косинусу курса судна. То есть СКВТ является, как отмечалось, первичным датчиком курса гирокомпаса. Сигналы грубого и точного отсчета этого датчика поступают в вычислитель, где преобразуются в 14-разрядный последовательный код курса, отображаемый на дисплеях пульта оператора и цифровых репитерах. Кроме того, сигналы грубого и точного отсчета используются для формирования сигналов коррекции, а также поступают в трансляционный прибор гирокомпаса. Там они преобразуются в аналоговые сигналы курса, обеспечивающие работу аналоговых приемников в репитерах и у внешних потребителей курсовой информации.

Придание ДНГ избирательности по отношению к плоскости истинного меридиана (эффекта гирокомпасирования) и демпфирование колебаний гирокомпаса осуществляется так же, как в гирокомпасе, построенном на традиционном трехстепенном астатическом гирокомпасе с косвенным управлением, посредством сигналов северного акселерометра  $A_C$ .

Сигнал восточного акселерометра  $A_B$  необходим для аналитической стабилизации платформы относительно продольной оси  $Oy$ , т.к. двухстепенный карданов подвес платформы не позволяет стабилизировать ее в плоскости вращения ротора гирокомпаса.

На основе сигналов акселерометров  $A_C$  и  $A_B$  в вычислительном блоке  $VU1$ ,  $VU2$ ,  $VU3$  вырабатываются сигналы, поступающие на датчики момента  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$ , которые создают два управляющих момента по горизонтальной и вертикальной осям ротора. Эти моменты обеспечивают приход главной оси гирокомпаса (а значит и оси платформы  $Oy$ ) в положение равновесия, близкое к плоскости истинного меридиана и истинного горизонта.

Кроме этого, вычислитель  $VU$ , используя информацию о курсе, скорости движения объекта и широте, вырабатывает сигналы, которые также подаются на датчики моментов  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$ . В результате этого на ротор гирокомпаса налагаются дополнительные (корректирующие) моменты, обеспечивающие компенсацию широтной и скоростной погрешностей, т.е. приведение главной оси гирокомпаса в плоскость истинного меридиана и истинного горизонта при движении объекта с постоянной скоростью.

Кроме управляющих и корректирующих моментов, на датчики момента  $\Delta M_x$  и  $\Delta M_z$  поступают сигналы от двух потенциометров 4 и 5 ручной установки, которые позволяют сформировать моменты, компенсирующие систематические составляющие возмущающих (вредных) моментов, действующих на гирокомпас.

Инерционные силы, возникающие при маневрировании судна, а также в условиях качки, воздействуя на северный акселерометр, могут вызвать у гирокомпаса значительные погрешности. Для их снижения предусмотрен электронный блок  $ЭБ$ , включающий в себя электронный активный фильтр, который осуществляет задержку сигнала (придание определенной величины постоянной времени). Эта схема также ограничивает величину сигнала.

Кроме того, электронный блок ЭБ при наличии возмущений определенной величины при маневрировании судна, отключает сигнал северного акселерометра, автоматически переводя гирокомпас в режим гироазимута (ГА). В этом режиме прибор не имеет динамических погрешностей. После окончания маневра прибор снова автоматически переключается в режим гирокомпаса.

Если сигнал с северного акселерометра поступает в течение достаточно длительного времени (что свидетельствует об установившемся отклонении оси  $Oy$  платформы от меридiana), то блок сигнализации неисправности БСН, который анализирует указанный сигнал, включает систему сигнализации о неисправности гирокомпаса.

Существует ручной переключатель режимов «Гирокомпас – гироазимут» ГА–ГК, который используют для технологических операций.

Кроме режимов ГК и ГА предусмотрены вспомогательные режимы: «Горизонт» и «Автоматическое приведение», которые обеспечивают ускоренное горизонтирование платформы с гироскопом и приведение в меридиан.

При запуске гирокомпаса автоматически, по жесткому временному графику в соответствии с командными сигналами таймера, последовательно выполняются следующие операции: горизонтирование гироскопа с платформой; разгон ротора гиromотора; включение и согласование систем стабилизации; включение режима автоматического приведения в меридиан.

Режим автоматического приведения в меридиан аналогичен режиму ГК, но характеризуется большим коэффициентом усиления цепей стабилизации. Этот режим функционирует до прихода гироскопа в меридиан. Блок БСН, в этом случае, автоматически переключает прибор в режим ГК и выдает сигнал о готовности гирокомпаса к навигационному использованию.

#### Технические характеристики ДНГ:

- кинетический момент  $230 \text{ кг} \cdot \text{см}^2 / \text{с}$ ;
- скорость вращения ротора  $12000 \text{ об}/\text{мин}$ ;
- постоянная времени  $60 \text{ с}$ ;
- случайный дрейф не более  $0,01 \text{ град}/\text{ч}$ ;
- ресурс  $30000 \text{ ч}$ ;
- габариты
  - диаметр  $50 \text{ мм}$ ,
  - длина  $39 \text{ мм}$ ,
- масса  $213 \text{ г}$ .

#### Гирокомпас «Яхта» обеспечивает:

- определение курса относительно географического (истинного) меридиана, определение пеленгов;
- дистанционную передачу курсовой информации к аналоговым и цифровым приемникам курса;
- автоматический прием сигналов от лага, возможность ручного ввода скорости;
- автоматический запуск;
- сигнализацию о режиме работы и неисправностях.

Прибор рассчитан на эксплуатацию в следующих условиях:

- температура окружающей среды от  $-10$  до  $+55^{\circ}\text{C}$ ;
- синусоидальная вибрация в диапазоне частот  $5 - 80$  Гц с амплитудой ускорения до  $10 \text{ м/с}^2$ ;
- механический удар одиночного действия с пиковым ускорением  $100 \text{ м/с}^2$  и длительностью до  $10-15$  с;
- качка судна с горизонтальным ускорением до  $10 \text{ м/с}^2$ ;
- рысканье с угловой скоростью до  $10$  град/с;
- постоянное магнитное поле напряженностью до  $80$  А/м.

Прибор сохраняет параметры и не требует регулировки после воздействия следующих факторов:

- температура окружающей среды от  $-60$  до  $+70^{\circ}\text{C}$ ;
- относительная влажность воздуха до  $98\%$  при температуре  $+40^{\circ}\text{C}$ ;
- синусоидальная вибрация с частотой  $20 - 30$  Гц с амплитудой ускорения до  $20 \text{ м/с}^2$ ;
- наклон до  $45^{\circ}$  продолжительностью до  $5$  мин;
- рысканье судна с угловой скоростью до  $12$  град/с;
- морской туман, иней, роса, обледенение, плесень.

Погрешности ГК «Яхта»:

- погрешность при движении судна на прямом курсе при постоянной скорости до  $25$  узлов  $\pm 0,6$  град;
- погрешность при качке с горизонтальным ускорением до  $10 \text{ м/с}^2 \pm 0,2$  град;
- инерционная погрешность после быстрого изменения курса на  $180^{\circ}$  при скорости  $20$  узлов  $\pm 2,5$  град;
- инерционная погрешность после быстрого изменения скорости на  $20$  узлов  $\pm 1,6$  град.

Время готовности прибора к работе с погрешностью не более  $1$  градуса при неизвестном направлении меридиана не превышает  $1$  часа. Вероятность безотказной работы не менее  $0,85$ . Назначенный ресурс до ремонта –  $30000$  часов. Срок службы до списания –  $12$  лет.

Гирокомпас «Яхта» разработан ЦНИИ «Дельфин» (Москва). На мировом рынке распространялся под маркой «Sperry MK-32». В 1999 г. фирма «Дельфин» совместно с Южнокорейской фирмой «Сарако» создали гирокомпас «Гирокинг» («Gyroking»), который можно рассматривать как модификацию ГК «Яхта».

### **Контрольные вопросы**

1. Объяснить принцип работы однороторного ГК с непосредственным управлением.
2. Объяснить демпфирование колебаний ГК методом вертикального момента.
3. Объяснить сущность скоростной погрешности ГК.
4. Объяснить поведение ГК при воздействии по оси наружной рамки постоянного возмущающего момента.
5. Объяснить, почему демпфирование колебаний способом вертикального момента приводит к появлению широтной погрешности.
6. Почему в ГК требования к подвесу по оси наружной рамки значительно выше, чем к внутренней?
7. Пояснить причины появления инерционной погрешности первого и второго рода.
8. Объяснить физический смысл и условие невозмущаемости гирокомпаса ускорениями корабля.
9. Объяснить причину появления погрешности ГК на качке.
10. Пояснить принцип работы ГК с косвенным управлением.
11. Какие моменты коррекции в корректируемом ГК необходимо формировать для того, чтобы в установившемся режиме главная ось ГК находилась в плоскости горизонта и в плоскости меридiana?

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бороздин, В.Н. Гирокопические приборы и устройства систем управления: учебное пособие / В.Н. Бороздин. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.
2. Бутенин, Н.В. Курс теоретической механики: учебник / Н.В. Бутенин, Я.П. Лунц, Д.Р. Меркин. – СПб.: Лань, 2004. – 461 с.
3. Бромберг, П.В. Гирокопические системы. Гирокопические приборы и системы: учебное пособие / П.В. Бромберг, И.Д. Михалев, Е.А. Никитин и др.; под ред. Д.С. Пельпора. – М.: Высшая школа, 1971. – 488 с.
4. Лысов, А.Н. Прикладная теория гирокопов: учебное пособие / А.Н. Лысов, Н.Т. Виниченко, А.А. Лысова. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. – 252 с.
5. Морская навигационная техника: справочник / В.В. Воронин, Н.Н. Григорьев, В.К. Перфильев и др.; под ред. Е.Л. Смирнова. – СПб.: ЭЛМОР, 2002. – 224с.
6. Одинцов, А.А. Теория и расчет гирокопических приборов: учебное пособие / А.А. Одинцов. – Киев: Вища школа, 1985. – 392 с.
7. Ривкин, С.С. Теория гирокопических устройств: монография / С.С. Ривкин. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 507 с.
8. Смирнов, Е.Л. Технические средства судовождения. Теория: учебник для вузов / Е.Л. Смирнов, А.В. Яловенко, В.В. Воронов. – СПб.: ЭЛМОР, 1996. – 541с.
9. Смирнов, Е.Л. Технические средства судовождения. Конструкция и эксплуатация: учебник для вузов / Е.Л. Смирнов, А.В. Яловенко, В.К. Перфильев. – СПб.: ЭЛМОР, 2000. – Том 2. – 656 с.
10. Смирнов, Е.Л. Гирокопические навигационные системы: научное издание / Е.Л. Смирнов. – СПб.: 2004. – 400 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ УКАЗАТЕЛИ ВЕРТИКАЛИ МЕСТА	
1.1. Вертикаль места. Математический и физический маятники.....	4
1.2. Поведение свободного трехстепенного гироскопа на Земле.....	9
1.3. Гирокопический маятник .....	10
1.4. Гирокопическая вертикаль .....	19
1.4.1. Уравнения движения гировертикали .....	21
1.4.2. Гировертикаль с пропорциональной характеристикой коррекции.....	23
1.4.3. Поведение гировертикали с пропорциональной характеристикой коррекции на вираже.....	32
1.4.4. Гировертикаль с постоянной характеристикой коррекции .....	38
1.4.5. Гировертикаль со смешанной характеристикой коррекции.....	42
1.4.6. Кардановы погрешности гировертикалей .....	43
1.4.7. Гировертикаль повышенной точности.....	46
1.4.8. Гировертикаль с интегральной коррекцией .....	49
2. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ В АЗИМУТЕ .....	56
2.1. Гироскопы направления .....	57
2.1.1. Кинематическая схема и принцип работы гироскопа направления .....	59
2.1.2. Уравнения движения гироскопа направления. Виды азимутальной коррекции .....	61
2.1.3. Погрешности гироскопа направления .....	66
2.2. Гиромагнитные и гироиндукционные компасы	
2.2.1. Магнитное поле Земли.....	75
2.2.2. Магнитный компас .....	77
2.2.3. Индукционный компас .....	79
2.2.4. Гиромагнитный и гироиндукционный компасы .....	84
2.2.5. Уравнения движения гиромагнитного компаса .....	85
2.2.6. Схемы гиромагнитного и гироиндукционного компасов .....	89

3. ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ КОМПАСЫ .....	92
3.1. Принцип образования гирокомпаса .....	92
3.2. Демпфирование колебаний гирокомпаса .....	96
3.3. Уравнения движения гирокомпаса.....	99
3.4. Инерционные погрешности гирокомпаса.....	109
3.5. Влияние качки корабля на гирокомпас.....	113
3.6. Гирокомпас с косвенным управлением .....	119
3.6.1. Уравнения движения корректируемого гирокомпаса и их анализ .....	122
3.6.2. Корректируемый гирокомпас, построенный на индикаторном гиростабилизаторе.....	127
3.6.3. Корректируемый гирокомпас «Гюйс» .....	129
3.6.4. Корректируемый гирокомпас «Яхта» .....	133
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	139