

**ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
ДИНАМИКА**

Методические указания с заданиями
и методикой их выполнения

Введение

Преподавание теоретической механики преследует двоякую цель. Во-первых, механика имеет огромное общеобразовательное значение: изучение этой дисциплины способствует формированию у студентов диалектико-материалистического мировоззрения, развивает их логическое мышление и вводим их в понимание весьма широкого круга явлений, относящихся к простейшей форме движения материи – к механическому движению. Во-вторых, теоретическая механика является научной базой современной техники.

Поэтому глубокие знания по теоретической механике необходимы инженеру любой специальности.

Комплексное задание по разделу «Динамика» разработано в соответствии с рабочими программами специальностей 110301, 110304, 190603 по дисциплине «Теоретической механика». Общая трудоемкость дисциплины часов, из них на раздел «Динамика» сводится часов. Раздел «Динамика» изучается на втором курсе в третьем семестре всех указанных специальностей.

Комплексное задание по разделу «Динамика» представляет полное исследование движения механической системы с одной степенью свободы. Задание является органической частью изучения законов и методов механики. Основная цель задания- практическое освоение методов решения наиболее характерных задач основных тем динамики механической системы и закрепление знаний теорем для успешной сдачи экзамена по этому разделу.

Общие указания

Основной раздел теоретической механики- динамика механических систем: Значимость этого раздела определяется не только тем, что подавляющее число конкретных задач, связанных с изучением движения различных механизмов, которые в наши дни приходится решать любому инженеру, относится к динамике. Не менее существенным является и то, что именно в динамике будущий специалист знакомится с основными идеями и методами механики, постигает сущность этой науки и ее роль в изучении и познании окружающего нас мира. Наконец, изучение динамики, как и других наук в природе, способствует выработке у студентов правильного, механического мировоззрения.

Для выполнения комплексного задания по динамике студенту следует усвоить следующие вопросы теоретического материала: понятие свободной и несвободной механической системы; силы действующие на механическую систему; центр масс механической системы; моменты инерции; теорема о движении центра масс системы; следствия из теоремы; количество движения; теорема об изменении количества движения системы; момент количества движения точки и кинетический момент механической системы относительно центра и оси; теорема об изменении кинетического момента системы относительно некоторой оси; дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси, дифференциальные уравнения плоского движения твердого тела; работа и мощность силы, вычисление работы и мощности различных сил (силы тяжести, силы трения скольжения, упругой силы, переменной силы, заданного момента, момента сопротивления качения); кинетическая энергия, кинетическая энергия в различных случаях движения тела; теорема об изменении кинетической энергии механической системы; даламберовой силы инерции материальной точки; приведение сил инерции к центру в простейших случаях движения твердого тела; принцип Даламбера для механической системы; связи, возможные перемещения; идеальные связи; принцип возможных перемещений; общее уравнение динамики (принцип Даламбера-Лагранжа); обобщенные координаты и обобщенные силы, уравнения Лагранжа второго рода.

Теоретические вопросы программы раздела «Динамика» можно повторить по учебникам: С.М. Тарг, Краткий курс теоретической меха-

ники. – М.: Высшая школа. 2000г. §42, 43, 44, 48, 49, 51, 58, 73, 74, 78, 87, 88, 100, 101, 102, 103, 106, 107, 108, 110, 111, 112, 115, 116, 117, 121, 122, 123, 128, 130, 133, 134, 137, 138, 139, 141, 142, 143, 145.

А.А. Яблонский, В.М. Никифорова. Курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 2002г. §§3, 9, 14, 20, 25, 30, 39, 63, 67, 73, 78, 79, 80, 86, 90, 91; §§31-34, 43-48, 53-58, 59-63, 68, 69, 78, 79, 86, 87, 106-109, 117, 118, 125.

Прежде чем приступить к выполнению комплексного задания необходимо тщательно изучить соответствующую теорию раздела, затем проверить свои знания по контрольным вопросам программы раздела, то есть осуществить самопроверку.

Выполнение задания необходимо сопровождать краткими пояснениями, подробно излагая весь ход расчета и прилагая четкие, наглядные и аккуратные чертежи к каждому пункту задания, позволяющие четко показать заданные силы, реакции связей и векторы скоростей и ускорений.

Задание носит учебно-исследовательский характер, т.к. студент определяет разными способами ускорение первого тела и натяжение нити на всех участках, сравнивает и анализирует полученные результаты.

В задании требуется определить скорость и ускорение первого тела, применяя теорему об изменении кинетической энергии механической системы, ускорение первого тела и натяжение нитей при помощи теоремы об изменении кинетического момента системы, а так же при помощи принципа Даламбера и принципа Даламбера- Лагранжа.

Каждый студент для расчетов имеет механизм, состоящий из трех или четырех тел, совершающих поступательное, вращательное и плоское движение. В первую очередь студент выполняет кинематический расчет, основываясь на знаниях, умениях и навыках полученных при выполнении расчетно-графической работы по кинематике. Все пункты задания выполняются для одной и той же схемы и в конце выполнения задания студент должен сделать сравнительный анализ методов определения ускорения первого тела.

При собеседовании по заданию студенты должны уметь отвечать на вопросы, связанные с его выполнением, а также хорошо знать основ-

ные понятия механики, основные теоремы динамики, аналитические принципы механики.

Комплексные задания для исследования движения механической системы с одной степенью свободы

Схемы заданий и таблица данных №1

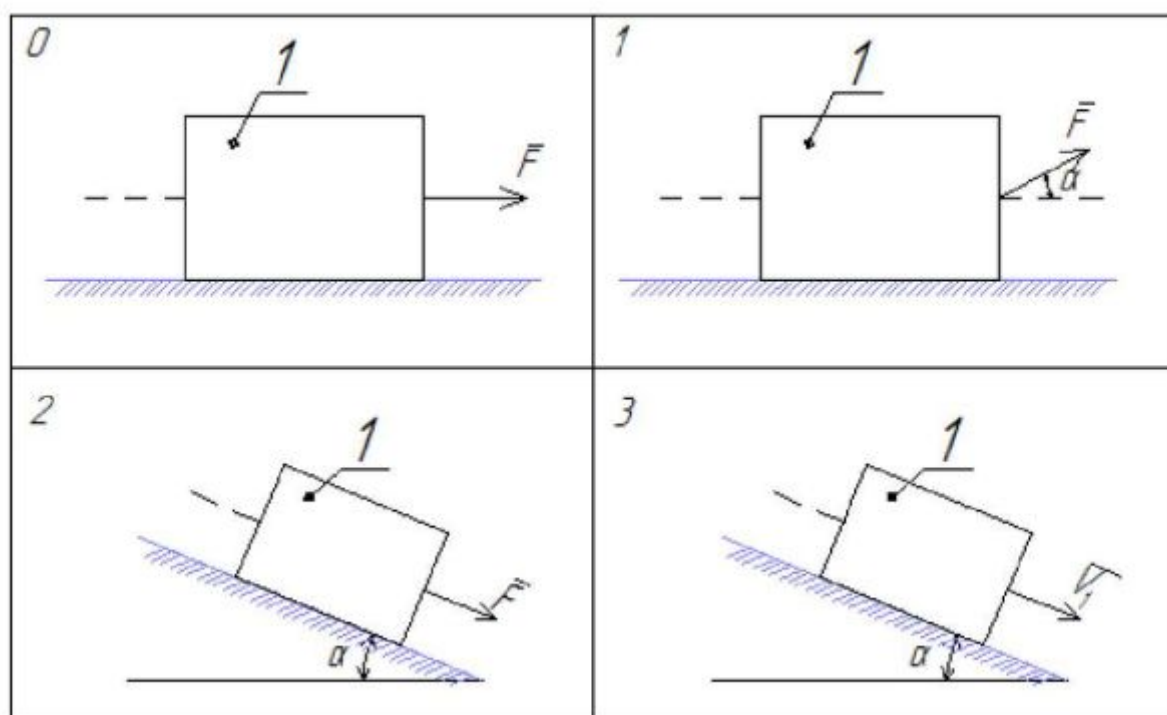
Механическая система, в состав которой входят три тела из указанных, приходит в движение из состояния покоя под действием силы тяжести или постоянной силы F .

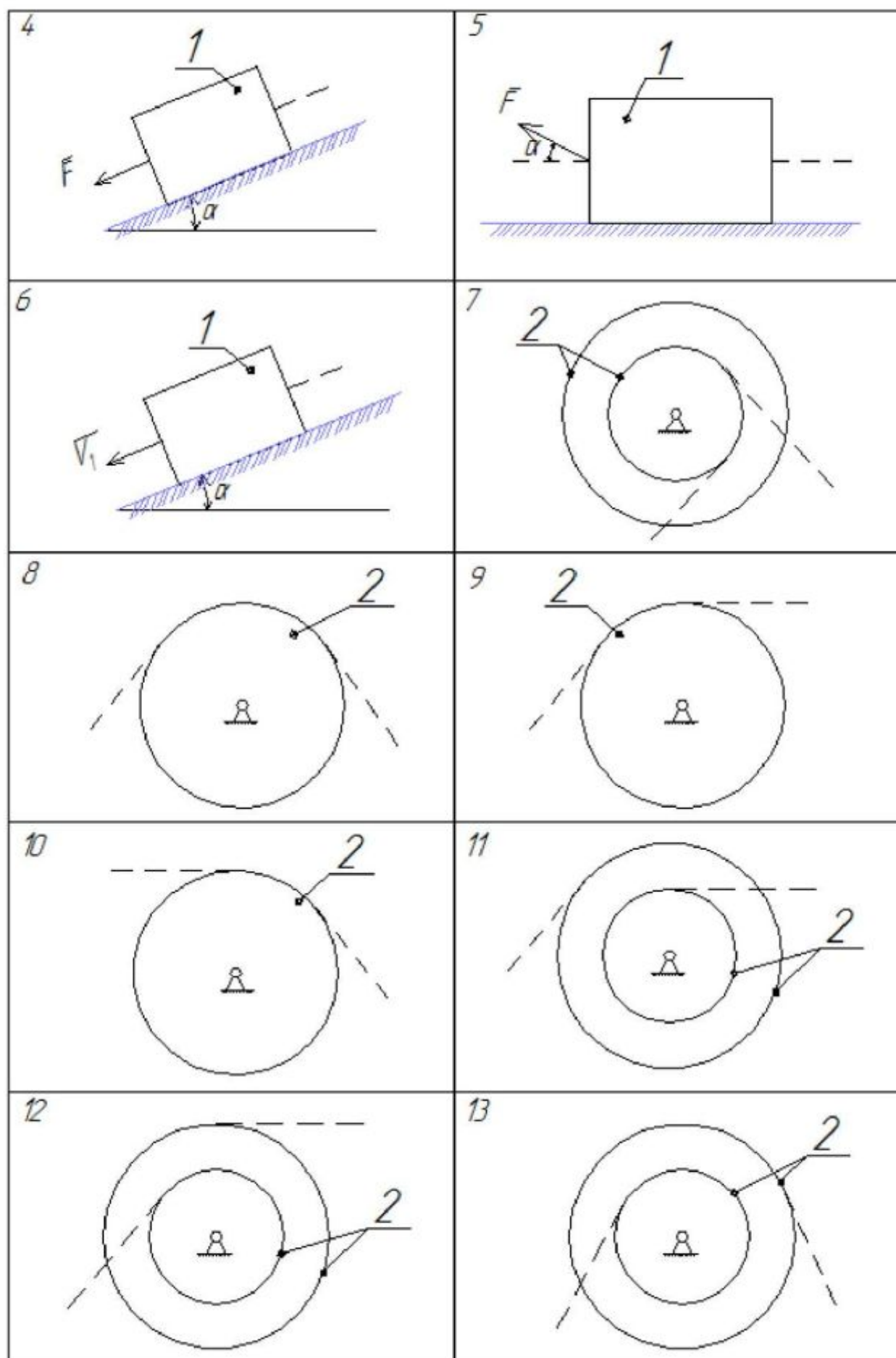
Трением в подшипниках и массами нерастяжимых нитей пренебречь. Качение тела происходит без скольжения. Применяя алгоритм исследования движения механической системы, определить скорость и ускорение центра масс первого тела и силы натяжения нити на всех ее участках.

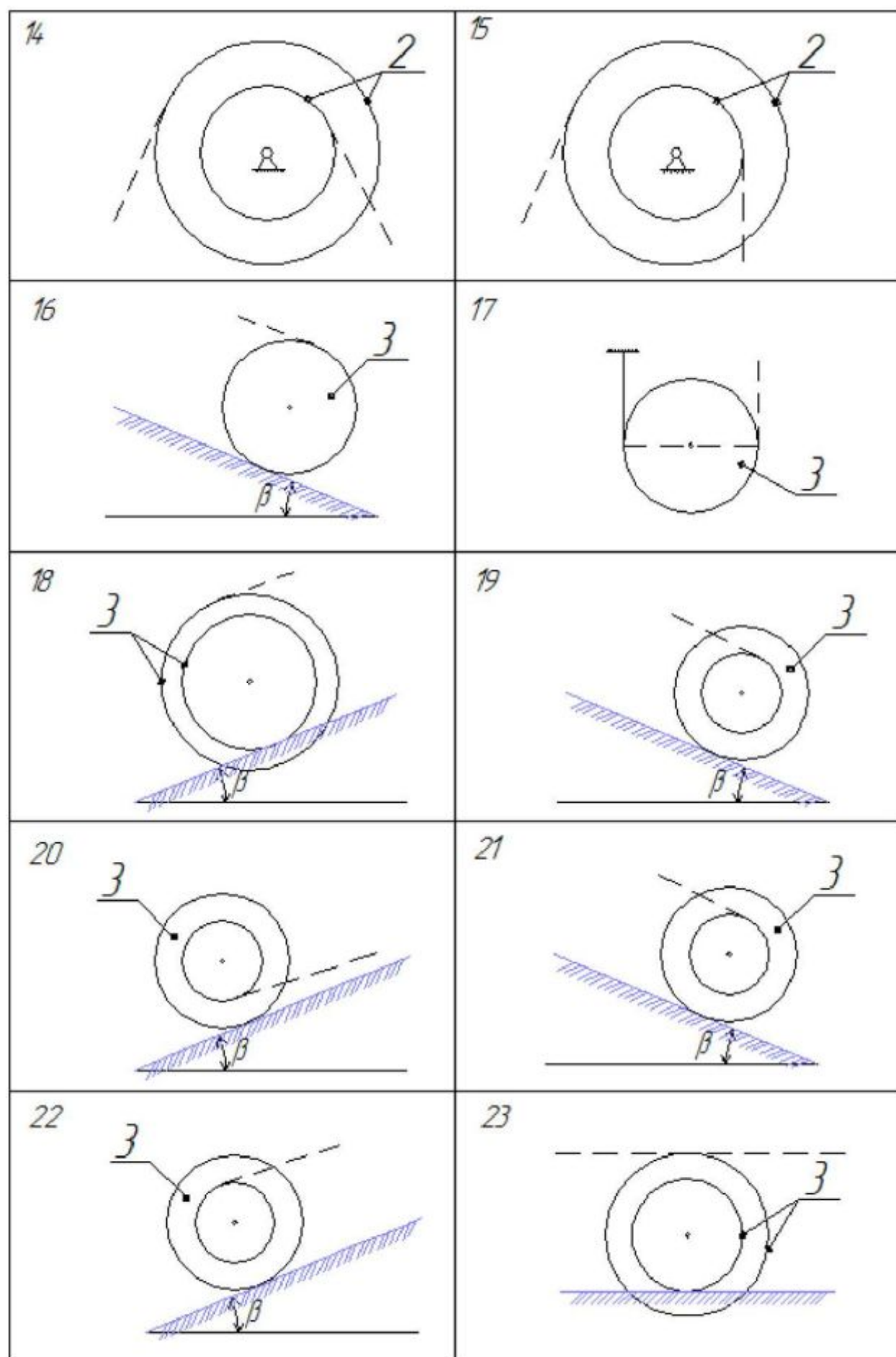
Таблица данных к заданию №1

№	m_1	m_2	m_3	F	R_2	r_2	R_3	r_3	i_2	i_3	f	δ	α	β	S
	кг			Н	см						-	см	градус		м
0	24	10	15	80	30	15	42	21	20	30	0,12	0,2	30	60	3,0
1	20	14	9	60	20	10	38	19	15	18	0,1	0,3	37	53	2,5
2	25	16	8	56	40	20	50	25	30	26	0,31	0,15	45	60	2,0
3	30	20	12	90	35	17	44	22	26	28	0,17	0,23	37	30	2,4
4	12	8	7	40	25	13	30	15	19	22	0,24	0,18	53	60	1,8
5	22	15	12	72	28	14	36	18	21	27	0,3	0,25	30	45	2,8
6	18	7	10	38	32	16	40	20	24	32	0,22	0,1	45	53	1,6
7	16	12	11	64	42	21	48	24	31	36	0,15	0,28	60	37	1,5
8	24	18	16	70	18	9	26	13	14	20	0,17	0,35	45	37	2,6
9	32	22	14	68	38	19	52	26	27	38	0,4	0,32	53	30	2,1

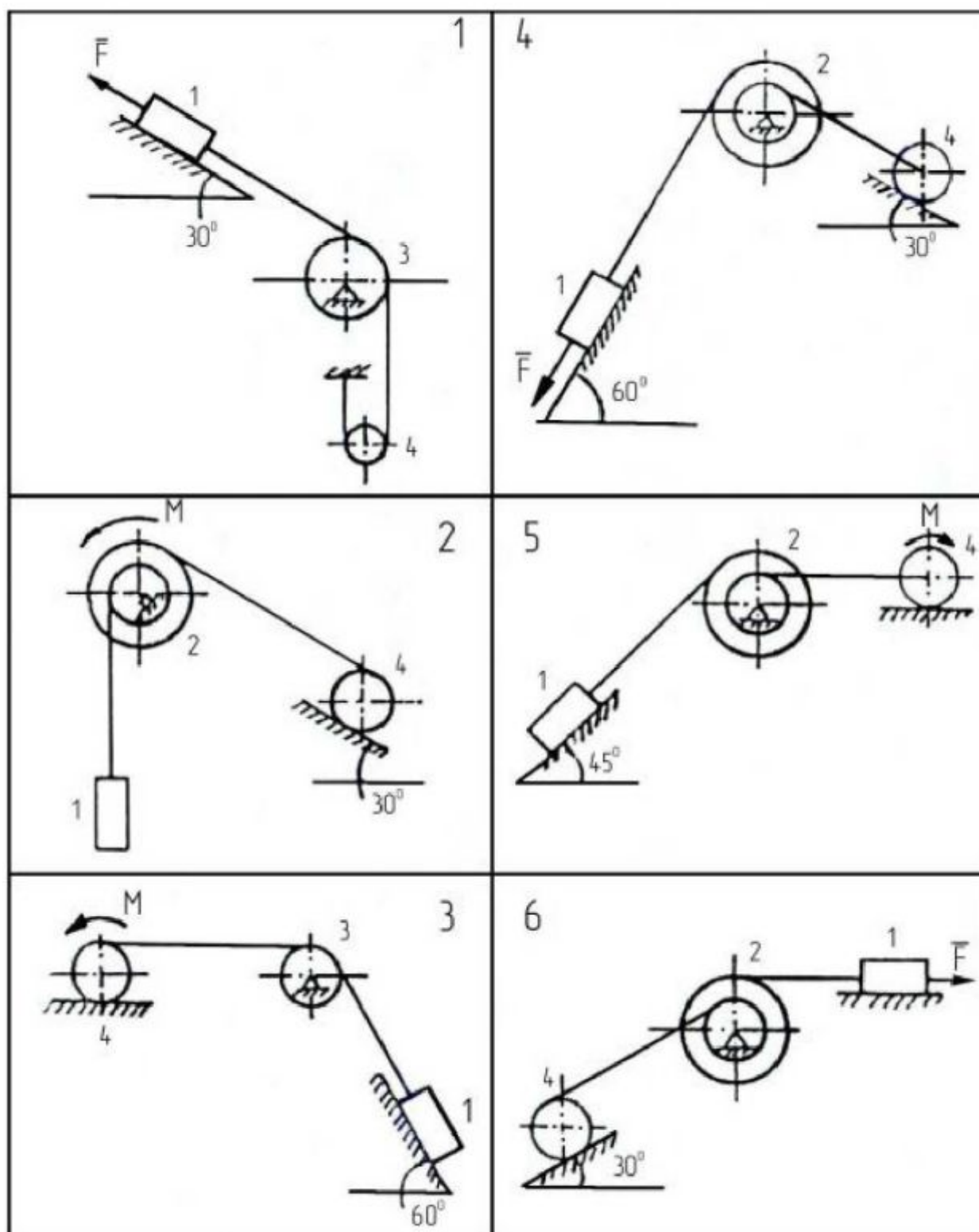
Схемы задания №1

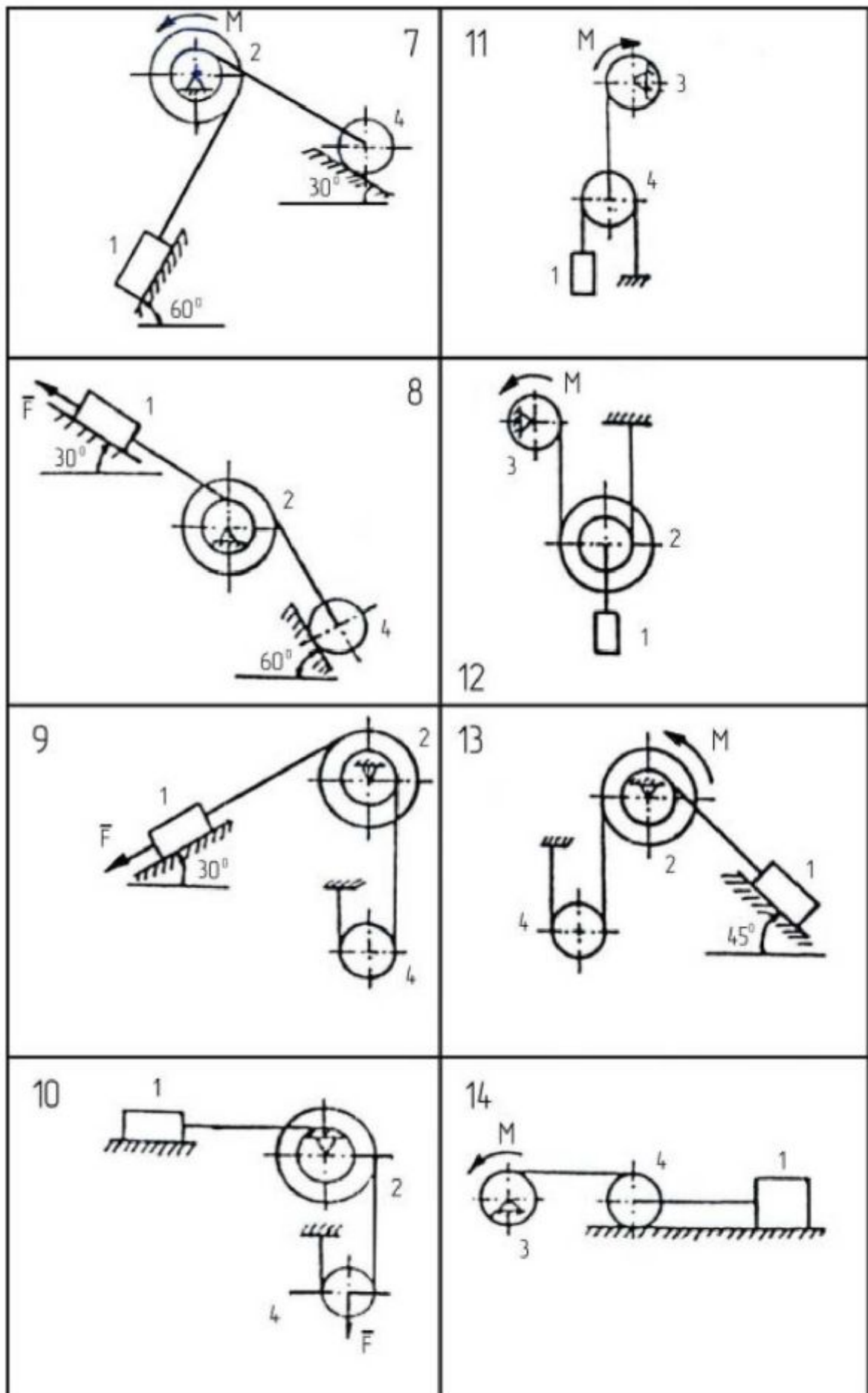


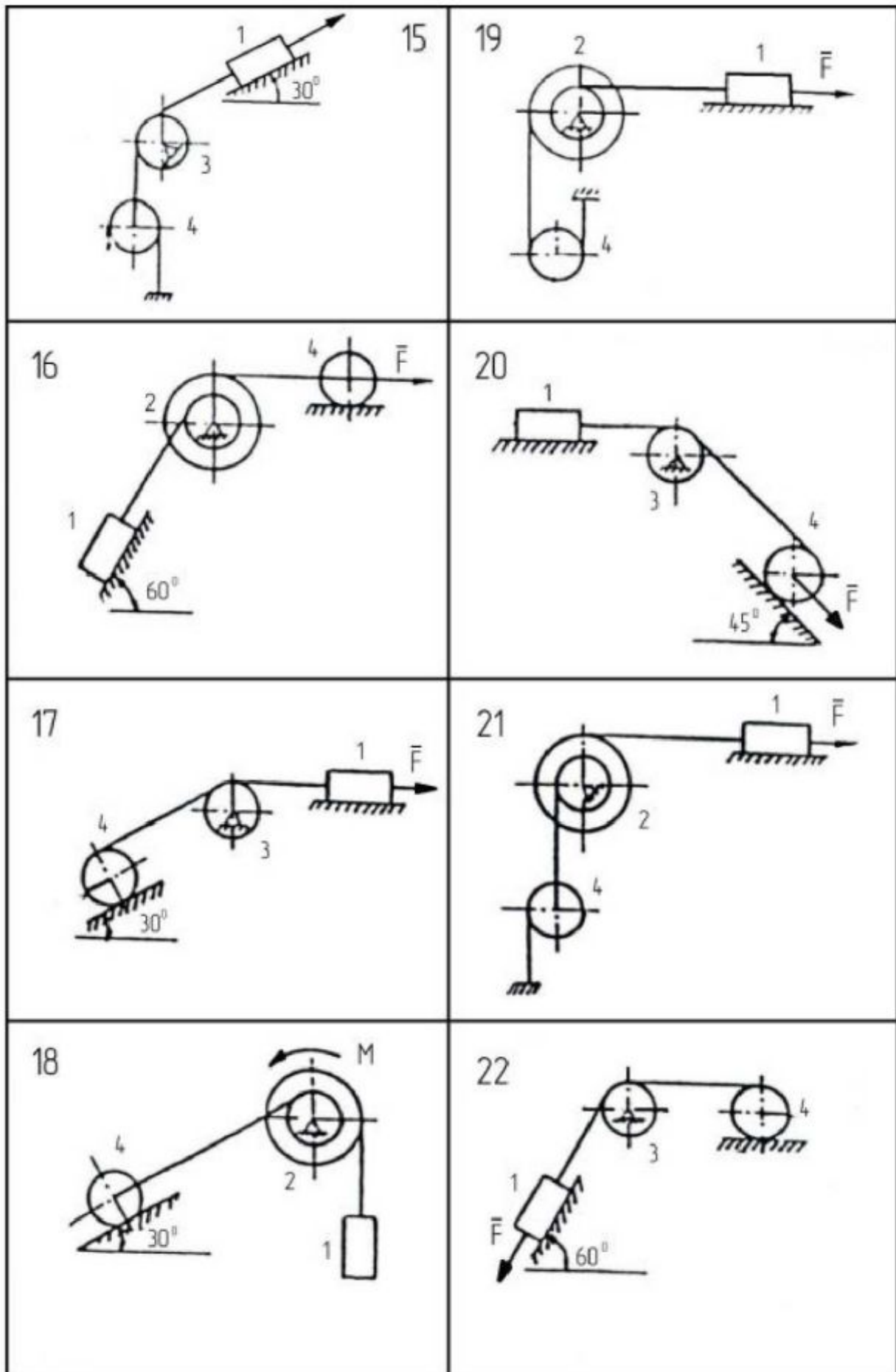




Схемы задания №2







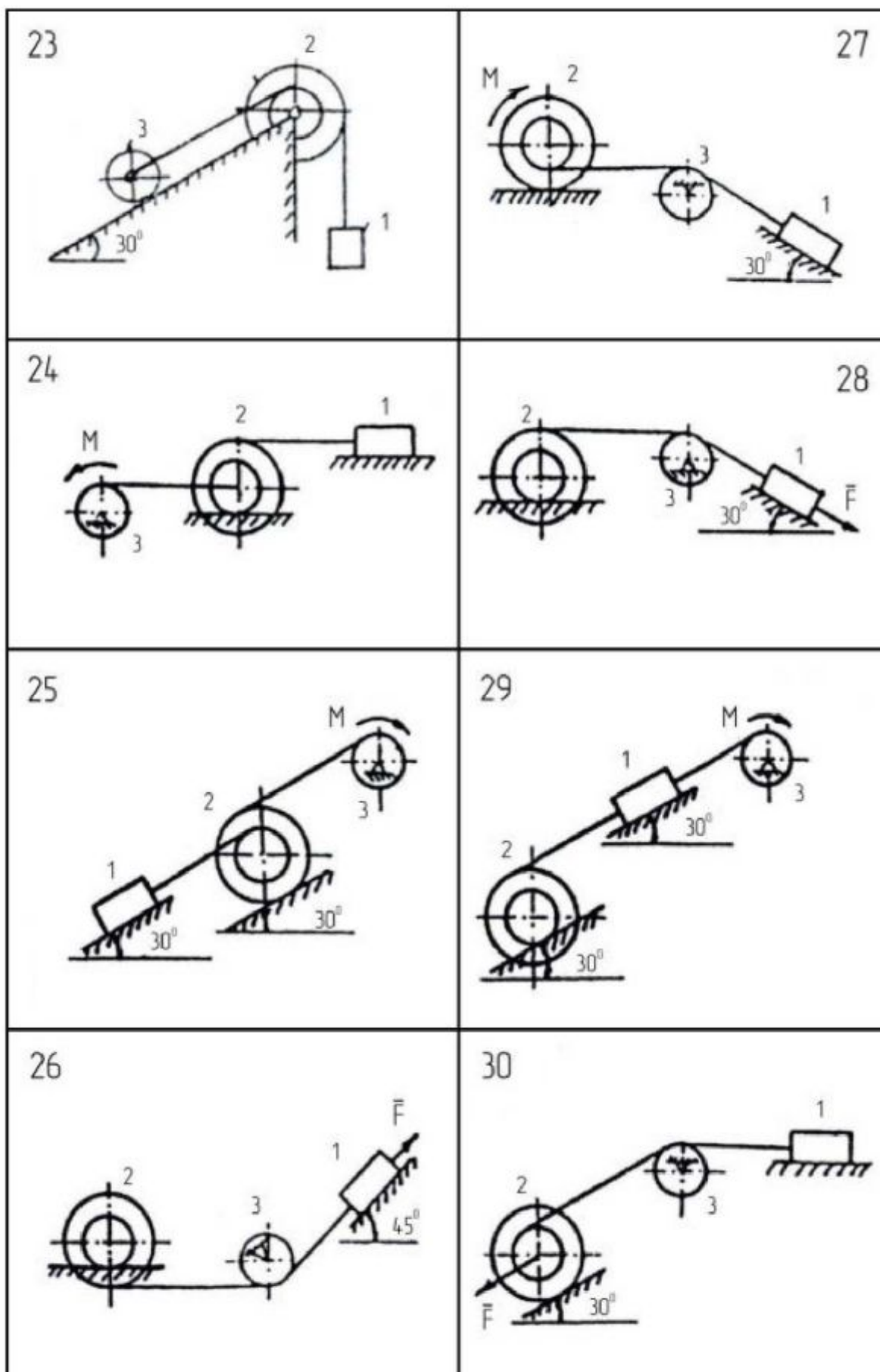
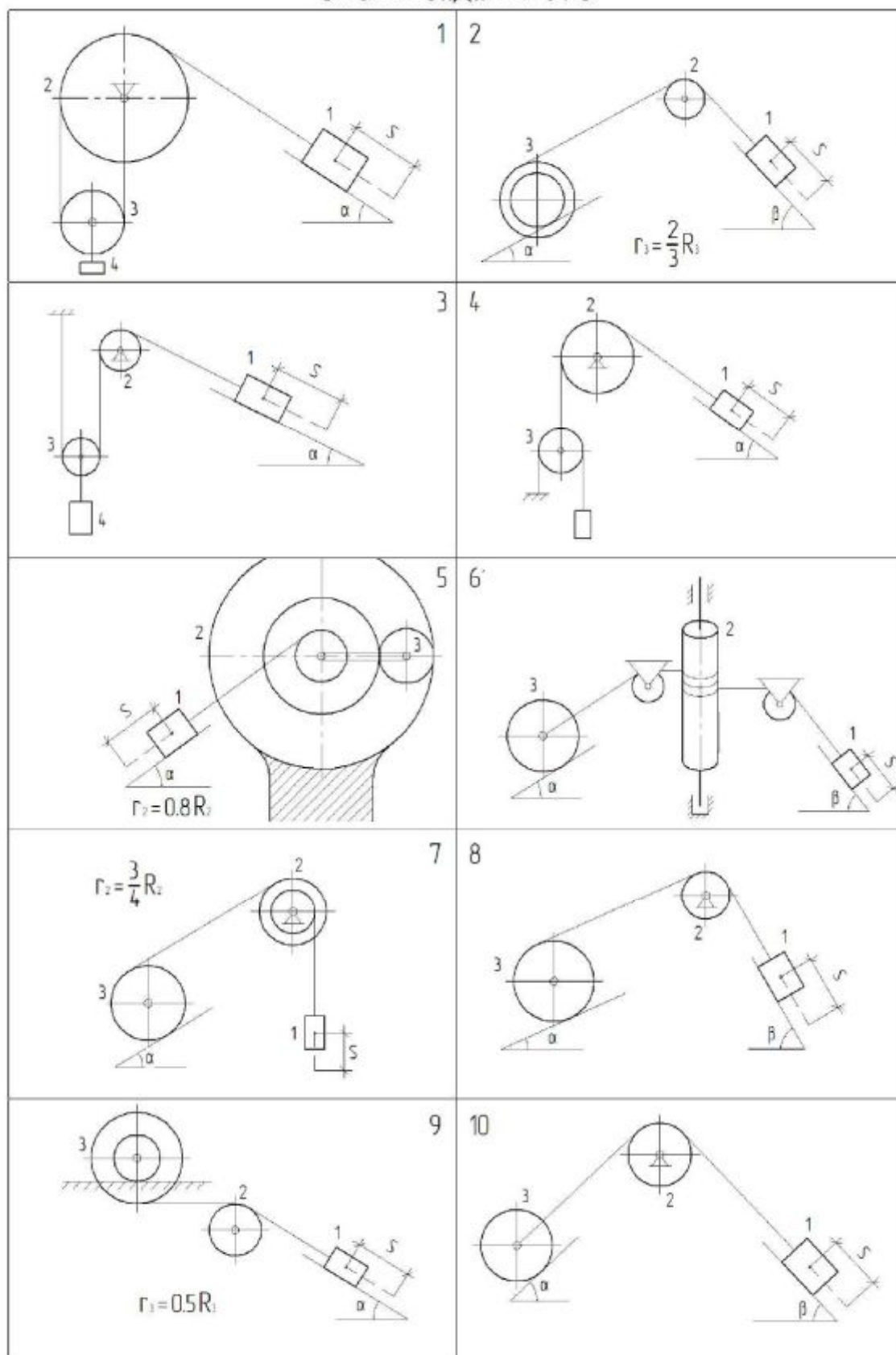
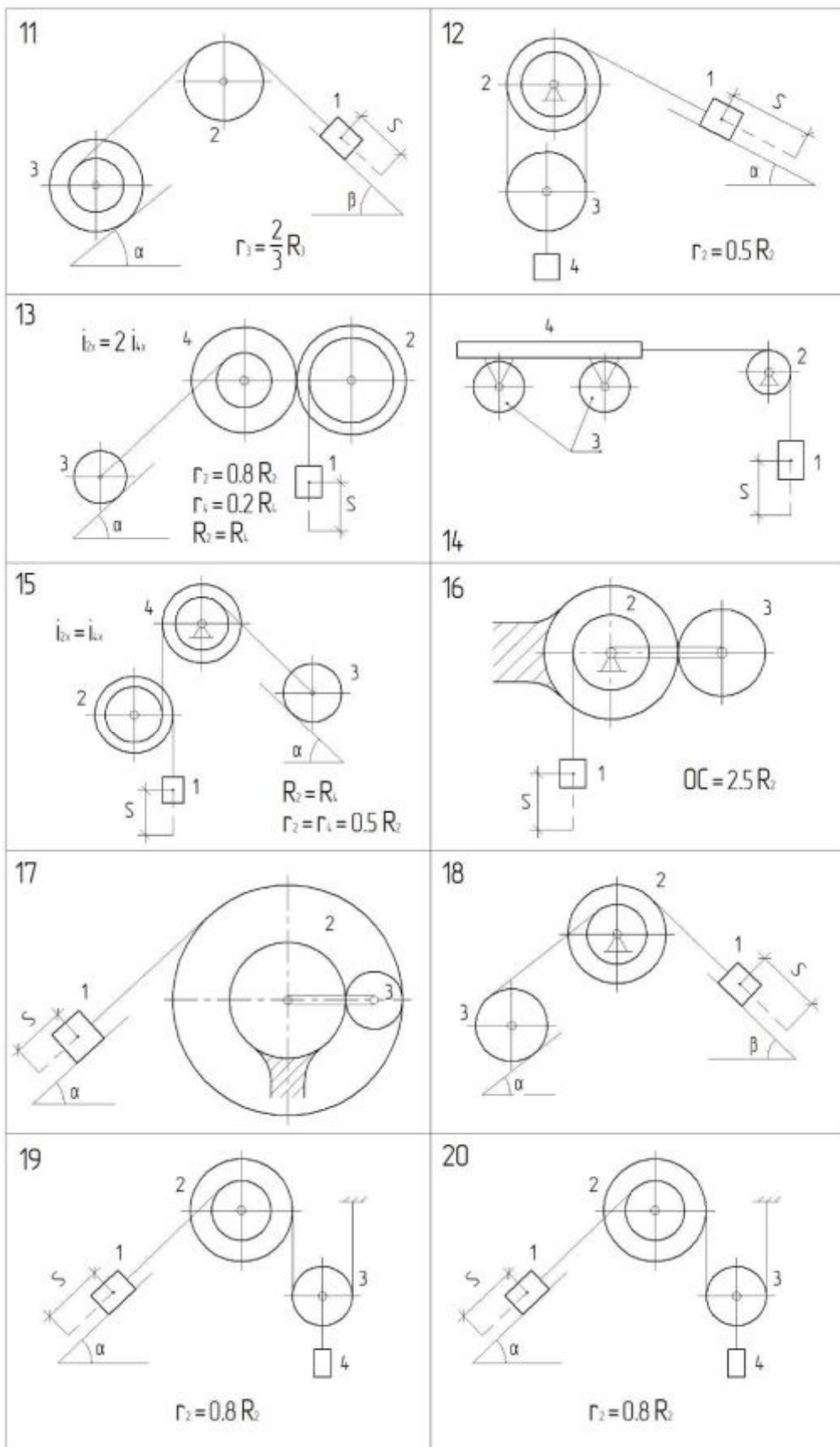


Таблица к заданию №2

№	m_1	m_2	m_3	m_4	F	M	f	r_4	δ
1	2	6	4	3	80	30	0.1	0.1	0.001
2	3	4	5	2	40	60	0.2	0.2	0.002
3	2	3	8	5	30	10	0.1	0.2	0.003
4	4	5	6	2	60	10	0.2	0.1	0.002
5	6	8	3	4	40	80	0.2	0.1	0.003
6	2	4	5	3	50	20	0.1	0.2	0.001
7	4	8	2	6	60	30	0.1	0.2	0.001
8	2	8	5	4	80	40	0.2	0.2	0.002
9	6	8	3	5	50	30	0.2	0.2	0.001
10	4	8	5	6	30	50	0.1	0.2	0.002
11	3	4	5	6	40	60	0.2	0.1	0.001
12	2	4	6	3	30	90	0.1	0.1	0.003
13	2	4	6	3	50	30	0.2	0.1	0.002
14	6	3	4	8	80	20	0.1	0.1	0.001
15	2	6	4	3	80	40	0.2	0.2	0.002
16	4	6	2	5	60	50	0.1	0.1	0.002
17	6	3	8	4	50	30	0.2	0.2	0.001
18	4	6	2	8	30	10	0.1	0.1	0.001
19	10	8	3	5	60	20	0.1	0.2	0.002
20	5	2	4	6	40	30	0.2	0.1	0.001
21	2	6	5	4	80	20	0.1	0.2	0.002
22	5	3	4	8	20	10	-	0.2	0.002
23	4	6	2	-	30	40	0.3	0.3	0.002
24	2	4	6	-	10	20	0.2	0.2	0.003
25	2	4	6	-	40	50	0.1	0.1	-
26	2	10	4	-	50	30	0.1	0.2	0.002
27	4	6	2	-	30	40	0.2	0.2	-
28	6	8	4	-	40	20	0.2	0.1	0.001
29	2	4	6	-	20	60	-	0.2	-
30	4	6	2	-	10	40	0.2	0.1	0.002

Схемы задания №3





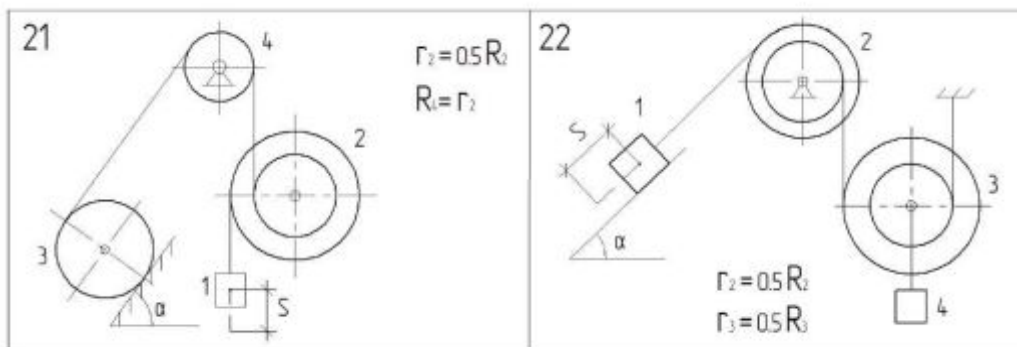


Таблица данных к заданию №3

№	m ₁	m ₂	m ₃	m ₄	R ₂	R ₃	i _{2х}	i _{3з}	α	β	f	δ	S	Примечание
	кг (m=20кг)				см		см		град		-	см	м	
1	m	4m	1/5m	4/3m	-	-	-	-	60	-	0.1	-	2	
2	m	1/2m	1/3m	-	-	30	-	20	30	45	0.22	0.20	2	
3	m	m	1/10m	m	-	-	-	-	45	-	0.10	-	2	
4	m	1/4m	1/4m	1/5m	-	-	-	-	60	-	0.10	-	3	
5	m	2m	m	-	20	15	18	-	60	-	0.12	-	0.28π	Массой водила пренебречь
6	m	3m	m	-	-	28	-	-	30	45	0.10	0.28	1.5	
7	m	2m	2m	-	16	25	14	-	30	-	-	0.20	2	
8	m	1/2m	1/3m	-	-	30	-	-	30	45	0.15	0.20	1.75	
9	m	2m	9m	-	-	30	-	20	30	-	0.12	0.25	1.5	
10	25m													
11	m	1/2m	1/4m	-	-	30	-	25	30	45	0.17	0.20	2.5	
12	m	1/2m	1/5m	m	30	-	20	-	30	-	0.20	-	2.5	
13	m	2m	5m	2m	30	20	26	-	30	-	-	0.24	2	
14	m	1/2m	5m	4m	-	25	-	-	-	-	-	0.20	2	Массы каждого из четырех ко-лес одинаковы
15	m	1/2m	4m	1/2m	20	15	18	-	60	-	-	0.25	1.5	
16	m	1/3m	1/4m	-	16	20	-	-	-	-	-	-	0.04π	Массой водила пренебречь
17	m	3m	m	-	35	15	32	-	60	-	0.15	-	0.2π	Массой водила пренебречь
18	m	1/3m	1/10m	m	24	-	20	-	60	-	0.15	-	1.5	
19	m	m	2m	-	20	20	16	-	30	45	0.20	0.32	1.2	
20	m	m	1/10m	4/5m	20	-	18	-	30	-	0.10	-	1	
21	m	m	6m	1/2m	20	20	16	-	30	-	-	0.20	2	
22	26m	1/2m	3/10m	3/2m	26	20	20	18	30	-	0.12	-	2	

Методика выполнения расчетов комплексного задания
по разделу «Динамика»

Порядок исследования движения механической системы с одной степенью свободы.

1. Применяя теорему об изменении кинетической энергии механической системы в конечной форме, определить скорость центра масс первого тела в момент времени, когда он пройдет путь равный S_1 .
2. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме определить ускорение центра масс первого тела.
3. Определить величину вектора количества движения механической системы, выразив ее через скорость центра масс первого тела.
4. Определить кинетический момент механической системы относительно оси, проходящей через центр масс вращающегося тела, перпендикулярной плоскости чертежа, выразив его через скорость центра масс первого тела.
5. Применяя теоремы об изменении количества движения и об изменении кинетического момента системы к отдельным телам, освободив каждое из них от связей, найти ускорение центра масс первого тела и определить натяжение нитей на всех ее участках.
6. Применяя теорему об изменении кинетического момента системы к телу, совершающего плоское движение, определить силу трения между телом и опорной плоскостью.
7. Составить дифференциальные уравнения движения катка, из которых определить силу трения между катком и опорной плоскостью и силу натяжения нити.
8. Получить кинематические уравнения движения катка из его дифференциальных уравнений.
9. Определить реакцию оси вращающегося тела, применяя теорему о движении центра масс механической системы.
10. Применяя принцип Даламбера ко всем телам системы, предварительно освободив их от связей, определить ускорение центра масс первого тела и натяжение нити на всех ее участках.

11. Применяя общее уравнение динамики механической системы для всей системы тел, определить ускорение центра масс первого тела.
12. Применяя уравнение Лагранжа второго рода для всей системы, определить ускорение центра масс первого тела.

Пример выполнения комплексного задания на исследование движения механической системы с одной степенью свободы.

Механическая система, в состав которой входят три тела, приходит в движение из состояния покоя под действием силы $\vec{F}$. Трением в подшипниках и массами нерастяжимых нитей пренебречь. Качение тела происходит без скольжения.

Применяя порядок исследования движения механической системы, определить скорость и ускорение центра масс первого тела и силы натяжения нити на всех ее участках.

m_1	m_2	m_3	r_2	R_2	r_3	R_3	i_{c2}	i_{c3}	δ	f	α^0	F	S
кг			см									Н	М
4	8	12	-	20	12	24	-	16	0,05	0,1	37	70	2

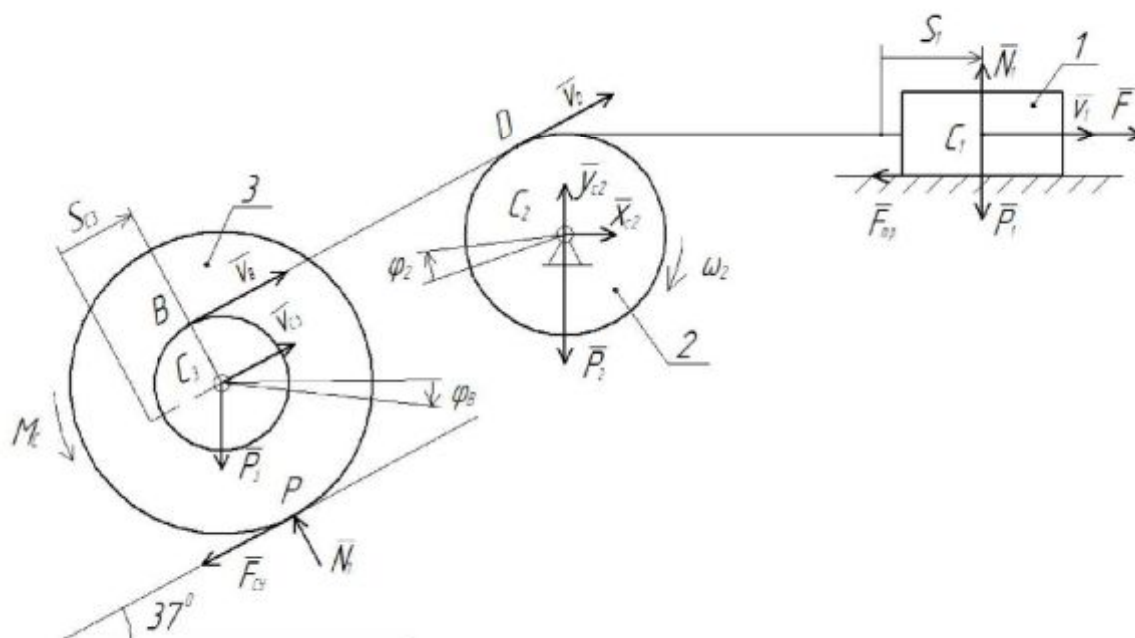


Рисунок 1.

Произведем кинематический расчет механизма. Выразим все входящие в систему перемещения, скорости и ускорения через заданное $S_1=S$ и искомое $\vec{V}_1$ и $\vec{a}_1$.

Предварительно заметим, что $V_D = V_B = V_1$, а точка Р- есть мгновенный центр скоростей катка 3.

$$\text{Тогда } V_D = V_1 = \omega_2 R_2 \text{ отсюда } \omega_2 = \frac{V_1}{R_2} \quad (1);$$

$$V_B = V_1 = \omega_3 (r_3 + R_3); \quad \omega_3 = \frac{V_1}{r_3 + R_3} \quad (2);$$

$$\omega_3 = \frac{V_B}{r_3 + R_3} = \frac{V_{C3}}{R_3}; \quad V_{C3} = \frac{V_1 R_3}{r_3 + R_3} \quad (3).$$

Выразим все перемещения через заданное $S_1=S$, учитывая, что зависимость между перемещениями такая же, как и между соответствующими скоростями.

$$\text{Тогда } \varphi_2 = \frac{S_1}{R_2} \quad (4); \quad \varphi_3 = \frac{S_1}{r_3 + R_3} \quad (5); \quad S_{C3} = \frac{R_3}{r_3 + R_3} S_1 \quad (6);$$

Аналогично получим зависимости между ускорениями:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_1}{R_2} \quad (7); \quad \varepsilon_3 = \frac{a_1}{r_3 + R_3} \quad (8); \quad a_{C3} = \frac{R_3}{r_3 + R_3} a_1 \quad (9).$$

Рассмотрим движение неизменяемой механической системы с одной степенью свободы, состоящей из весоных тел соединенных нерастяжимыми нитями. Изобразим действующие на систему внешние силы: активные $\vec{F}$, $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$ и реакции связей $\vec{N}_1$, $\vec{F}_{mp.}$, $\vec{N}_2$, $\vec{F}_{сц.}$, $\vec{N}_3$ и M_C .

1. Применим теорему об изменении кинетической энергии для неизменяемой механической системы в конечной форме для определения скорости центра масс первого тела, когда он пройдет путь равный S .

Запишем теорему: $T - T_0 = \sum A_k^e$. Так как в начальный момент система находится в покое, то $T_0=0$ и теорема примет вид:

$$T = \sum A_k^e \quad (10).$$

Конечная кинетическая энергия механической системы T равна сумме кинетических энергий всех тел системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (11).$$

Вычислим кинетическую энергию каждого тела.

Тело 1 совершает поступательное движение, в этом случае

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} \quad (12).$$

Кинетическая энергия тела 2, вращающегося вокруг неподвижной центральной оси C_2 равна $T_2 = \frac{1}{2} I_{c2} \omega_2^2$ (13),

где $I_{c2} = \frac{1}{2} m_2 R_2^2$ (14) - момент инерции тела 2 относительно его оси вращения.

Подставляя в формулу (13) формулы (1) и (14) получим:

$$T_2 = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} m_2 R_2^2 \frac{V_1^2}{R_2^2} = \frac{m_2}{4} V_1^2 \quad (15).$$

Учитывая, что тело 3 совершает плоское движение

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 V_{C3}^2 + \frac{1}{2} I_{c3} \omega_3^2 \quad (16), \text{ где } I_{c3} = m_3 i_{C3}^2.$$

Подставляя в формулу (16) формулы (2), (3) и I_{c3} получим:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 \frac{R_3^2}{(r_3 + R_3)^2} V_1^2 + \frac{1}{2} m_3 i_{C3}^2 \frac{V_1^2}{(r_3 + R_3)^2} = \frac{m_3 (R_3^2 + i_{C3}^2)}{2(r_3 + R_3)^2} V_1^2 \quad (17).$$

Подставляя значения из равенств (12), (15) и (17) в равенство (11) получим:

$$T = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{m_2}{4} V_1^2 + \frac{m_3 (R_3^2 + i_{C3}^2)}{2(r_3 + R_3)^2} V_1^2 =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}(m_1 + 0,5m_2 + \frac{(R_3^2 + i_{C3}^2)}{2(r_3 + R_3)^2})V_1^2 = \\
&= \frac{1}{2}(m_1 + 0,5m_2 + \frac{(R_3^2 + i_{C3}^2)}{2(r_3 + R_3)^2})V_1^2 \quad (18)
\end{aligned}$$

Подставляя в равенство (18) числовые значения заданных величин найдем кинетическую энергию системы:

$$T = 0,5(4 + 0,5 \cdot 8 + 12 \cdot \frac{(0,24)^2 + (0,16)^2}{(0,12 + 0,24)^2})V_1^2 = 7,85 V_1^2 \quad (19)$$

Найдем сумму работ всех внешних сил, действующих на систему при перемещении, которое будет иметь система, когда точки C_1 пройдет путь S :

$$\sum A_k^e = A_F + A_{mp.} + A_{P3} + A_C \quad (20).$$

Работы остальных сил равны нулю, так как силы $\overrightarrow{P_1}$, $\overrightarrow{N_1}$ перпендикулярны перемещению, $\overrightarrow{P_2}$, $\overrightarrow{x_{C2}}$, $\overrightarrow{Y_{C2}}$ приложены в неподвижной точке C_2 , $\overrightarrow{N_3}$ в мгновенном центре скоростей.

$$A_F = FS_1, \text{ т.к. } F = \text{const.} \quad (21);$$

$$A_{mp.} = -F_{mp.} S_1, \quad F_{mp.} = N_1 f, \quad N_1 = P_1 = m_1 g, \text{ тогда} \\ A_{mp.} = -m_1 g f S_1 \quad (22);$$

$$A_{P3} = -P_3 S_{C3} \sin 37^\circ = -m_3 g \sin 37^\circ \frac{R_3}{r_3 + R_3} S_1 \quad (23);$$

$$A_c = M_c \varphi_3; \text{ где } M_c = N_3 \delta, \quad N_3 = m_3 g \cos 37^\circ, \text{ тогда}$$

$$A_c = -m_3 g \cos 37^\circ \delta \frac{1}{r_3 + R_3} S_1 \quad (24);$$

Подставим формулы (21),(22),(23), (24) в формулу (20) и получим:

$$\begin{aligned}
\sum A_k^e &= (F - m_1 g f - m_1 g \sin 37^\circ \frac{R_3}{r_3 + R_3} - m_3 g \cos 37^\circ \frac{\delta}{r_3 + R_3}) S_1 = \\
&= (70 - 4 * 9.81 * 0.1 - 12 * 9.81 * 0.6 * \frac{0.24}{0.36} - 12 * 9.81 * 0.8 * \frac{0.0005}{0.36}) S_1 = \\
&= (70 - 3.924 - 47.088 - 0.1308) S_1 = 18.86 S_1 \quad (25)
\end{aligned}$$

Подставляем выражение (19) и (25) в теорему об изменении кинетической энергии системы(10):

$7,85 V_1^2 = 18.86 S_1$ и найдем V_1 :

$V_1 = \sqrt{\frac{18.86}{7.85} S_1} = \sqrt{2.4 S_1}$, подставим $S_1 = S = 2$ м и найдем скорость центра масс первого тела:

$$V_1 = \sqrt{2.4 * 2} = 2,19 \text{ (м/с)}$$

2. С помощью теоремы об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме определим ускорение центра масс первого тела:

$\frac{dT}{dt} = \sum N_k^e$, где $\sum N_k^e$ - сумма мощностей внешних сил. Найдем сумму мощностей, используя формулы

$N = \frac{dA}{dt}$ и (25), $\sum N_k^e = \frac{d}{dt} (\sum A_k^e)$, то есть

$$\sum N_k^e = \frac{d}{dt} (18,86 S_1) = 18,86 V_1 \quad (26)$$

$$\frac{d}{dt} (7,85 V_1^2) = 18,86 V_1,$$

$$7,85 * 2 * V_1 \frac{dV_1}{dt} = 18,86 V_1, \text{ где } \frac{dV_1}{dt} = a_1,$$

$$a_1 = \frac{18,86}{2 * 7,85} = 1,2 \text{ (м/с}^2\text{)} - \text{тело 1 движется равноускоренно.}$$

3. Найдем величину вектора количества движения механической системы, выразив ее через скорость центра масс первого тела.

$$\vec{Q} = \sum \vec{Q}_k = \vec{Q}_1 + \vec{Q}_3 \quad (27);$$

$Q_2 = 0$, т. к. скорость центра масс первого тела 2 равна нулю.

Найдем количество движения каждого тела:

$\vec{Q}_1 = m_1 \vec{V}_1$; $\vec{Q}_3 = m_3 \vec{V}_{C3}$ и подставим эти выражения в формулу (27) тогда:

$$\vec{Q} = m_1 \vec{V}_1 + m_3 \vec{V}_{C3} \quad (28)$$

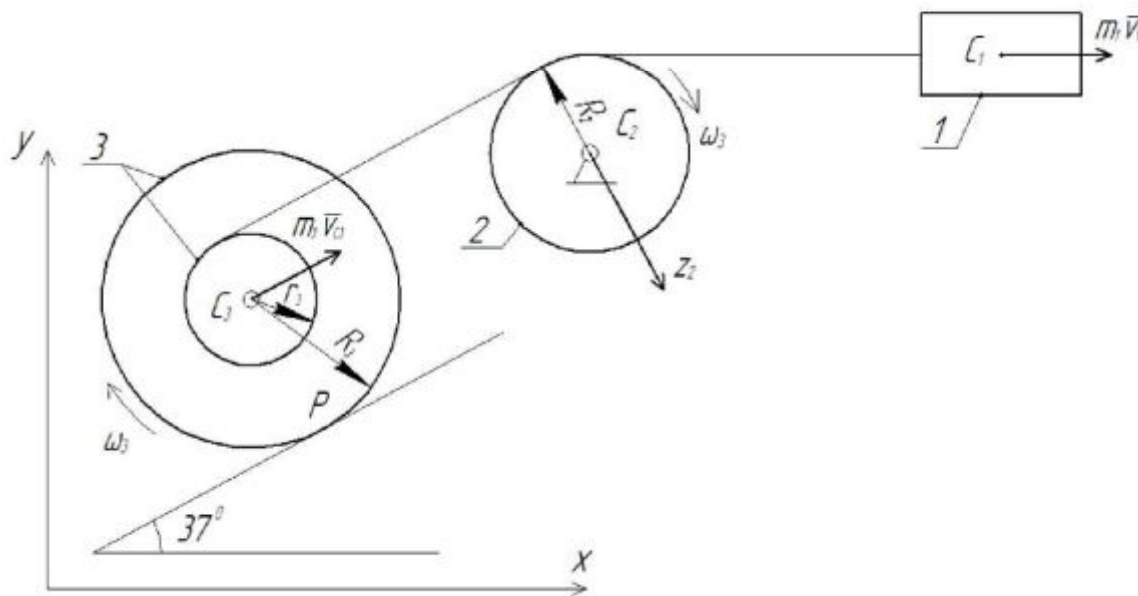


Рисунок 2

Проектируя равенство (28) на оси координат (рис.2) и используя формулу (3) получим:

$$Q_x = m_1 V_1 + m_3 V_{C3} \cos 37^\circ = m_1 V_1 + m_3 \frac{R_3}{r_3 + R_3} V_1 \cos 37^\circ =$$

$$= (m_1 + m_3 \frac{R_3}{r_3 + R_3} \cos 37^\circ) V_1 = (4 + 12 * \frac{0.24}{0.36} * 0.8) V_1 = 10.4 V_1.$$

$$Q_y = m_3 V_{C3} \sin 37^\circ = m_3 \frac{R_3}{r_3 + R_3} V_1 \sin 37^\circ = 12 * \frac{0.24}{0.36} * 0.6 * V_1 = 4.8 V_1.$$

$$Q = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} = V_1 \sqrt{(10.4)^2 + (4.8)^2} = 11.45 V_1$$

При $V_1 = 2,19$ м/с $Q = 11,45 * 2,19 = 25,08$ кгм/с $= 25$ кгм/с

4. Найдем кинетический момент механической системы относительно оси, проходящей через центр масс второго тела, выразив его через скорость центра масс первого тела (рис.2)

$$K_{Z2} = K_{Z2}^{(1)} + K_{Z2}^{(2)} + K_{Z2}^{(3)} \quad (29).$$

Считаем, что ось Z_2 направлена к нам. Находим кинетический момент каждого тела в отдельности:

$$K_{Z2}^{(1)} = -m_1 V_1 R_2; \quad (30)$$

$$K_{Z2}^{(2)} = -I_{Z2} \omega_2 = -\frac{1}{2} m_2 R_2^2 \frac{V_1}{R_2} = -\frac{m_2 R_2}{2} V_1; \quad (31)$$

$$\begin{aligned} K_{Z2}^{(3)} &= -m_3 V_{C3} (R_2 - r_3) - I_{C3} \omega_3 = -m_3 V_{C3} (R_2 - r_3) - m_3 i_{C3}^2 \frac{V_{C3}}{R_3} = \\ &= -m_3 (R_2 - r_3 + \frac{i_{C3}^2}{R_3}) V_{C3} = -m_3 (R_2 - r_3 + \frac{i_{C3}^2}{R_3}) \frac{R_3}{r_3 + R_3} V_1. \end{aligned} \quad (32)$$

Подставим выражения (30), (31), (32), в формулу (29) и получим:

$$\begin{aligned} K_{Z2} &= - (m_1 R_2 + \frac{m_2 R_2}{2} + m_3 (R_2 - r_3 + \frac{i_{C3}^2}{R_3}) \frac{R_3}{r_3 + R_3}) V_1 = \\ &= - (4 * 0,2 + \frac{8 * 0,2}{2} + (0,2 - 0,12 + \frac{(0,16)^2}{0,24}) * \frac{0,24}{0,36}) V_1 = \\ &= -(0,8 + 0,8 + 1,49) V_1 = -3,09 V_1. \end{aligned}$$

Найдем K_{Z2} при $V_1 = 2,19$ м/с и получим
 $K_{Z2} = -3,09 * 2,19 = -6,77$ кгм²/с.

5. Чтобы найти ускорение центра масс первого тела и натяжение нити на всех участках механической системы, применим теоремы об измене-

нии количества движения и об изменении кинетического момента к отдельным телам, освободив каждое из них от связей.

К первому телу применим теорему об изменении количества движения системы в дифференциальной форме в проекции на ось x :

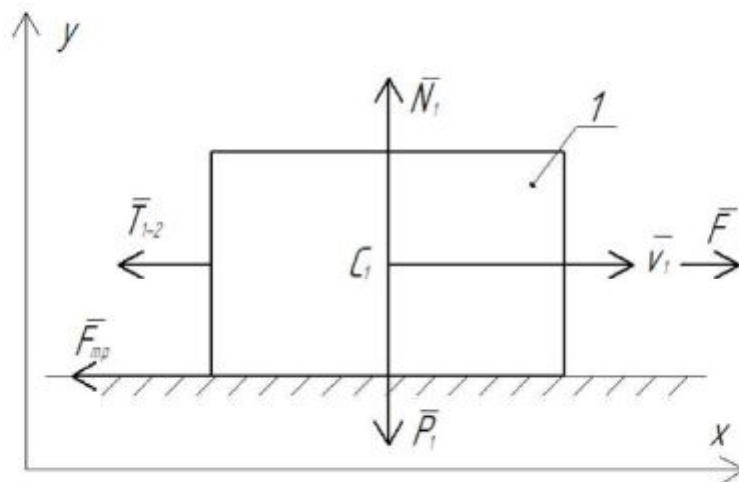


Рисунок 3

$$\frac{dQ_x}{dt} = \sum F_{\text{кx}}^e, \text{ где } Q_x = m_1 V_{1x} = m_1 V_1.$$

$$\frac{d}{dt}(m_1 V_1) = F - F_{\text{тр}} - T_{1-2},$$

$$m_1 a_1 = F - N_1 f - T_{1-2}, \quad N_1 = P_1 = m_1 g, \text{ тогда}$$

$m_1 a_1 = F - m_1 g f - T_{1-2}$ подставим в это уравнение известные числовые значения и получим:

$$4 a_1 = 70 - 4 \cdot 9,81 \cdot 0,1 - T_{1-2},$$

$$4 a_1 = 70 - 3,924 - T_{1-2},$$

$$4 a_1 = 66,076 - T_{1-2} \quad (1).$$

К телу 2 применим дифференциальное уравнение вращения тела вокруг неподвижной оси Z_2 :

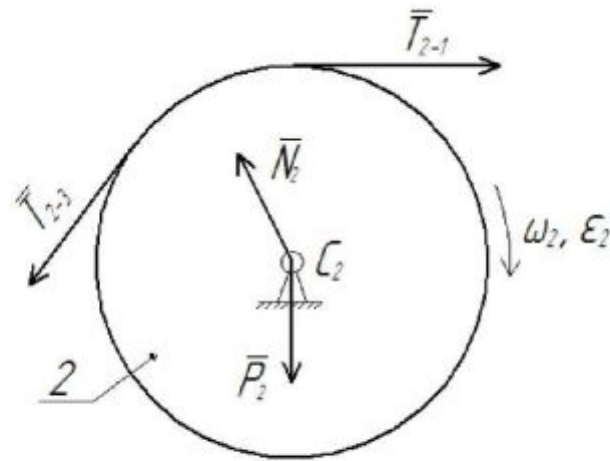


Рисунок 4

$$I_{Z2} (-\epsilon_2) = M_{Z2}^e, \text{ где } I_{Z2} = \frac{1}{2} m_2 R_2^2,$$

$$\epsilon_2 = \frac{a_1}{R_2}, \text{ тогда}$$

$$-\frac{1}{2} m_2 R_2^2 \frac{a_1}{R_2} = -T_{2-1} R_2 + T_{2-3} R_2, \text{ учитывая, что } T_{2-1} = T_{1-2} \text{ получим:}$$

$$\frac{1}{2} m_2 a_1 = T_{1-2} - T_{2-3},$$

$$\frac{1}{2} 8 a_1 = T_{1-2} - T_{2-3}, \text{ и получим}$$

$$4 a_1 = T_{1-2} - T_{2-3}, \quad (2)$$

К телу 3 применим теорему об изменении кинетического момента системы относительно мгновенной оси Р:

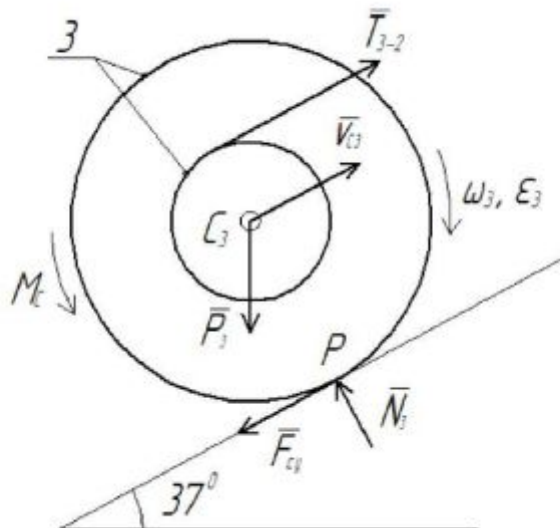


Рисунок 5

$$\frac{dK_p}{dt} = M_p^e \quad (3)$$

Найдем момент внешних сил:

$$\begin{aligned} M_p^e &= -T_{3-2}(r_3 + R_3) + P_3 R_3 \sin 37^\circ + M_C = \\ &= -T_{3-2}(0.12 + 0.24) + m_3 g \cos 37^\circ \delta = \\ &= -0.36 T_{3-2} + m_3 g (R_3 \sin 37^\circ + \cos 37^\circ \delta) = \\ &= -0.36 T_{3-2} + 12 \cdot 9.81 (0.24 \cdot 0.6 + 0.8 \cdot 0.0005) = -0.36 T_{3-2} + 16.998, \end{aligned}$$

Учитывая, что $T_{3-2} = T_{2-3}$ получим

$$M_p^e = -0.36 T_{3-2} + 16.998. \quad (4)$$

Найдем кинетический момент тела 3 относительно мгновенной оси Р: $K_p = -I_{3p} \omega_3$,

$$K_p = -(m_3 i_{C3}^2 + m_3 R_3^2) \frac{V_1}{r_3 + R_3} = -m_3 (i_{C3}^2 + R_3^2) \frac{V_1}{r_3 + R_3}$$

подставим числовые значения:

$$K_p = -12((0.16)^2 + (0.24)^2) \frac{V_1}{0.36} = -2.77 V_1 \quad (5)$$

Подставим (4) и (5) в формулу (3) и получим:

$$\frac{d}{dt} (-2.77 V_1) = -0.36 T_{2-3} + 16.998,$$

$$\text{тогда} \quad 2.77 a_1 = 0.36 T_{2-3} - 16.998 \quad (6).$$

Запишите систему трех уравнений и, решая, найдем a_1 и силы натяжения нити.

$$\begin{cases} 4a_1 = 66,076 - T_{1-2} \\ 4a_1 = T_{1-2} - T_{2-3} \\ 2,77a_1 = 0,36 T_{2-3} - 16,998 \end{cases} \quad (7)$$

Сложим первые два уравнения, а третье поделим на 0,36 и получим

$$\begin{cases} 8a_1 = 66,076 - T_{2-3} \\ 7,69a_1 = T_{2-3} - 47,217 \end{cases}$$

$$15,69a_1 = 18,859,$$

$a_1 = 1,2 \text{ м/с}^2$, т. е. тело 1 движется равноускоренно.

$$T_{1-2} = 66,076 - 4a_1 = 66,076 - 4 \cdot 1,2 = 66,076 - 4,8 = 61,276 = 61,3 \text{ (н)};$$

$$T_{2-3} = 47,217 + 7,69a_1 = 47,217 + 7,69 \cdot 1,2 = 56,445 = 56,6 \text{ (н)};$$

$$T_{1-2} = T_{2-1} = 61,3 \text{ н}, T_{2-3} = T_{3-2} = 56,5 \text{ н}.$$

6. Применяя теорему об изменении кинетического момента системы к телу 3, определим силу сцепления между телом и опорной плоскостью.

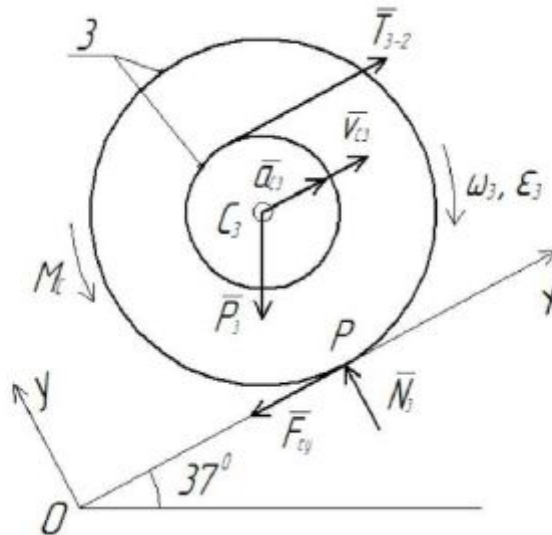


Рисунок 6

Запишем теорему относительно оси C_3Z :

$$\frac{dK_{C3Z}}{dt} = M_{C3Z}^e \quad (1)$$

$$M_{C3Z}^e = -T_{3-2}r_3 - F_c R_3 + M_C; \quad (2)$$

$$K_{C3Z} = -I_{C3Z}\omega_3 = -m_3 i_{C3}^2 \frac{V_1}{r_3 + R_3} \quad (3)$$

Подставляя выражения (2) и (3) в теорему (1) получим:

$$\frac{d}{dt} \left(-m_3 i_{C3}^2 \frac{V_1}{r_3 + R_3} \right) = -T_{3-2}r_3 - F_{cu} R_3 + m_3 g \cos 37^\circ \delta;$$

$$-m_3 i_{C3}^2 \frac{a_1}{r_3 + R_3} = -T_{3-2}r_3 - F_{cu} R_3 + m_3 g \cos 37^\circ \delta;$$

$$F_{cu} = -\frac{T_{3-2}r_3}{R_3} + \frac{m_3 g \cos 37^\circ \delta}{R_3} + \frac{m_3 i_{C3}^2 a_1}{R_3(r_3 + R_3)} =$$

$$= -\frac{56.5 * 0.12}{0.24} + \frac{12 * 9.81 * 0.8 * 0.0005}{0.24} + \frac{12(0.16)^2 * 1.2}{0.24 * 0.36} =$$

$$-28.25 + 0.196 + 4.267 = -23.787 = -23.79 \text{ (н)}.$$

7. Составим дифференциальные уравнения движения тела 3 (рис.6) и определим силу сцепления и силу натяжения нити T_{3-2} . Так как тело 3

совершает плоское движение, то получим три уравне-

$$\text{ния} \begin{cases} m_3 a_{C3X} = \sum F_{KX}^e, \\ m_3 a_{C3Y} = \sum F_{KY}^e, \\ -I_{C3} \cdot \varepsilon_3 = M_{C3}^e \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_3 a_{C3} = T_{3-2} - P_3 \sin 37^\circ - F_{cц} \\ 0 = N_3 - P_3 \cos 37^\circ; \\ N_3 = P_3 \cos 37^\circ = m_3 g \cos 37^\circ \\ -m_3 i_{C3}^2 \frac{a_1}{r_3 + R_3} = -T_{3-2} r_3 - F_{cц} R_3 + M_C, \\ a_{C3} = \frac{R_3 a_1}{r_3 + R_3} \end{cases}$$

$$12 \cdot \frac{0,24 \cdot 1,2}{0,36} = T_{3-2} - 12 \cdot 9,81 \cdot 0,6 - F_{cц};$$

$$9,6 = T_{3-2} - 70,632 - F_{cц}. \quad (1)$$

$$80,232 = T_{3-2} - F_{cц}.$$

$$-12 \cdot (0,16)^2 \cdot \frac{1,2}{0,36} = -T_{3-2} \cdot 0,12 - F_{cц} \cdot 0,24 + 12 \cdot 9,81 \cdot 0,8 \cdot 0,0005$$

$$-8,533 = -T_{3-2} - 2F_{cц} + 0,3924$$

$$-8,926 = -T_{3-2} - 2F_{cц} \quad (2)$$

Сложим уравнение (1) и (2) и получим:

$$71,306 = -3 F_{cц}, \quad F_{cц} = \frac{71,306}{3} = -23,77 \text{ (Н)}$$

$$T_{3-2} = 80,232 + F_{cц} = 80,232 - 23,77 = 56,46 = 56,5 \text{ (Н)}$$

8. Найдем кинематические уравнения движения катка из дифференциальных уравнений движения его:

$$\begin{cases} m_3 a_{C3} = T_{3-2} - P_3 \sin 37^\circ - F_{cц} \\ -I_{C3} \varepsilon_3 = -T_{3-2} r_3 - F_{cц} R_3 + M_C \\ a_{C3X} = \frac{d^2 x_C}{dt^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 x_{C3}}{dt^2} = \frac{1}{m_3} (T_{3-2} - m_3 g \sin 37^\circ - F_{cy}); & \varepsilon_3 = \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} \\ \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} = \frac{1}{Y_{C3}} (T_{3-2} r_3 + F_{cy} R_3 - M_C); & M_C = m_3 g \cos 37^\circ \delta \end{cases}$$

$$\frac{d^2 x_{C3}}{dt^2} = \frac{1}{12} (56,5 - 12 * 9,81 * 0,6 + 23,8);$$

$$\frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} = \frac{1}{12 * (0,16)^2} (56,5 * 0,12 - 23,8 * 0,24 - 12 * 9,81 * 0,0005);$$

$$\frac{d^2 x_{C3}}{dt^2} = 9,67$$

$$\frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} = 3,321$$

Решаем уравнения чтобы найти x_{C3} , φ_3 :

$$\frac{dV_{C3}}{dt} = 9.67; \quad dV_{C3} = 9.67 * dt;$$

$$\int dV_{C3} = 9.67 \int dt$$

$$V_{C3} = 9.67t + C_1, \quad V_{C3} = \frac{dx_{C3}}{dt},$$

$$\frac{dx_{C3}}{dt} = 9.67t + C_1,$$

$$dx_{C3} = 9.67t dt + C_1 dt$$

$$\int dx_{C3} = 9.67 \int t dt + C_1 dt$$

$$X_{C3} = 9.67 \frac{t^2}{2} + C_1 t + C_2$$

$$X_{C3} = 4.835 t^2 + C_1 t + C_2$$

$$\frac{d\omega_3}{dt}=3.32; \quad d\omega_3=3.32 dt;$$

$$\int d\omega_3=3.32 \int dt,$$

$$\omega_3=3.32t+C_1; \quad \omega_3=\frac{d\varphi_3}{dt};$$

$$\frac{d\varphi_3}{dt}=3.32t+C_1;$$

$$d\varphi_3=3.32tdt+C_1dt;$$

$$\int d\varphi_3=3.32 \int tdt+C_1 \int dt$$

$$\varphi_3=3.32 \frac{t^2}{2}+C_1t+C_2$$

$$\varphi_3=1.66 t^2+C_1t+C_2.$$

При нулевых начальных условиях:

$$\begin{cases} x_{C3}=4.835t^2 & (м) \\ y_{C3}=R_3=0.24 & (м) \\ \varphi_3=1.66t^2 & (рад) \end{cases}$$

9. Определяем реакцию оси второго тела, применяя теорему о движении центра масс механической системы.

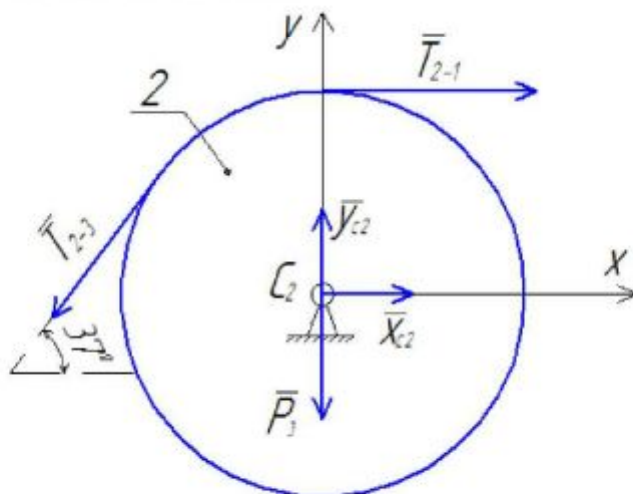


Рисунок 7.

Запишем теорему в проекции на оси координат:

$$m_3 a_{C2x} = \sum F_{KX}^e$$

$$m_3 a_{C2y} = \sum F_{KY}^e$$

т.к. $a_{C2} = 0$, $a_{C2x} = a_{C2y} = 0$, тогда

$$\sum F_{KX}^e = 0;$$

$$\sum F_{KY}^e = 0;$$

составим эти уравнения и получим:

$$\begin{cases} x_{C2} + T_{2-1} - T_{2-3} \cos 37^\circ = 0, \\ y_{C2} - P_2 - T_{2-3} \sin 37^\circ = 0, \end{cases}$$

$$x_{C2} = -T_{2-1} + T_{2-3} \cos 37^\circ = -61.3 + 56.5 * 0.8 = -16.1 \text{ (н)}$$

$$y_{C2} = P_2 + T_{2-3} \sin 37^\circ = m_2 g + T_{2-3} \sin 37^\circ = 8 * 9.81 + 56.5 * 0.6 = 112.41 \text{ (н)}$$

$$N_2 = \sqrt{x_{C2}^2 + y_{C2}^2} = \sqrt{(-116.1)^2 + (112.41)^2} = \sqrt{12895.218} = 113.56 \text{ (н)}$$

10. Применяя принцип Даламбера ко всем телам механической системы определим ускорение центра масс первого тела и натяжение нити на всех участках.

Освободив все тела системы от связей, добавим к ним силы инерции.

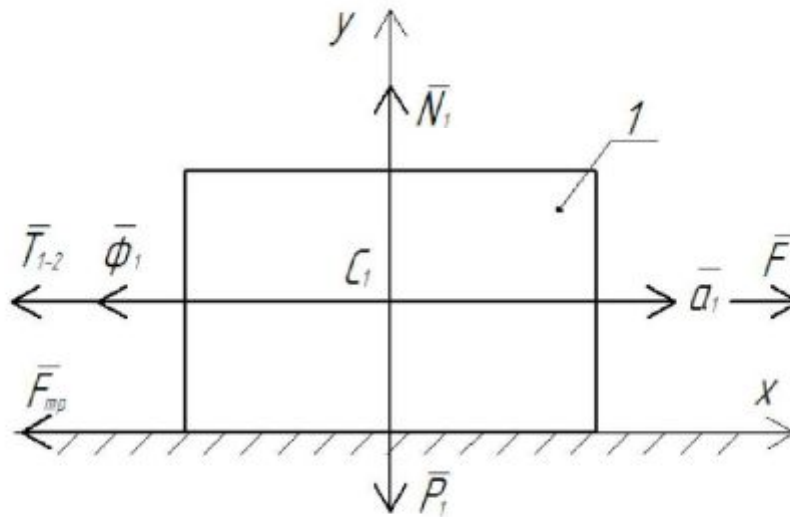


Рисунок 8.

Так как тело 1 движется поступательно приведем силы инерции к главному вектору сил инерции $\Phi_1 = m_1 a_1$

Составим уравнение равновесия для системы сходящихся сил, приложенных к телу 1:

$$\sum F_{kx} = F - T_{1-2} - F_{\text{мп}} - \Phi_1 = 0$$

$$\sum F_{ky} = N_1 - P_1 = 0;$$

$$N_1 = P_1 = m_1 g = 4 * 9.81 = 39.24 \text{ (н)}$$

$$F - T_{1-2} - N_1 f - m_1 a_1 = 0$$

$$m_1 a_1 = F - T_{1-2} - m_1 g f$$

$$4 a_1 = 66.076 - T_{1-2}$$

(1)

Так как тело 2 совершает вращательное движение вокруг центральной оси, силы инерции, приложенные к нему, приведем к главному моменту сил инерции:

$$M_{c2}^{\phi} = I_{c2} \varepsilon_2, \quad M_{c2}^{\phi} = \frac{1}{2} m_2 R_2^2 \frac{a_1}{R_3} = \frac{m_2 R_2^2}{2} a_1$$

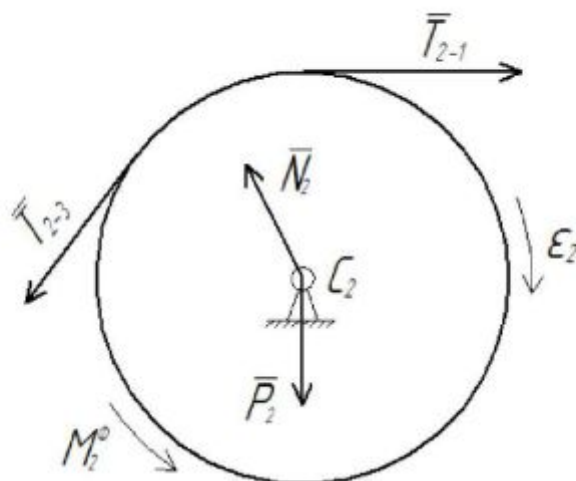


Рисунок 9.

Составим уравнение моментов всех сил относительно точки C_2 при равновесии:

$$\sum m_{C2} = -T_{2-1} R_2 + T_{2-3} R_2 + M_{c2}^{\phi} = 0$$

$$-T_{2-1} R_2 + T_{2-3} R_2 + \frac{m_2 R_2^2}{2} \alpha_1 = 0$$

$$\frac{m_2}{2} a_1 = T_{2-1} + T_{2-3}; \quad 4 a_1 = T_{2-1} + T_{2-3} \quad (2)$$

Тело 3 совершает плоское движение, все силы инерции, приложенные к телу, приводим к главному вектору и главному моменту сил инерции, которые вычислим по формулам:

$$\Phi_3 = m_3 a_{C3}, \quad \Phi_3 = m_3 \frac{R_3}{r_3 + R_3} a_1;$$

$$M_{c_3}^{\phi} = I_{c_3} \varepsilon_3, \quad M_{c_3}^{\phi} = m_3 i_{C3}^2 \frac{a_1}{r_3 + R_3}.$$

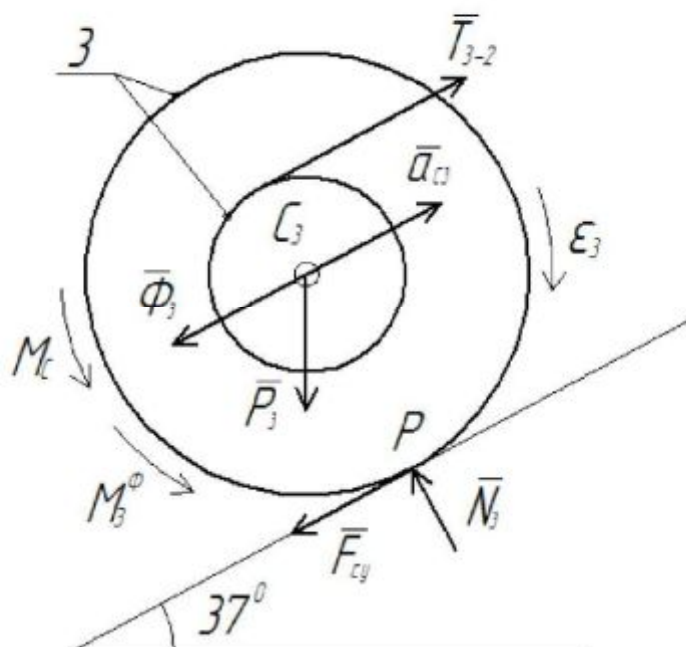


Рисунок 10.

Составим уравнение равновесия всех сил, приложение к телу 3, относительно точки P:

$$\sum m_p(\vec{F}_k) = -T_{3-2}(r_3 + R_3) + \Phi_3 R_3 + M_C + M_{c_3}^{\phi} + P_3 R_3 \sin 37^\circ = 0$$

Подставим числовые значения

$$-0,36 T_{3-2} + 12 \frac{(0,24)^2}{0,36} a_1 + 12 \frac{(0,16)^2}{0,36}$$

$$a_1 + 12 * 9,81 * 0,8 * 0,0005 + 12 * 9,81 * 0,24 * 0,6 = 0;$$

$$\frac{12}{0,36} (0,24^2 + 0,16^2) a_1 = 0,36 T_{3-2} - 16,998;$$

$$2,77 a_1 = 0,36 T_{3-2} - 16,998;$$

$$7,69 a_1 = T_{3-2} - 47,217$$

(3)

Запишем систему полученных уравнений:

$$\begin{cases} 4a_1 = 66,076 - T_{1-2} \\ 4 = T_{2-1} - T_{2-3} \\ 2,77a_1 = 0,36 T_{3-2} - 16,998 \end{cases}$$

Эта система уравнений соответствует системе уравнений (7) полученных в пункте 5, значит

$$\begin{aligned} a_1 &= 1,2 \text{ м\c}^2 \\ T_{1-2} &= T_{2-1} = 61,3 \text{ н;} \\ T_{2-3} &= T_{3-2} = 56,5 \text{ н.} \end{aligned}$$

11. Найдем ускорение центра масс первого тела, применяя общее уравнение динамики механической системы:

$$\sum \delta A_K^\alpha + \sum \delta A_K^\phi = 0.$$

Добавим к действующим на систему активным силам, силы инерции. Связи наложенные на систему идеальные.

На рис.11 покажем векторы сил инерции и их главные моменты:

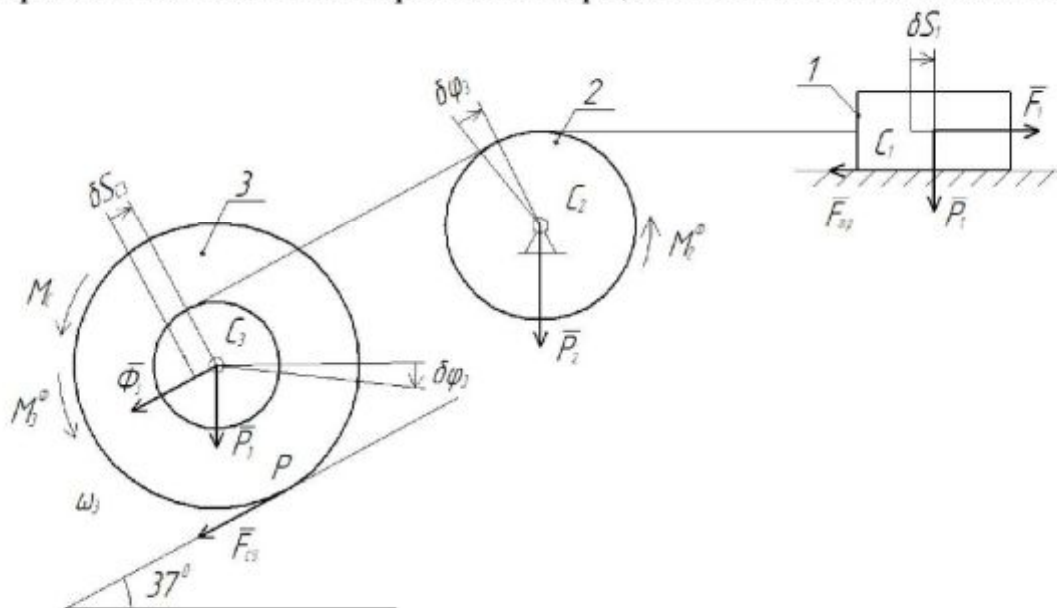


Рисунок 11.

Силы инерции и моменты сил инерции были вычислены в предыдущем пункте:

$$\Phi_1 = m_1 a_1; \quad \Phi_3 = m_3 \frac{R_3}{r_3 + R_3} a_1;$$

$$M_{c_2}^\phi = \frac{m_2 R_2^2}{2} a_1; \quad M_{c_3}^\phi = m_3 i_{c_3}^2 \frac{a_1}{r_3 + R_3}.$$

Сообщим механической системе возможные перемещения:

Для точки $C_1 - \delta S_1$; тело 2 повернется на угол $\delta \varphi_2 = \frac{\delta S_1}{R_2}$;

для точки $C_3 - \delta S_{C3} = \frac{R_3}{r_3 + R_3} \delta S_1$, тело 3 повернется на угол $\delta \varphi_3 = \frac{\delta S_1}{r_3 + R_3}$.

Найдем сумму возможных работ внешних (активных) сил и сил инерции и получим уравнение в виде:

$$F \delta S_1 - F_{\text{тр}} \delta S_1 - P_3 \sin 37^\circ \delta S_1 - M_c \delta \varphi_3 - \Phi_1 \delta S_1 - M_{c_2}^\phi \delta \varphi_2 - \Phi_3 \delta S_{C3} - M_{c_3}^\phi \delta \varphi_3 = 0.$$

Подставим значения сил и возможных перемещений, получим:

$$(F - m_1 g f - m_3 g \sin 37^\circ \frac{R_3}{r_3 + R_3} - m_3 g \cos 37^\circ \frac{\delta}{r_3 + R_3} - m_1 a_1 -$$

$$- \frac{m_2 R_2}{2} a_1 \frac{1}{R_2} - m_3 a_1 \frac{R_3^2}{(r_3 + R_3)} - m_3 \frac{i_{c_3}^2}{(r_3 + R_3)}) \delta S_1 = 0,$$

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{2} + m_3 \frac{R_3^2}{(r_3 + R_3)} - m_3 \frac{i_{c_3}^2}{(r_3 + R_3)} \right) a_1 =$$

$$= F - m_1 g f - m_3 g \sin 37^\circ \frac{R_3}{r_3 + R_3} - m_3 g \cos 37^\circ \frac{\delta}{r_3 + R_3},$$

$$\left(4 + \frac{8}{2} + 12 * \frac{(0,24)^2}{(0,36)^2} + 12 * \frac{(0,16)^2}{(0,36)^2} \right) a_1 =$$

$$= 70 - 4 * 9,81 * 0,1 - 12 * 9,81 * 0,6 * \frac{0,24}{0,36} - 12 * 9,81 * 0,8 \frac{0,0005}{0,36},$$

$$15,7 a_1 = 18,86; \quad a_1 = 1,2 \text{ м/с}^2$$

12. Для нахождения ускорения центра масс первого тела применим уравнение Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$$

Выберем за обобщенную координату механической системы перемещение S_1 центра масс первого тела, тогда обобщенная скорость $\dot{S}_1 = V_1$.

Значение кинетической энергии возьмем из формулы (19):
 $T = 7,85 V_1^2$.

Q_i - обобщенная сила. Запишем уравнение Лагранжа для нашей механической системы:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial V_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial S_1} = Q_i$$

Найдем обобщенную силу для данной механической системы:

$$Q_1 = \frac{\sum \delta A_k^\alpha}{\delta S_1}.$$

$\sum \delta A_k^\alpha = 18,86 \delta S_1$, она находится так же, как в пункте 1 только вместо конечных перемещений перемещения будут возможные, тогда

$$Q_1 = \frac{18,86 \delta S_1}{\delta S_1} = 18,86$$

Подставим значение кинетической энергии и обобщенной работы в уравнение Лагранжа, учитывая, что

$$\frac{\partial T}{\partial S_1} = 0,$$

$$\text{тогда } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial V_1} \right) = 18,86$$

$$\frac{\partial T}{\partial V_1} = \frac{\partial}{\partial V_1} (7,85 V_1^2) = 15,7 V_1;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial V_1} \right) = \frac{d}{dt} (15,7 V_1) = 15,7 a_1,$$

$$15,7 a_1 = 18,86; a_1 = 1,2 \text{ м/с}^2$$

В комплексном задании рассмотрены различные способы вычисления ускорения центра масс первого тела с применением общих теорем динамики механической системы и принципов механики.

Вопросы рубежного контроля

Статика твердого тела

1. Что называется силой? Какими тремя факторами определяется сила, действующая на твердое тело?
2. Что называется связью? Что называется реакцией связи?
3. Как формулируется аналитические условия равновесия системы сходящихся сил на плоскости?
4. Что называется моментом силы относительно точки на плоскости?
5. Как формулируются аналитические условия равновесия плоской системы сил?

Кинематика материальной точки и твердого тела

Кинематика точки.

1. Как записать уравнения движения точки в декартовых осях координат?
2. Как определяются скорости и ускорения точки в проекции на оси декартовой системы координат?

Простейшие движения твердого тела

1. Какое движение твердого тела называется поступательным и какими свойствами оно обладает?
2. Какое движение называется вращением вокруг своей оси?
3. Что называется законом или уравнением вращательного движения твердого тела?
4. По каким формулам определяются модули угловой скорости и углового ускорения вращающегося твердого тела?
5. По каким формулам определяются модули скорости и ускорения точек твердого тела вращающегося вокруг неподвижной оси?

Плоское движение твердого тела

1. Какое движение твердого тела называется плоским? Сколькими уравнениями оно определяется?
2. Какую точку плоской фигуры называют мгновенным центром скоростей и каковы случаи определения его положения?
3. Как определяются скорости точек тела при плоском движении при помощи мгновенного центра скоростей?

Динамика механической системы

Твердое тело

Моменты инерции твердого тела

1. Как классифицируются в динамике силы, действующие на точки механической системы?
2. Каковы свойства внутренних сил?
3. Что называется моментом инерции твердого тела относительно точки оси?
4. Какая зависимость между моментами инерции тела относительно параллельных осей?
5. Как вычисляются моменты инерции однородных тел относительно осей, проходящих через центр тяжести и являющихся осями симметрии?

Общие теоремы динамики механической системы

Теорема о движении центра масс

1. Центр масс механической системы и его координаты. Масса системы.
2. Сформулируйте теорему о движении центра масс системы.
3. Как записывается теорема о движении центра масс системы в проекции на оси декартовой системы координат?
4. Сформулируйте следствия из теоремы о движении центра масс механической системы?

Теорема об изменении количества движения механической системы

1. Что называется количеством движения материальной точки, механической системы?
2. Как вычисляются вектор количества движения системы через массу системы и скорости ее центра масс?
3. Как формулируется теорема об изменении количества движения механической системы в дифференциальной форме?
4. Как записать теорему в проекции на оси декартовой системы координат?

5. При каких условиях количество движения механической системы не изменяется? При каких условиях не изменяется его проекция на некоторую ось?

Теорема об изменении кинетического момента механической системы.

1. Как определяется момент количества движения материальной точки относительно центра и оси?
2. Как выражается кинетический момент вращающегося твердого тела относительно оси вращения?
3. Сформулируйте теорему об изменении кинетического момента механической системы относительно центра оси.
4. При каких условиях остается постоянным кинетический момент механической системы относительно центра и оси.
5. Как записывается дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси?
6. Мерой чего является момент инерции твердого тела относительно оси?

Теорема об изменении кинетической энергии механической системы.

1. Что называется кинетической энергией материальной точки и механической системы?
2. Как выражается кинетическая энергия твердого тела при поступательном, вращательном и плоском движениях?
3. Как определяется работа постоянной по модулю и направлению силы на прямолинейном перемещении?
4. Как определяется работа силы тяжести, силы трения скольжения, если эта сила постоянна по модулю и направлению?
5. Как вычисляется работа силы упругости?
6. Как вычисляется работа вращающего момента?
7. Как вычисляется работа момента сопротивления качению?
8. Что называется мощностью силы?
9. Как формулируется теорема об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной и конечной (интегральной) форме?

Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы.

1. Как направлена и чему равна по величине сила инерции материальной точки?
2. В чем состоит принцип Даламбера для материальной точки?
3. В чем состоит принцип Даламбера для механической системы?
4. Каковы модуль и направление главного вектора и главного момента сил инерции механической системы?
5. К чему проводятся силы инерции точек твердого тела:
 - при поступательном движении;
 - при вращении тела, вокруг неподвижной оси, перпендикулярной к этой плоскости;
 - при плоском движении тела, имеющего плоскость материальной симметрии?

Принцип возможных перемещений

Общее уравнение динамики механической системы.

1. Что называется числом степеней свободы механической системы?
2. Какие перемещения точек механической системы называются возможными?
3. Какие связи механической системы называются идеальными?
4. Как формулируется принцип возможных перемещений?
5. Как формулируется общее уравнение динамики механической системы?

Уравнения Лагранжа второго рода.

1. Что представляют собой обобщение координат механической системы?
2. Какая величина называется обобщенной силой, соответствующей некоторой обобщенной координате системы? Какую она имеет размерность?
3. Какой вид имеет общее уравнение динамики в обобщенных силах?
4. Какой вид имеет уравнение Лагранжа второго рода? Чему равно число этих уравнений для каждой механической системы?

Список рекомендуемой литературы

Основная

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа. 2003 (и предыдущие издания)
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. ч.1. и ч.2. – М.: Высшая школа. 2002.
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике (Под ред. А.А.Яблонского – М.: Интеграл-пресс 1998. (и предыдущие издания (содержат примеры решения задач)).

Дополнительная

Добронравов В.В., Никитин Н.Н., Курс теоретической механики – М.: Высшая школа. 1983.

Горбач Н.И., Тульев В.А., Теоретическая механика. Краткий справочник. - М.: Инфра – М 2004

Цивильский Е.Л. Теоретическая механика – М.: Высшая школа. 2001.

Требования к оформлению задания

Студент выполняет комплексное задание, используя формат листа А-4. Чертежи выполняются с учетом условий решаемого варианта; на них все углы, действующие силы, число тел и их расположение должны соответствовать этим условиям. На чертежах должны быть аккуратно и наглядно показаны векторы сил, скорости, ускорения, а так же обязательно указаны единицы измерения получаемых величин.

На рисунках к пунктам задания все линии, параллельные строкам, считаются горизонтальными, а перпендикулярные строкам – вертикальные. Также считается, что все нити (веревки, тросы) являются нерастяжимыми и невесомыми; нити, перекинутые через блок, по блоку не скользят, катки и колеса катятся по плоскостям без скольжения. Все связи, если не сделано других оговорок, считаются идеальными.

При выполнении задания все преобразования и числовые расчеты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями. В конце должно быть сделано заключение.