ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ ПОНЯТИЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ[1]

Активные силы
Силы $F(t,\mathbf{r},\dot{\mathbf{r}})$, для которых известна зависимость от времени t и *состояния*, и на эту зависимость наложение или снятие *механических связей* влияние не оказывают.

Амплитудная характеристика
Зависимость модуля $R_{jk}(\Omega) = |W_{jk}(i\Omega)|$ *амплитудно-фазовой характеристики* $W_{jk}(i\Omega) = R_{jk}(\Omega)e^{i\psi_{jk}(\Omega)}$ от частоты Ω.

Амплитудно-фазовая характеристика
У линейной однородной системы $Aq + Bq + Cq = 0$ (A, B, C = const) *уравнений Лагранжа* отыскивается решение в виде $q = ue^{i\Omega t}$. После сокращения на экспоненту, остаётся линейная однородная алгебраическая системы уравнений относительно амплитуд u. А.-ф. х. $W_{jk}(i\Omega)$ – это дробь, в знаменателе которой находится определитель матрицы коэффициентов системы, а в числителе – алгебраическое дополнение элемента с номером *jk*.

Асимптотическая устойчивость по Ляпунову
Решение $x = 0$ *системы в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(t,x), x \in R^n$, асимптотически устойчиво, если оно: 1) *устойчиво по Ляпунову*; 2) существует такая Δ-окрестность точки $x = 0$ (*область притяжения)*, что для общего решения $x(t,t_0,x_0)$ выполняется: $\{|x_0| < \Delta\} \Rightarrow \{\lim_{t\to\infty} x(t,t_0,x_0) = 0\}$.

Валентность
Число $c \neq 0$ в *основном критерии каноничности* преобразования *гамильтоновых переменных*.

Вариационная симметрия
Неособенное преобразование переменных $t,q \leftrightarrow \hat{t},\hat{q}$, связанное с *функцией Лагранжа* $L(t,q,q)$ следующим образом $L\left(\hat{t},\hat{q},\frac{d\hat{q}}{d\hat{t}}\right) = L(t,q,q)\frac{dt}{d\hat{t}}$ (или в симметричном виде $L\left(\hat{t},\hat{q},\frac{d\hat{q}}{d\hat{t}}\right)d\hat{t} = L\left(t,q,\frac{dq}{dt}\right)dt$).

Вариационный принцип Гамильтона [1, 9] (начало Гамильтона [1], принцип Гамильтона [12, 16], принцип Гамильтона-Остроградского [10, 11], принцип стационарного действия Гамильтона [3, 4, 7])
Путь $\overline{q}(t)$ в *расширенном координатном пространстве* является *прямым* в том и только в том случае, если при любом *варьировании* $q(t,\alpha)$ при неизменных граничных точках для *вариации действия по Гамильтону* выполняется $\delta W|_{\alpha=0} = 0$.

---

[1] При отсутствии ссылок понятие рассмотрено в [16]. Терминология по возможности уточнялась по сборникам терминов [13, 15].

Варьирование функции (проварьировать функцию)
Включение функции $\tilde{q}(t)$ в гладкое семейство функций $q(t,\alpha)$ ($q(t,0)=\tilde{q}(t)$).
Вариация функции
Дифференциал *проварьированной функции* по параметру α.
Вековое уравнение (уравнение частот)
Многочленное уравнение для разрешённых частот *гармонических колебаний* при решении задачи *малых (линейных) колебаний.*
Виртуальное перемещение точки
Дифференциал *радиус-вектора,* не противоречащий уравнениям *механических связей* при фиксированном в уравнениях времени t.
Внешнее воздействие (входное воздействие)
Обобщённая сила, зависящая только от времени t.
Возможные скорости
Скорости точек системы при движении, не нарушающем наложенные на систему *механические связи.*
Возможные перемещения
Дифференциал радиус-вектора, не противоречащий уравнениям *механических связей.* Дифференциал радиус-вектора, согласованный с *возможной скоростью.*
Входное воздействие
То же, что *внешнее воздействие.*
Вынужденное движение (выход системы, отклик системы, реакция системы, установившийся процесс)
Движение, вызванное *внешним (входным) воздействием,* после затухания влияния начального состояния.
Выход системы
То же, что *вынужденное движение.*
Гамильтониан (функция Гамильтона)
Функция $H(t,q,p)$ *гамильтоновых переменных,* которая определяет правую часть *гамильтоновой системы. Гамильтониан* связан с *лагранжианом* следующим образом: $H=\sum_{i=1}^{n} p_i\dot{q}_i - L$.
Гамильтонова система (уравнения Гамильтона, канонические уравнения Гамильтона)
Система обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде $\dot{q}_i=\dfrac{\partial H}{\partial p_i}, \dot{p}_i=-\dfrac{\partial H}{\partial q_i}$, правая часть которой определена *функцией Гамильтона* $H(t,q,p)$.
Гамильтоновы переменные (переменные Гамильтона)
Совокупность переменных: время t, *обобщенные координаты* q_i, *обобщенные импульсы* p_i.

Гармоническое воздействие

Внешнее (входное) синусоидальное *воздействие* с некоторыми амплитудой, частотой и фазой.

Геометрическая связь (голономная связь, конечная связь)

Механическая удерживающая связь $f(t, \mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N) = 0$, уравнение которой представимо в виде функции от времени t и от положения $\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N$ точек системы.

Гироскопическая система

Механическая система называется гироскопической при выполнении следующих условий: система *стационарно задана*; потенциальная энергия зависит только от *обобщённых координат*; мощность непотенциальных сил равна нулю.

Главная функция Гамильтона $W(t, q, q^0)$

Действие по Гамильтону W вычисляется на общем решении $q(t, q^0, p^0)$ уравнений Гамильтона. В результат вычисления подставляется найденная из общего решения вектор-функция $p^0 = p^0(t, q, q^0)$.

Главное колебание

Все координаты изменяются синусоидально с одинаковыми частотой и фазой, но, возможно, с разными амплитудами.

Главные координаты (нормальные координаты)

Координаты θ_i, в которых кинетическая энергия имеет вид $T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \dot{\theta}_i^2$, а потенциальная – $\Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} r_i \theta_i^2$, $r_i = \text{const}$.

Годограф Михайлова

В многочлен $f(\lambda)$ подставляется вместо переменной λ мнимая переменная $i\omega$, затем выделяются действительная и мнимая часть $f(i\omega) = u(\omega) + iv(\omega)$, и при изменении $0 \le \omega < \infty$ на комплексной плоскости (u, v) изображается кривая.

Голономная связь

То же, что *геометрическая связь*.

Голономная система

Механическая система, на которую наложены *геометрические (голономные, конечные) связи*.

Группа вариационных симметрий

Группа преобразований, все преобразования которой *вариационные симметрии*.

Действие по Гамильтону

Функционал $W = \int_{t_0}^{t_1} L(t,q,q)|_{q=q(t)}\, dt$, который ставит в соответствие функции $q(t)$, определённой на интервале $[t_0, t_1]$, число ($L(t,q,q)$ – *функция Лагранжа*).

Действие по Лагранжу

Функционал $W^* = \int_{q_1^0}^{q_1^1} P(t,q,q')|_{q=q(q_1)}\, dq_1$, который ставит в соответствие функции $q(q_1)$, определённой на интервале $[q_1^0, q_1^1]$, число ($P(t,q,q')$ – *функция Якоби*).

Действительная характеристика

Зависимость действительной части $P_{jk}(\Omega) = \mathrm{Re} W_{jk}(i\Omega)$ *амплитудно-фазовой характеристики* $W_{jk}(i\Omega) = P_{jk}(\Omega) + iS_{jk}(\Omega)$ от частоты Ω.

Дивергентная симметрия

Неособенное преобразование переменных $t, q \leftrightarrow \hat{t}, \hat{q}$, связанное с *функцией Лагранжа* $L(t,q,q)$ следующим образом $L\left(\hat{t}, \hat{q}, \frac{d\hat{q}}{d\hat{t}}\right) + \frac{df(\hat{t}, \hat{q})}{d\hat{t}} = L(t,q,q)\frac{dt}{d\hat{t}}$ (или в симметричном виде $L\left(\hat{t}, \hat{q}, \frac{d\hat{q}}{d\hat{t}}\right)d\hat{t} + df(\hat{t}, \hat{q}) = L\left(t, q, \frac{dq}{dt}\right)dt$).

Диссипативная система

Система называется диссипативной при выполнении следующих условий: система *стационарно задана*; потенциальная энергия зависит только от *обобщённых координат*; мощность непотенциальных сил неположительна. При выполнении более строгого условия: мощность непотенциальных сил отрицательна, если для *обобщённых скоростей* справедливо $q_1^2 + \ldots + q_n^2 \neq 0$, – система называется *определённо-диссипативной.*

Диссипативная функция Релея $\Phi(t,q,q)$

Квадратичная форма $\Phi(t,q,q) = \frac{1}{2}\sum_{i,l=1}^{n} b_{il}(t,q) q_i q_l$, при помощи которой часть *обобщённых сил* выражается следующим образом $Q_i^* = -\frac{\partial \Phi}{\partial q_i}$.

Дифференциальные связи

Механические связи, условия $f_l(t, \mathbf{r}_i, \mathbf{V}_i) \le 0$ которых содержат скорости $\mathbf{V}_i$ материальных точек.

Замкнутая система

Механическая система, *материальные точки* которой взаимодействуют только с точками, принадлежащими системе.

Знакоопределённые функции
Положительно определённые, отрицательно определённые функции.
Знакопостоянные функции
Положительно постоянные, отрицательно постоянные функции.
Знакопеременные функции
Функции, принимающие в любой окрестности нуля как положительные, так и отрицательные значения.
Идеальная связь
Такая *геометрическая связь*, что *обобщённые силы*, соответствующие *реакциям связи*, равны нулю. Эквивалентное определение: на любом *виртуальном перемещении* системы элементарная работа сил *реакции связи* равна нулю.
Изохронный дифференциал $\delta \mathbf{F}(\mathbf{t},\mathbf{q})$
Дифференциал при фиксированном времени t: $\delta F(t,q)=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\partial F}{\partial q_i}dq_i$.
Инволютивная система (система в инволюции)
Система функций $\varphi_i(t,q,p)$, $i=\overline{1,m}$, *гамильтоновых переменных*, для *скобок Пуассона* которых выполняется $(\varphi_i,\varphi_j)=0$, $i,j=\overline{1,m}$.
Интегральный инвариант
Определённый интеграл от функции *гамильтоновых переменных*, не меняющий своего значения при переносе области интегрирования определённым образом согласованно с *фазовым потоком гамильтоновой системы*.
Интегральный инвариант Пуанкаре
Контурный интеграл $\oint\limits_C\sum\limits_{i=1}^{n}p_i\delta q_i$, не меняющий своего значения при переносе контура C *фазовым потоком гамильтоновой системы*.
Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана
Контурный интеграл $\int\limits_C\sum\limits_{i=1}^{n}p_i\delta q_i-H\delta t$: по любым двум *согласованным контурам* C_0 и C_1, охватывающим *трубку прямых путей*, интеграл принимает одно и то же значение. Трубка порождается *функцией Гамильтона* H , входящей в подынтегральное выражение,
Интегрируемая дифференциальная связь
Уравнение дифференциальной связи $f_l(t,\mathbf{r}_i,\mathbf{V}_i)=0$ допускает эквивалентную замену уравнением геометрической связи. Например, уравнение $\mathbf{V}_1-\mathbf{V}_2=0$ заменяется уравнением $\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2-\mathbf{c}=\mathbf{0}$.
Канонические уравнения Гамильтона
То же, что *гамильтонова система*.

Каноническое преобразование

Такое неособенное преобразование $\tilde{q} = \tilde{q}(t,q,p)$, $\tilde{p} = \tilde{p}(t,q,p)$ *гамильтоновых переменных*, что указанная замена переменных в любой *гамильтоновой системе* приводит к гамильтоновой системе.

Кинетический фокус (сопряжённые кинетические фокусы)

Две точки (t_0, q^0), (t_f, q^f) *расширенного координатного пространства* R^{n+1}, расположенные на решении $q(t) = q(t, t_0, q^0, \dot{q}^0)$ *уравнений Лагранжа*, называются сопряжёнными кинетическими фокусами, если справедливо равенство $\det \left\| \dfrac{\partial q_i(t_f, t_0, q^0, \dot{q}^0)}{\partial \dot{q}_k^0} \right\| = 0$.

Конечная связь

То же, что *геометрическая связь*.

Конечномерная механическая система

Система, состоящая из конечного числа *материальных точек* и конечного числа *твёрдых тел*. Эквивалентное определение: механическая система с конечным числом *степеней свободы*.

Консервативная система

Система называется консервативной при выполнении следующих условий: система *стационарно задана*; потенциальная энергия зависит только от *обобщённых координат*; непотенциальные силы отсутствуют.

Конфигурационное многообразие

Разрешённые связями положения механической системы, заданные в некотором пространстве, например, в прямом произведении декартовых координат отдельных точек системы.

Конформная симметрия

Неособенное преобразование переменных $t, q \leftrightarrow \hat{t}, \hat{q}$, связанное с *функцией Лагранжа* $L(t, q, \dot{q})$ следующим образом $L\left(\hat{t}, \hat{q}, \dfrac{d\hat{q}}{d\hat{t}}\right) = cL(t, q, \dot{q})\dfrac{dt}{d\hat{t}}$ $c = \text{const}$ (или в симметричном виде $L\left(\hat{t}, \hat{q}, \dfrac{d\hat{q}}{d\hat{t}}\right)d\hat{t} = cL\left(t, q, \dfrac{dq}{dt}\right)dt$).

Координатное пространство

n-мерное пространство с координатами $q_1, \ldots, q_n$ (*обобщённые координаты*).

Критерий Михайлова

Многочлен степени n *устойчив* тогда и только тогда, когда для приращения аргумента θ у *годографа Михайлова* выполняется $\underset{\omega=0}{\overset{\infty}{\Delta}} \theta = n\dfrac{\pi}{2}$.

Критерий равновесия стационарно заданной системы (принцип возможных перемещений)

Положение $\mathbf{r}_i^0$, $i = \overline{1,N}$, (q_k^0, $k = \overline{1,n}$) *стационарно заданной системы* с *идеальными связями* является *положением равновесия* тогда и только тогда, когда на любом *возможном перемещении* $d\mathbf{r}_i$ из этого положения для элементарной работы *активных сил* $\mathbf{F}_i$ выполняется $\delta A = \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{F}_i, d\mathbf{r}_i) = \sum_{k=1}^{n} Q_k(t, q^0, 0) dq_k = 0$. Эквивалентная формулировка: положение $\mathbf{r_i^0}$, $i = \overline{1,N}$, (q_k^0, $k = \overline{1,n}$) *стационарно заданной системы* с *идеальными связями* является *положением равновесия* тогда и только тогда, когда для *обобщённых сил* тождественно по времени t выполняется $Q_k(t, q^0, 0) = 0$.

Критерий Рауса-Гурвица

Многочлен устойчив тогда и только тогда, когда все главные центральные миноры *определителя Гурвица* положительны.

Лагранжева система (уравнения Лагранжа)

Система обыкновенных дифференциальных уравнений вычисляется или, исходя из кинетической энергии $T(t, q, \dot{q})$ и *обобщённых сил* $Q_i(t, q, \dot{q})$: $\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k$, или, исходя из *лагранжиана* $L(t, q, \dot{q})$: $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0$.

Лагранжевы переменные (переменные Лагранжа)

Совокупность переменных: время t, *обобщенные координаты* q_i, *обобщенные скорости* $\dot{q}_i$.

Лагранжиан (функция Лагранжа)

Функция $L(t, q, \dot{q})$ *лагранжевых переменных*, при помощи которой вычисляются *уравнения Лагранжа*. *Лагранжиан* связан с *гамильтонианом* следующим образом: $L = \sum_{i=1}^{n} p_i \dot{q}_i - H$.

Малые колебания (линейные колебания)

Движение *консервативной системы* в окрестности *устойчивого положения равновесия*. Движение определяется линейными *уравнениями Лагранжа* и является линейной комбинацией *главных колебаний.*

Материальная точка

Точка, которой поставлено в соответствие положительное число – масса m.

Механическая система

Система, состоящая из *материальных точек.*

Механические связи

Ограничения $f_l(t, \mathbf{r}_i, \mathbf{V}_i) \le 0$, наложенные на *состояния* механической системы, справедливые для начальных состояний и во время движения.

Мнимая характеристика

Зависимость мнимой части $S_{jk}(\Omega) = \operatorname{Im} W_{jk}(i\Omega)$ *амплитудно-фазовой характеристики* $W_{jk}(i\Omega) = P_{jk}(\Omega) + iS_{jk}(\Omega)$ от частоты Ω.

Натуральная система

Система, динамика которой описывается *уравнениями Лагранжа* с *функцией Лагранжа* $L = T - V$ (T кинетическая энергия, V – *обобщённый потенциал*).

Начало Гамильтона [1]
То же, что *вариационный принцип Гамильтона.*
Ненатуральная система
Лагранжева система вычисляется, исходя из *лагранжиана* $L(t,q,\dot{q})$: $\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0$, но в отличие от *натуральной системы лагранжиан* $L(t,q,\dot{q})$ не есть кинетическая минус потенциальная энергии.
Необходимое условие устойчивости многочлена
Если *многочлен* $a_0\lambda^m + a_1\lambda^{m-1} + \cdots + a_{m-1}\lambda + a_m$, $a_0 > 0$, *устойчив*, то для его коэффициентов выполняется: $a_1 > 0$, ..., $a_m > 0$.
Нестационарно заданная система
Положения $\mathbf{r}_i(t,q)$ точек *механической системы* есть вектор-функции не только *обобщённых координат*, но и явно времени t.
Нестационарные связи (реономные связи)
Механические связи, условия $f_l(t,\mathbf{r}_i,\mathbf{V}_i) \le 0$ которых содержат явно время t.
Неудерживающая связь
Ограничение $f(t,\mathbf{r}_i,\mathbf{V}_i) \le 0$ типа неравенства, наложенное на состояния механической системы.
Неустойчивость по Ляпунову
Решение $x = 0$ *системы в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$, неустойчиво по Ляпунову, если для общего решения $x(t - t_0, x_0)$ выполняется:
$\exists\varepsilon > 0, \forall\delta > 0, \exists |x_0| < \delta, \exists t_1 \ge t_0, |x(t_1 - t_0, x_0)| \ge \varepsilon.$
Нормальные координаты
То же, что *главные координаты.*
Область притяжения
Такая Δ-окрестность решения $x \equiv 0$ системы в нормальном виде $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$, что для общего решения $x(t - t_0, x_0)$ выполняется: $\{|x_0| < \Delta\} \Rightarrow \{\lim\limits_{t\to\infty} x(t - t_0, x_0) = 0\}$.
Обобщённая сила
Положение любой точки механической системы выражено как функция $\mathbf{r}_i(t,q)$ времени и *обобщённых координат.* Обобщённая сила, соответствующая координате q_k, определяется выражением $Q_k = \sum_i \left(\mathbf{F}_i, \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_k}\right)$, где $\mathbf{F}_i$ – сила, приложенная к точке $\mathbf{r}_i$. Эквивалентное определение: коэффициент при δq_k в элементарной работе $\delta A = \sum_i (\mathbf{F}_i, \delta\mathbf{r}_i) = \sum_k Q_k \delta q_k$ на *виртуальных перемещениях* системы.

Обобщённо консервативная система

Гамильтонова система, у которой *функция Гамильтона* $H(q,p)$ явно не зависит от времени t. Обобщённо консервативная система порождает *первый интеграл* $H(q,p)=c$ соответствующей *гамильтоновой системы.*

Обобщённые импульсы p_i

Определяются через *функцию Лагранжа*: $p_i = \dfrac{\partial L(t,q,\dot{q})}{\partial \dot{q}_i}$.

Обобщённые координаты q_i

Координаты $q_1,\dots,q_n$, определяющие допустимые наложенными на систему связями положения механической системы и удовлетворяющие следующим требованиям:

1) числа $q_1,\dots,q_n$ в момент времени t находятся во взаимно однозначном соответствии с положениями, допустимыми связями;

2) координаты $q_1,\dots,q_n$ независимы – можно изменять одну из них при фиксированных других;

3) при изменении одной координаты q_j в пространстве, в котором задаётся произвольное положение системы, вычерчивается координатная линия и касательный вектор $\mathbf{H}_j$ к ней в точке q^0, векторы $\mathbf{H}_1,\dots,\mathbf{H}_n$ должны быть линейно независимы.

Обобщённые скорости $\dot{q}_i$

Производные по времени t от *обобщённых координат* q_i.

Обобщённый потенциал

Функция $V(t,q,\dot{q})$, связанная с *обобщёнными силами* Q_k следующим выражением: $Q_k = \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial V}{\partial \dot{q}_k} - \dfrac{\partial V}{\partial q_k}$.

Обратная задача лагранжева формализма

Возможно ли конкретную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка эквивалентно (не меняя множества решений) заменить *уравнениями Лагранжа?* При положительном ответе проделать эту замену.

Обратные теоремы теории интегральных инвариантов

Теоремы утверждают: если для *системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде* имеет место *инвариантность интеграла Пуанкаре* (или *Пуанкаре-Картана*), то *система уравнений гамильтонова.*

Общее уравнение динамики

Для *механических систем* с *идеальными связями* справедливо динамическое уравнение $\sum\limits_{i=1}^{N}(m_i\mathbf{W}_i - \mathbf{F}_i, \delta\mathbf{r}_i)=0$, где m_i – масса отдельной точки, $\mathbf{W}_i$ – ускорение точки, $\mathbf{F}_i$ – *активная сила*, приложенная к точке, $\delta\mathbf{r}_i$ – произвольное *виртуальное перемещение* из этой точки.

Общее уравнение статики (принцип виртуальных перемещений)

Механическая система с *идеальными связями* находится в положении равновесия $\mathbf{r}_i^0$ тогда и только тогда, когда в положении $\mathbf{r}_i^0$ справедливо уравнение $\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{F}_i,\delta\mathbf{r}_i)=0$, где $\mathbf{F}_i$ – *активные силы*, приложенные к точкам $\mathbf{r}_i^0$, $\delta\mathbf{r}_i$ – произвольное *виртуальное перемещение* из $\mathbf{r}_i^0$ [11].

Одномерное тело

Твёрдое тело, которому соответствует одномерная выпуклая оболочка.

Однопараметрическая группа преобразований

Общее решение $\bar{x}=\bar{x}(x,t)$ системы обыкновенных дифференциальных автономных (стационарных) уравнений в нормальном виде $\dot{\bar{x}}=\varphi(\bar{x}), \bar{x}\in R^n$, при начальных условиях $\bar{x}(0)=x$.

Окольный путь

График движения в одном из пространств (координатном, расширенном координатном и т. д.) не являющийся решением уравнений динамики (уравнений Лагранжа, уравнений Гамильтона и т. д.). Или: график движения $q(q_1)$ в *координатном пространстве,* не являющийся решением *уравнений Якоби.*

Определённо-диссипативная система

См. *диссипативная система.*

Определитель Гурвица

Строится по коэффициентам многочлена $a_0\lambda^m+a_1\lambda^{m-1}+\cdots+a_{m-1}\lambda+a_m$:

$$\Delta_m=\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \cdots\cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \cdots\cdots & . \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \cdots\cdots & . \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \cdots\cdots & . \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & \ddots & . \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & \ddots & . \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & a_m \end{vmatrix}.$$

Размер определителя совпадает со степенью m многочлена (см. главную диагональ).

Основной критерий каноничности преобразования [5]

Преобразование $\tilde{q}=\tilde{q}(t,q,p)$, $\tilde{p}=\tilde{p}(t,q,p)$ является *каноническим* тогда и только тогда, когда существуют такая *валентность* $c=\text{const}$ и такая *производящая функция* F, что в силу преобразования $q,p\leftrightarrow\tilde{q},\tilde{p}$ справедливо тождество $\sum_{i=1}^{n}\tilde{p}_i d\tilde{q}_i-\tilde{H}dt=c\left(\sum_{i=1}^{n}p_i dq_i-Hdt\right)-dF$.

Отделимая координата

Обобщённая координата q_k называется отделимой, если от неё и от соответствующего ей *обобщённого импульса* p_k *функция Гамильтона* зависит следующим образом: $H(t,z,q_1,\ldots,q_{k-1},q_{k+1},\ldots,q_n,p_1,\ldots,p_{k-1},p_{k+1},\ldots,p_n)$, $z = f(q_k, p_k)$. *Отделимая координата* порождает *первый интеграл* $f(q_k, p_k) = c$ соответствующей *гамильтоновой системы.*

Отклик системы

То же, что вынужденное движение.

Отрицательно определённая функция

Для функции в некоторой области выполняется $V(x)\begin{cases} = 0, & x = 0, \\ < 0, & x \neq 0. \end{cases}$

Отрицательно постоянная функция

Для функции в некоторой области выполняется $V(x) \leq 0$.

Первый интеграл

Функция $f(t,x)$, которая при подстановке в неё любого решения $x(t)$ *системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(t,x), x \in R^n$, сохраняет как функция t своё значение: $f(t,x(t)) = f(t_0,x_0) = \mathrm{const}$.

Переменные Гамильтона

То же, что гамильтоновы переменные.

Переменные Лагранжа

То же, что лагранжевы переменные.

Переменные состояния

Переменные, определяющие в совокупности положения и скорости точек *механической системы:* обобщённые координаты q_i, обобщённые скорости $\dot{q}_i$ или обобщённые координаты q_i, обобщённые импульсы p_i.

Переходной процесс

На систему в положении равновесия подаётся *входное воздействие* – единичная ступенька: $Q(t)\begin{cases} = 0, & t < 0, \\ = 1, & t \geq 0. \end{cases}$ Переходной процесс – движение системы для значений $t \geq 0$, близких к $t = 0$ (до выхода на *установившийся процесс*).

Плотность статистического ансамбля

$\rho = \dfrac{\mu}{v}$, где v – величина малого объёма в *фазовом пространстве*, μ – количество находящихся в объёме экземпляров *статистического ансамбля.*

Полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби

Решение $S(t,q_1,\ldots,q_n,\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$ *уравнения Гамильтона-Якоби* ($q_1,\ldots,q_n$ – *обобщённые координаты*, $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ – произвольные постоянные), удовлетворяющее условию $\det\left|\dfrac{\partial^2 S(t,q,\alpha)}{\partial q_i \partial \alpha_k}\right| \neq 0$.

Положение равновесия

Положение механической системы называется положением равновесия, если точки системы, помещённые в это положение с нулевыми скоростями, продолжат оставаться в этом положении.

Положительно определённая функция

Для функции в некоторой области, содержащей точку $x=0$, выполняется $V(x)\begin{cases}=0, & x=0,\\ >0, & x\neq 0.\end{cases}$

Положительно постоянная функция

Для функции в некоторой области выполняется $V(x)\geq 0$.

Полуглавная функция Гамильтона $V(t,q,p^0)$

Действие по Гамильтону W вычисляется на общем решении $q(t,q^0,p^0)$ уравнений Гамильтона. В результат вычисления подставляется найденная из общего решения вектор-функция $q^0=q^0(t,q,p^0)$.

Полусвободное каноническое преобразование

Каноническое преобразование, удовлетворяющее условию $\det\left|\dfrac{\partial \bar{p}_i(t,q,p)}{\partial p_k}\right| \neq 0$.

Постулат Максвелла

Поведение *электромеханической системы* определяется *уравнениями Лагранжа*, в которые кроме *обобщённых сил* подставлены функции: кинетическая энергия, потенциальная энергия, *диссипативная функция Релея*. Все указанные функции есть суммы соответствующих функций для электрической части системы и для механической.

Преобразование симметрии в дифференциальном уравнении

Преобразование переменных, переводящее любое решение дифференциального уравнения в его решение.

Принцип виртуальных перемещений

То же, что *общее уравнение статики*.

Принцип возможных перемещений

То же, что *критерий равновесия стационарно заданной системы*.

Принцип Гамильтона [12, 16]

То же, что *вариационный принцип Гамильтона*.

Принцип Гамильтона-Остроградского [10, 11]

То же, что вариационный принцип Гамильтона.

Принцип Мопертюи-Лагранжа

Путь $\tilde{q}(q_1)$ в *координатном пространстве* является *прямым* в том и только в том случае, если при любом *варьировании* $q(q_1,\alpha)$ при неизменных граничных точках для *вариации действия по Лагранжу* выполняется $\delta W^*|_{\alpha=0}=0$.

Принцип стационарного действия Гамильтона [3, 4, 7]

То же, что *вариационный принцип Гамильтона.*

Принцип суперпозиции

Если *внешним воздействиям* $Q^{\alpha}(t)$ на линейную систему соответствуют *отклики* $q^{\alpha}(t)$, то *внешнему воздействию* $\sum_{\alpha} Q^{\alpha}(t)$ соответствует *отклик* $\sum_{\alpha} q^{\alpha}(t)$.

Проварьировать функцию

То же, что *варьирование функции.*

Производящая функция канонического преобразования

Функция F в *основном критерии каноничности* преобразования *гамильтоновых переменных.*

Пространство состояний (фазовое пространство)

2n-мерное пространство с координатами $q_1,\ldots,q_n,\dot{q}_1,\ldots,\dot{q}_n$ (*обобщённые координаты, обобщённые скорости*) или с координатами $q_1,\ldots,q_n,p_1,\ldots,p_n$ (*обобщённые координаты, обобщённые импульсы*). Для *системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде* – пространство с координатами $x_1,\ldots,x_n$.

Прямой путь

График движения в одном из пространств (координатном, расширенном координатном и т. д.) являющийся решением уравнений динамики (уравнений Лагранжа, уравнений Гамильтона и т. д.).

Радиус-вектор r

Начальная точка неподвижна в *системе отсчёта*, конечная точка определяет положение *материальной точки.*

Разделение переменных в уравнении Гамильтона-Якоби

В качестве полного интеграла – функции $S(t,q_1,\ldots,q_n,\alpha_1,\ldots,\alpha_n)$ многих переменных – отыскивается комбинация функций, каждая из которых является функцией одной переменных. Например, аддитивная комбинация $S=S_0(t,\alpha)+S_1(q_1,\alpha)+\ldots+S_n(q_n,\alpha)$, мультипликативная комбинация $S=S_0(t,\alpha)\times S_1(q_1,\alpha)\times\cdots\times S_n(q_n,\alpha)$.

Расширенное координатное пространство

(n+1)-мерное пространство с координатами $t,q_1,\ldots,q_n$ (время, *обобщённые координаты*).

Расширенное пространство состояний (расширенное фазовое пространство)
($2n$+1)-мерное пространство с координатами $t, q_1, \ldots, q_n, \dot{q}_1, \ldots, \dot{q}_n$ (время, *обобщённые координаты, обобщённые скорости*) или с координатами $t, q_1, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n$ (время, *обобщённые координаты, обобщённые импульсы*).
Расширенное фазовое пространство
То же, что *расширенное пространство состояний.*
Реакция связей
Силы, благодаря которым выполняются наложенные на систему *механические связи.*
Реакция системы на внешнее воздействие
То же, что *вынужденное движение*.
Реономные связи
То же, что нестационарные связи.
Свободное каноническое преобразование
Каноническое преобразование, удовлетворяющее условию $\det\left\|\dfrac{\partial\bar{q}_i(t,q,p)}{\partial p_k}\right\| \neq 0$.
Синхронный дифференциал [11]
То же, что *изохронный дифференциал*.
Система в инволюции
То же, что *инволютивная система.*
Система линейного приближения
Правые части *системы в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$, раскладывают в ряды в окрестности решения $x = 0$ и оставляют только линейные слагаемые.
Система обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде
Система $\dot{x} = \varphi(t,x), x \in R^n$, у которой в левой части находятся производные, в правой части функции от независимой и зависимых переменных.
Система отсчёта
Трёхмерное евклидово пространство, относительно которого совершает движение *механическая система.*
Склерономные связи (стационарные связи)
Механические связи, условия $f_l(\mathbf{r}_i, \mathbf{V}_i) \leq 0$ которых не содержат явно времени t.
Скобка Лагранжа
Сопоставление функциям *гамильтоновых переменных* $\varphi_i(t,q,p)$, $\psi_i(t,q,p)$, $i = \overline{1,n}$, функции $[q_j, p_k] = \sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{\partial\varphi_i}{\partial q_j}\dfrac{\partial\psi_i}{\partial p_k} - \dfrac{\partial\varphi_i}{\partial p_k}\dfrac{\partial\psi_i}{\partial q_j}\right)$.

Скобка Пуассона

Сопоставление двум функциям *гамильтоновых переменных* $\varphi(t,q,p)$, $\psi(t,q,p)$ функции $(\varphi,\psi)=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial q_i}\frac{\partial\psi}{\partial p_i}-\frac{\partial\varphi}{\partial p_i}\frac{\partial\psi}{\partial q_i}\right)$.

Собственный амплитудный вектор (форма главного колебания)

Амплитудный вектор в *главном колебании.*

Собственная частота

Частота в *главном колебании.*

Согласованные контуры

Контуры C_0 и C_1 охватывают *трубку прямых путей* и параметризованы каждый параметром α так, что при каждом значении параметра α соответствующие точки контуров C_0, C_1 расположены на одном и том же *прямом пути.*

Сопряжённые кинетические фокусы

То же, что кинетические фокусы.

Состояние материальной точки

Положение и скорость точки относительно *системы отсчёта.*

Статистический ансамбль

Множество *гамильтоновых систем*, у которых совпадают *функции Гамильтона*, но различаются начальные данные q^0, p^0.

Стационарно заданная система

Положение $\mathbf{r}_i(q)$ любой точки *механической системы* есть функция только *обобщённых координат* (нет явной зависимости от времени t).

Стационарные связи

То же, что склерономные связи.

Структурная формула для уравнений Лагранжа

Промежуточная формула для *уравнений Лагранжа* в произвольных параметрах (не обязательно в *обобщённых координатах*).

Твёрдое тело

Такая совокупность *материальных точек*, что расстояние между любыми двумя неизменно.

Теорема Барбашина-Красовского

Пусть существует такая функция $V(x)$, что для неё в некоторой области, содержащей точку $x=0$, и системы $\dot{x}=\varphi(x), x\in R^n$, выполняется:

1. $V(x)$ – *положительно определённая функция*;
2. $W(x)=\dot{V}(x)=\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial V(x)}{\partial x_i}\varphi_i(x)\begin{cases}=0, x\in M,\\ <0, x\notin M,\end{cases}$ где M – некоторое множество;
3. единственным решением, принадлежащим M при $t\in[0,\infty)$ является $x(t)\equiv 0$.

Тогда $x(t)\equiv 0$ – *асимптотически устойчивое по Ляпунову* решение.

Если условие 1. заменить условием
1*. $V(0)=0$; $\forall\delta>0$, $\exists|x_0|<\delta$, $V(x_0)<0$, то решение $x(t)\equiv 0$ *неустойчиво по Ляпунову.*

Теорема Лагранжа-Дирихле

Пусть в некоторой Δ-окрестности точки $q^0=0$ *координатного пространства* потенциальная энергия $\Pi(q)$ консервативной системы имеет в положении $q^0=0$ строгий минимум. Тогда $q^0=0$ – *устойчивое по Ляпунову* положение равновесия.

Теорема Лиувилля о первых интегралах в инволюции

Пусть для *первых интегралов* $w_i(t,q,p)=\alpha_i$, $i=1,n$, $2n$-мерной *гамильтоновой системы* выполняется:

а) $(w_i,w_k)=0$, $i,k=1,n$, – первые интегралы находятся в *инволюции;*

б) уравнения $w_i(t,q,p)=\alpha_i$, $i=\overline{1,n}$, разрешимы относительно p: $p_i=\psi_i(t,q,\alpha)$.

Тогда, не выходя за рамки алгебраических операций и квадратур, по функциям $w_i(t,q,p)$, $i=1,n$, вычисляются: *полный интеграл* $S(t,q,\alpha)$ *уравнения Гамильтона-Якоби*; дополнительные первые интегралы $w_{n+i}(t,q,p)=\alpha_{n+i}$, $i=\overline{1,n}$; общее решение $q_i(t,\alpha)$, $p_i(t,\alpha)$, $i=\overline{1,n}$, *уравнений Гамильтона.*

Теорема Лиувилля о сохранении фазового объёма

Пусть правые части *системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальном виде* $\dot{x}=\varphi(t,x), x\in R^n$, удовлетворяют условию $\mathrm{div}\varphi(\mathrm{t,x})=\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{n}}\frac{\partial\varphi_i(t,x)}{\partial x_i}=0$ (условие выполнено для *гамильтоновых систем*).

Тогда при переносе *фазового объёма* решениями системы сохраняется его величина.

Теорема Ли Хуачжуна

Следующие два утверждения эквивалентны:

а) интеграл $J=\int_C\sum_{i=1}^{n}\{A_i(t,q,p)\delta q_i+B_i(t,q,p)\delta p_i\}$ аналогично *интегральному инварианту Пуанкаре* $\int_C\sum_{i=1}^{n}p_i\delta q_i$ – *интегральный инвариант*;

б) существует такое число c и такая функция $F(t,q,p)$, что подынтегральные выражения связаны соотношением

$$\sum_{i=1}^{n}\{A_i(t,q,p)\delta q_i+B_i(t,q,p)\delta p_i\}=c\sum_{i=1}^{n}p_i\delta q_i-\delta F(t,q,p),$$ где $\delta F(t,q,p)$ – изохронный (t – фиксированный параметр) дифференциал.

Теорема Ляпунова об устойчивости нулевого решения системы в нормальном виде

Пусть в Δ-окрестности нулевого решения *системы в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$, существует *положительно определённая функция* $V(x)$ такая, что её производная $\dot{V}(x)$ в силу системы $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$, *отрицательно постоянная.* Тогда нулевое решение *устойчиво по Ляпунову.*

Теорема Ляпунова о неустойчивости положения равновесия консервативной системы (первая)

Пусть для потенциальной энергии $\Pi(q)$ ($\Pi(0) = 0$) *консервативной системы* в некотором положении q^* выполняется $\Pi_2(q^*) < 0$, где Π_2 – совокупность слагаемых в $\Pi(q)$ второго порядка (отсутствие при $q^0 = 0$ минимума, включая нестрогий). Тогда *положение равновесия* $q^0 = 0$ *неустойчиво по Ляпунову.*

Теорема Ляпунова о неустойчивости положения равновесия консервативной системы (вторая)

Пусть Π_m – совокупность слагаемых в потенциальной энергии $\Pi(q)$ ($\Pi(0) = 0$) *консервативной системы* наименьшей степени $m \geq 2$, и функция $\Pi_m(q)$ *отрицательно определена.* Тогда *положение равновесия* $q^0 = 0$ *неустойчиво по Ляпунову.*

Теорема Нётер

Пусть *однопараметрическая группа* $\hat{t} = \hat{t}(t,q,\tau)$, $\hat{q}_i = \hat{q}_i(t,q,\tau)$, $i = \overline{1,n}$, – *группа вариационных симметрий* для *лагранжевой системы*, определённой *функцией Лагранжа* $L(t,q,\dot{q})$. Тогда у системы есть *первый интеграл* $w = \sum_{i=1}^{n} p_i\eta_i - \xi H$, где p_i и H, связанные с *функцией Лагранжа* $L(t,q,\dot{q})$ *обобщённый импульс* и *гамильтониан*, функции ξ и η_i вычисляются по уравнениям группы $\xi(t,q) = \left.\dfrac{\partial \hat{t}(t,q,\tau)}{\partial \tau}\right|_{\tau=0}$, $\eta_i(t,q) = \dfrac{\partial \hat{q}_i(t,q,\tau)}{\partial \tau}\Big|_{\tau=0}$.

Теорема об асимптотической устойчивости положения равновесия диссипативной системы

Пусть $q^0 = 0$ – изолированное *положение равновесия стационарно заданной определённо-диссипативной системы.* Пусть потенциальная энергия имеет при $q^0 = 0$ строгий минимум. Тогда $q^0 = 0$ – *асимптотически устойчивое положение равновесия.*

Теорема об угловой скорости

В каждый момент времени t существует такой единственный вектор ϖ (угловая скорость), что скорости любых двух точек твёрдого тела B и C связаны соотношением $\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_C + [\varpi, \rho]$, где $\rho = CB$.

Теорема об устойчивости нулевого решения линейной автономной системы

$\lambda_k = \mu_k + i\nu_k$ – корни *характеристического уравнения* линейной автономной системы $\dot{x} = Dx$, $x \in R^n$, $D = \text{const}$.

1. $\{\forall \mu_k = \text{Re}\lambda_k < 0\} \Leftrightarrow \{x \equiv 0$ – *асимптотически устойчивое* решение системы $\dot{x} = Dx\}$;
2. $\{\exists \mu_k = \text{Re}\lambda_k > 0\} \Rightarrow \{x \equiv 0$ – неустойчивое решение системы $\dot{x} = Dx\}$;
3. $\{\mu_k = \text{Re}\lambda_k < 0, k = \overline{1,r} < n, \mu_k = \text{Re}\lambda_k = 0, k = \overline{r+1,n}\} \Rightarrow \{x \equiv 0$ – *устойчивое по Ляпунову* или *неустойчивое решение* системы $\dot{x} = Dx\}$.

Теорема об устойчивости по линейному приближению

1. Пусть для корней $\lambda_k = \mu_k + i\nu_k$ *характеристического уравнения системы линейного приближения* $\dot{x} = Dx$, $x \in R^n$, $D = \text{const}$, выполняется $\forall \mu_k = \text{Re}\lambda_k < 0$. Тогда решение $x \equiv 0$ нелинейной системы $\dot{x} = \varphi(x) = Dx + R(x)$ ($R(x)$ – нелинейные слагаемые) *асимптотически устойчиво*.
2. Пусть для корней $\lambda_k = \mu_k + i\nu_k$ *характеристического уравнения* системы линейного приближения $\dot{x} = Dx$, $x \in R^n$, $D = \text{const}$, выполняется $\exists \mu_k = \text{Re}\lambda_k > 0$. Тогда решение $x \equiv 0$ нелинейной системы $\dot{x} = \varphi(x) = Dx + R(x)$ ($R(x)$ – нелинейные слагаемые) *неустойчиво*.

Теорема Рауса-Гурвица

То же, что *критерий Рауса-Гурвица*.

Теорема Четаева о неустойчивости нулевого решения системы в нормальном виде

Пусть в ε-окрестности решения $x(t) = 0$ *системы в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$, существует область M (∂M – граница области M), в которой при некотором числе k для функции $V(x)$ выполняется:

1. $0 < V(x) \le k$;
2. $W(x) = \dot{V}(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V(x)}{\partial x_i} \varphi_i(x) > 0$;
3. $\{V(x) \ge V_0\} \Rightarrow \{\exists l > 0, W(x) \ge l\}$;
4. $\{x = 0\} \in \partial M$;
5. $\{x \in \partial M, |x| < \varepsilon\} \Rightarrow \{V(x) = 0\}$.

Тогда решение $x(t) = 0$ системы $\dot{x} = \varphi(x), x \in R^n$ *неустойчиво по Ляпунову*.

Теорема Четаева о неустойчивости положения равновесия консервативной системы

Пусть потенциальная энергия $\Pi(q)$ ($\Pi(0) = 0$) *консервативной системы* – однородная функция, и в положении q^* системы выполняется $\Pi(q^*) < 0$

(отсутствие при $q^0 = 0$ минимума, включая нестрогий). Тогда *положение равновесия* $q^0 = 0$ *неустойчиво по Ляпунову.*

Теорема Эмми Нётер

То же, что теорема Нётер.

Теорема Якоби-Пуассона

Скобка Пуассона (φ,ψ) *первых интегралов* $\varphi(t,q,p) = c_1$, $\psi(t,q,p) = c_2$ *гамильтоновой системы* *первый* *интеграл* той же *гамильтоновой системы.*

Трубка прямых путей

В *расширенном фазовом пространстве* рассматривается замкнутый контур, и через каждую его точку t^0, q^0, p^0 – как начальную – проводится *прямой путь* – решение *гамильтоновой системы*.

Угловая скорость

Вектор, существование и единственность которого устанавливается *теоремой об угловой скорости.*

Унивалентное каноническое преобразование

Для *валентности* c выполняется $c = 1$.

Удерживающая связь

Ограничение $f(t,\mathbf{r}_i,\mathbf{V}_i) = 0$ типа равенства, наложенное на состояния механической системы.

Уравнение Гамильтона-Якоби

Строится по *функции Гамильтона* $H(t,q,p)$ следующим образом: $\dfrac{\partial S}{\partial t} + H\left(t,q,\dfrac{\partial S}{\partial q}\right) = 0$.

Уравнение Ляпунова

Уравнение $D^T X + XD = C$ относительно квадратной числовой матрицы X, C и D – квадратные числовые матрицы.

Уравнение частот

То же, что *вековое уравнение.*

Уравнения Гамильтона

То же, что *гамильтонова система.*

Уравнения Лагранжа

То же, что *лагранжева система.*

Уравнения Уиттекера

Уравнение $H(q,p) = h$, где $H(q,p)$ – *функция Гамильтона обобщённо консервативной системы*, разрешается относительно одного из *обобщённых импульсов*, например, p_1: $p_1 = -K(q_1,q_2,\dots,q_n,p_2,\dots,p_n,h)$. Принимая *обобщённую координату* q_1 за независимую, по *функции Уиттекера* $K(q_1,q_2,\dots,q_n,p_2,\dots,p_n,h)$ вычисляются уравнения Уиттекера (*гамильтонова система*): $\dfrac{dq_i}{dq_1} = \dfrac{\partial K}{\partial p_i}$, $\dfrac{dp_i}{dq_1} = -\dfrac{\partial K}{\partial q_i}$, $i = 2,n$.

Уравнения Эйлера

В вариационном исчислении *уравнения Лагранжа* называются *уравнениями Эйлера.*

Уравнения Якоби

Лагранжева системы $\frac{d}{dq_1}\frac{\partial P}{\partial q'_i} - \frac{\partial P}{\partial q_i} = 0$, в основе которой лежит *функция Якоби* $P(q_1, q, q')$, q_1 – независимая переменная, штрих производная по ней.

Условия равновесия твёрдого тела

Некоторое положение твёрдого тела является его положением равновесия в том и только в том случае, если выполняются равенства: $\mathbf{R} = 0$, $\mathbf{M}_o = 0$, где $\mathbf{R}$ – главный вектор, $\mathbf{M}_o$ – главный момент действующих на тело сил, O – произвольная точка тела.

Установившийся процесс

То же, что *вынужденное движение.*

Устойчивость по Ляпунову

Решение $x = 0$ *системы в нормальном виде* $\dot{x} = \varphi(t, x), x \in R^n$, устойчиво по Ляпунову, если для общего решения $x(t, t_0, x_0)$ выполняется:

$\forall \varepsilon > 0, \forall t_0 > 0, \exists \delta > 0, \forall |x_0| < \delta, \forall t \geq t_0, |x(t, t_0, x_0)| < \varepsilon.$

Устойчивый многочлен

Многочлен в левой части характеристического уравнения $a_0\lambda^m + a_1\lambda^{m-1} + \cdots + a_{m-1}\lambda + a_m = 0$ называется устойчивым, если все корни $\lambda_k = \mu_k + i\,\nu_k$ характеристического уравнения располагаются в комплексной плоскости слева от мнимой оси: $\forall \mu_k = \mathrm{Re}\lambda_k < 0$.

Фазовая характеристика

Зависимость аргумента $\psi_{jk}(\Omega) = \arg W_{jk}(i\Omega)$ *амплитудно-фазовой характеристики* $W_{jk}(i\Omega) = R_{jk}(\Omega)e^{i\psi_{jk}(\Omega)}$ от частоты Ω.

Фазовый объём

Объём в *фазовом пространстве (пространстве состояний).*

Фазовый поток гамильтоновой системы

Совокупность преобразований $q^0, p^0 \leftrightarrow q, p$ *фазового пространства*, которые определяются при разных фиксированных значениях времени t общим решением $q = q(t, q^0, p^0)$, $p = p(t, q^0, p^0)$ *гамильтоновой системы.*

Форма главного колебания

То же, что *собственный амплитудный вектор.*

Функции Ляпунова $V(x)$

Определены в некоторой $\Delta-$окрестности нуля: $|x| < \Delta$. Для $V(x)$ предполагается $V(0) = 0$. Используются функции Ляпунова: *знакоопределённые (положительно, отрицательно), знакопостоянные (положительно, отрицательно), знакопеременные.*

Функция Гамильтона

То же, что *гамильтониан*.

Функция Лагранжа

То же, что *лагранжиан*.

Функция Уиттекера $K(q_1, q_2, \ldots, q_n, p_2, \ldots, p_n, h)$

Результат разрешения уравнения $H(q,p) = h$ относительно одного из *обобщённых импульсов*, например, p_1: $p_1 = -K(q_1, q_2, \ldots, q_n, p_2, \ldots, p_n, h)$. $H(q,p)$ – *функция Гамильтона обобщённо консервативной системы.*

Функция Якоби $P(q_1, q, q')$

Вычисляется по *функции Уиттекера* $K(q_1, q_2, \ldots, q_n, p_2, \ldots, p_n, h)$ как *лагранжиан* по *гамильтониану:* $P(q_1, q, q') = \sum_{k=2}^{n} p_k q'_k - K$, q_1 – независимая переменная, штрих – производная по ней.

Характеристический многочлен

Многочлен, расположенный в левой части *характеристического уравнения* $a_0\lambda^m + a_1\lambda^{m-1} + \cdots + a_{m-1}\lambda + a_m = 0$.

Характеристическое уравнение

Решение линейной автономной системы $\dot{x} = Dx$, $x \in R^n$, $D = \text{const}$, отыскивается в виде $x = ue^{\lambda t}$, после сокращения на $e^{\lambda t}$ остаётся алгебраическое уравнение $(D - \lambda E)u = 0$ для чисел λ, u. Уравнение имеет нетривиальное решение $u \neq 0$ тогда и только тогда, когда λ удовлетворяет *характеристическому уравнению* $\det(\mathrm{D} - \lambda\mathrm{E}) = a_0\lambda^m + a_1\lambda^{m-1} + \cdots + a_{m-1}\lambda + a_m = 0$.

Характер экстремума действия по Гамильтону

Необходимое условие минимума. Если *действие по Гамильтону* при любом *варьировании прямого пути* с закреплёнными граничными точками (t_0, q^0), (t_1, q^1) в *расширенном координатном пространстве* достигает минимума на *прямом пути*, то при $t_0 < t < t_1$ отсутствуют *кинетические фокусы*, сопряжённые точке (t_0, q^0).

Достаточное условие строгого минимума. Если на *прямом пути* при $t_0 < t \leq t_1$ отсутствуют *кинетические фокусы*, сопряжённые начальной точке (t_0, q^0), то при любом нетривиальном *варьировании* $q(t,\alpha)$ $(\partial q(t,\alpha)/\partial\alpha \neq 0)$ с закреплёнными граничными точками (t_0, q^0), (t_1, q^1) в *расширенном координатном пространстве действие по Гамильтону* принимает на *прямом пути* строгий минимум.

Циклическая координата

Координата q_k называется циклической, если *функция Гамильтона* $H(t, q_1, \ldots, q_{k-1}, q_{k+1}, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n)$ от неё не зависит. Циклическая координата q_k порождает *первый интеграл* $p_k = c$ соответствующей *гамильтоновой системы.*

Частотные характеристики

Совокупность характеристик: *амплитудно-фазовая, амплитудная, фазовая, действительная, мнимая.*

Число степеней свободы голономной системы

Количество *обобщённых координат.*

Электромеханическая система

Система, состоящая из взаимодействующих частей: механической и электрической.

Электромеханические аналогии

Введение для электрической цепи: кинетической и потенциальной энергий, *диссипативной функции Релея, обобщённых сил, соответствующих* непотенциальным и недиссипативным силам. На основе введённых функций вычисляются *уравнения Лагранжа* – уравнения состояния электрической цепи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзерман М.А. Классическая механика: Учебное пособие. – 2-е изд. перераб. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 368 с.

2. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974. 432 с.

3. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики. «Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т. 3 (Итоги науки и техн. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1985. 5 – 304.

3. Бутенин Н.В., Фуфаев Н.А. Введение в аналитическую механику. – 2-е изд., пер. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 256 с.

4. Бухгольц Н.В. Основной курс теоретической механики. В 2-х частях. – М.: наука, 1972.

5. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механики: Учебное пособие для вузов / – 3-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 264 с.

6. Голдстейн Г. Классическая механика. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1975. 416 с.

7. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. Учебник. – М.: Изд-во МГУ. 1992. – 525 с.

8. Журавлёв В.Ф. Основы теоретической механики. Изд. 2-е перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 320 с.

9. Лидов М.Л. Курс лекций по теоретической механике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 478 с.

10. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. 824 с.

11. Маркеев А.П. Теоретическая механика: Учебник для университетов. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» , 2001. – 572 с.

12. Парс Л.А. Аналитическая динамика: Пер. с англ. – М.: Наука, 1971. 636 с.
13. Сборник терминов по классической механике на пяти языках: русский, немецкий, английский, французский, польский. Wydavnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1965.
14. Суслов Г.К. Теоретическая механика. – 3-е изд. – М.: Л.: Гостехиздат, 1946.
15. Теоретическая механика. Терминология. Буквенные обозначения величин: Сборник рекомендуемых терминов. М.: Наука, 1984. Вып. 102.
16. Яковенко Г.Н. Краткий курс аналитической динамики – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 238 с.